Tabla de vida activa

Virgilio Partida Bush

1a. edición electrónica

EL COLEGIO DE MÉXICO
FACULTAD LATINOAMERICANA DE CIENCIAS SOCIALES, SEDE MÉXICO

TABLA DE VIDA ACTIVA

CENTRO DE ESTUDIOS DEMOGRÁFICOS, URBANOS Y AMBIENTALES

Virgilio Partida Bush

TABLA DE VIDA ACTIVA

Primera edición electrónica

331.110972
P2735t

Partida Bush, Virgilio
Tabla de vida activa / Virgilio Partida Bush. – 1a ed. electrónica– Ciudad de México: El Colegio de México: Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, Sede México, 2019.
1 texto electrónico (451 p.: il. tablas, graf.).

Libro electrónico en formato PDF.
ISBN 978-607-628-850-4 (El Colegio de México)
ISBN 978-607-8517-42-8 (Flacso México)

1. Población económicamente activa – México 2. Población económicamente activa – Siglo XXI. 3. Previsión demográfica – México – Siglo XXI. 4. Estadística vital – México – Siglo XXI. I. t.

Primera edición impresa, 1996
Primera edición electrónica, 2019

DR © 2019, El Colegio de México
Carretera al Ajusco 20
Ampliación Fuentes del Pedregal
Alcaldía Tlalpan
C.P. 14110
Ciudad de México, México
www.colmex.mx

Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, Sede México
Carretera al Ajusco 377
Héroes de Padierna
Alcaldía Tlalpan
C.P. 14200
Ciudad de México, México
www.flacso.edu.mx

ISBN (electrónico) 978-607-628-850-4 (El Colegio de México)
ISBN (electrónico) 978-607-8517-42-8 (Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, Sede México)

A Laura, Azucena y Virgilio

Índice general

Índice de cuadros 11

Índice de gráficas y figuras 19

Prologo 21

Introducción 23

1 Años brutos y netos de vida activa 27
- 1.1 Proporciones de participación en la actividad 27
- 1.2 Supervivientes y tiempo vivido en la actividad 33
- 1.3 Años brutos de vida activa 34
- 1.4 Años netos de vida activa 39
- 1.5 La propuesta original de Woytinsky 45

2 La perspectiva tradicional 51
- 2.1 Supuestos inherentes 52
- 2.2 Supervivientes y proporciones instantáneas 53
- 2.3 Probabilidades de transición. El supuesto fundamental 56
- 2.4 Años-persona vividos, eventos y tasas 61
- 2.4.1 El enfoque de los eventos 65
- 2.4.2 El enfoque de las tasas 75
- 2.4.3 Distribución uniforme de los eventos 80
- 2.5 Esperanzas de vida 105
- 2.5.1 El caso especial de un patrón unimodal 116
- 2.6 Mortalidad distinta 122
- 2.6.1 Probabilidades de transición y tiempo vivido total 122
- 2.6.2 Tiempo vivido, eventos y tasas: el enfoque de los eventos 126
- 2.6.3 Tiempo vivido, eventos y tasas: el enfoque de las tasas 139
- 2.7 Probabilidades de ingreso y retiro: La propuesta de Wolfbein 160

3 El enfoque de estados múltiples 169
3.1 Tasas de movilidad a partir de encuestas de seguimiento 171
3.2 Tabla de vida activa con mortalidad igual 177
3.2.1 Relación entre tasas y probabilidades 177
3.2.2 Años-persona vividos 183
3.3 El modelo general de movimientos múltiples 195
3.3.1 Distribución uniforme de los eventos 212
3.4 La perspectiva de transición 214
3.5 Comparación de los distintos resultados 239

4 Estimación indirecta 247
4.1 Estimación a partir de proporciones de participación 247
4.1.1 Rango de variación de las probabilidades 249
4.2 La perspectiva relacional 273
4.3 Adaptación a las proporciones observadas 292
4.4 Estimación a partir del cambio en la participación en el tiempo 301
4.4.1 El enfoque tradicional 313
4.4.2 Movimientos múltiples 314

5 Aplicaciones de la tabla de vida 335
5.1 Movimiento de la PEA en un periodo determinado 335
5.2 Proyecciones de la PEA con la tabla de vida activa 340
5.2.1 Contribución de los componentes al cambio en la población 368

Anexos
A. Los censos de población de México de 2000 y 2010 407
B. Mortalidad distinta 417
C. Información extraída de la ENOE 427
D. Cocientes perspectivos de supervivencia 2015-2030 443

Bibliografía 447

Índice de cuadros

1.1	México: Participación en la actividad económica por edad y sexo, 2010	31
1.2	México: Cálculo de los años brutos de vida activa por sexo, 2010	36
1.3	México: Cálculo de los años-persona vividos en la actividad y en la inactividad	43
1.4	México: Cálculo de los años netos de vida activa e inactiva por sexo, 2010	46
1.5	Estados Unidos: Diferentes estimaciones de la esperanza de vida activa, 1930	50
2.1	México: Proporciones de participación por grupos de edad e instantáneas según sexo, 2010	55
2.2	México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010	56
2.3	México: Probabilidades de transición, 2010	62
2.4	México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Método de los eventos)	70
2.5	México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Método de los eventos)	72
2.6	México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Método de las tasas)	81
2.7	México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Método de las tasas)	83
2.8	México: Supervivientes en la tabla de vida suponiendo distribución uniforme de los eventos, 2010	92
2.9	México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa para dos aproximaciones de distribución uniforme de los eventos, 2010	93
2.10	México: Probabilidades de transición, 2010 (Distribución uniforme de las defunciones)	94
2.11	México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Distribución uniforme de los eventos)	96
2.12	México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Distribución uniforme de los eventos)	100
2.13	México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Método de los eventos)	111
2.14	México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Método de las tasas)	112
2.15	México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Distribución uniforme de los eventos)	113

2.16 México: Años netos de vida activa e inactiva por el método directo y por el método tradicional, 2010 117
2.17 México: Tiempo vivido acumulado en la tabla de vida activa, 2010 121
2.18 México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta, 2010 (Método de los eventos) 129
2.19 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010 (Método de los eventos con mortalidad distinta) 131
2.20 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Método de los eventos con mortalidad distinta) 132
2.21 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Método de los eventos con mortalidad distinta) 134
2.22 México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Método de los eventos con mortalidad distinta) 136
2.23 México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta, 2010 (Distribución uniforme de los eventos) 137
2.24 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010 (Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta) 139
2.25 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta) 140
2.26 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta) 142
2.27 México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta) 144
2.28 México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta, 2010 (Método de las tasas) 147
2.29 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 149
2.30 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 151
2.31 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 153
2.32 México: Esperanzas de vida activa definitivas, 2010 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 156
2.33 México: Esperanzas de vida activa por distintos métodos, 2010 157
2.34 México: Probabilidades de ingreso y retiro de la actividad, 2010 163
2.35 Mortalidad de activos respecto de la mortalidad total para la población masculina de cinco países (Cocientes de las respectivas tasas de mortalidad) 164
2.36 México: Probabilidades de fallecer en tanto activos e inactivos, 2010 166
3.1 México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intertrimestral con igual mortalidad) 175

3.2 México: Probabilidades de transición, 2009-2011 (Método de las tasas con igual mortalidad) 181
3.3 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2009-2011 (Método de las tasas con igual mortalidad) 185
3.4 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2009-2011 (Método de las tasas con igual mortalidad) 187
3.5 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2009-2011 (Método de las tasas con igual mortalidad) 189
3.6 México: Esperanzas de vida activa, 2009-2011 (Método de las tasas con igual mortalidad) 191
3.7 México: Estimación de las defunciones intertrimestrales por edad y sexo, 2009-2011 202
3.8 México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intertrimestral y mortalidad distitnta) 203
3.9 México: Probabilidades de transición, 2009-2011 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 204
3.10 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2009-2011 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 205
3.11 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2009-2011 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 206
3.12 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2009-2011 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 208
3.13 México: Esperanzas de vida activa, 2009-2011 (Método de las tasas con mortalidad distinta) 210
3.14 México: Probabilidades de transición por edad y sexo para tres distanciamientos temporales bajo el supuesto de distribución uniforme de los eventos y mortalidad distinta, 2009-2011 215
3.15 México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intertanual) 222
3.16 México: Probabilidades de transición intertrimestrales prospectivas por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo interanual original) 226
3.17 México: Tasas de eventualidad derivadas de las probabilidades prospectivas de transición, 2009-2011 (Intervalo interanual) 227
3.18 México: Probabilidades de transición, 2009-2011 (Método de transición con igual mortalidad) 229
3.19 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2009-2011 (Método de transición con igual mortalidad) 231
3.20 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2009-2011 (Método de transición con igual mortalidad) 232

3.21 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2009-2011 (Método de transición con igual mortalidad) 234
3.22 México: Esperanzas de vida activa, 2009-2011 (Método de transición con igual mortalidad) 236
3.23 México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición con mortalidad distinta por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intertanual) 237
3.24 México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta e igual y desviación absoluta proporcional, 2009-2011 240
3.25 Tasas de ingreso y retiro bajo el supuesto de un solo desplazamiento intertrimestral para los enfoques de movimiento y transición por edad y sexo, 2009-2011 242
3.26 México: Probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011 245
4.1 México: Probabilidades de transición al estado puro estimadas mediante la liga de grupos quinquenales de edad adyacentes, 2010 250
4.2 México: Probabilidades de transición al estado puro estimadas mediante la división de los grupos de edad en dos subintervalos, 2010 251
4.3 México: Rango de variación del ponderador de las probabilidades de transición para tres distintos periodos de observación, por edad y sexo, 2000-2012 256
4.4 México: Estimación de las probabilidades de transición al estado puro por edad y sexo, 2010 261
4.5 México: Probabilidades de transición, 2010 (Método del intervalo de las probabilidades) 265
4.6 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010 (Método del intervalo de las probabilidades) 267
4.7 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Método del intervalo de las probabilidades) 268
4.8 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Método del intervalo de las probabilidades) 270
4.9 México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Método del intervalo de las probabilidades) 272
4.10 México: Tasas de ingreso y retiro de la actividad económica para dos valoraciones, 2010 273
4.11 México: Coeficientes de regresión para estimar las tasas de ingreso y de retiro de la actividad por edad y sexo para periodos intertrimestales, 2008-2012 277
4.12 México: Coeficientes de regresión para estimar las tasas de ingreso y de retiro de la actividad por edad y sexo para periodos intersemestales, 2008-2012 278
4.13 México: Coeficientes de regresión para estimar las tasas de ingreso y de retiro de la actividad por edad y sexo para tres tipos de periodos, 2008-2012 279

4.14 México: Relación entre los coeficientes de regresión intertrimestrales respecto de los intersemestrales por edad y sexo, 2008-2012 280
4.15 México: Proporciones de participación y tasas de movilidad observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012 (Intervalos intertrimestrales) 282
4.16 México: Proporciones de participación y tasas de movilidad observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012 (Intervalos intersemestrales) 284
4.17 Error medio absoluto porcentual para las tasas de eventualidad por entidad federativa y periodos intertemporales, 2008-2012 288
4.18 México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición por edad y sexo, 2010 (Tasas de periodos intertrimestrales) 293
4.19 México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición por edad y sexo, 2010 (Tasas de periodos intersemestrales) 294
4.20 México: Probabilidades de transición ajustadas mediante asignación biproporcional iterativa, 2010 298
4.21 México: Probabilidades de transición con mortalidad, 2010 (Intervalos intersemestrales) 302
4.22 México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010 (Intervalos intersemestrales) 303
4.23 México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010 (Intervalos intersemestrales) 304
4.24 México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010 (Intervalos intersemestrales) 306
4.25 México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Intervalos intersemestrales) 308
4.26 México: Esperanzas de vida activa, 2010 (Intervalos intersemestrales) 309
4.27 México: Ponderadores para los límites de las probabilidades de transición implícitos en las estimaciones por regresión para dos intervalos temporales, por edad y sexo, 2010 310
4.28 México: Proporciones de participación en la actividad, 2000-2010 312
4.29 México: Probabilidades perspectivas de transición al estado puro y proporciones de participación para la cohorte sintética bajo el enfoque tradicional, 2005-2010 315
4.30 México: Estimación de las probabilidades perspectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2010 317
4.31 México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición para la cohorte sintética, 2005-2010 (Tasas de periodos intertrimestrales) 319
4.32 México: Esperanzas de vida parcial y probabilidades de transición perspectivas para la cohorte sintética, 2005-2010 (Tasas de periodos intertrimestrales) 322
4.33 México: Probabilidades perspectivas ajustadas mediante asignación biproporcional iterativa y proporciones de participación para la cohorte sintética, 2005-2010 (Tasas de periodos intertrimestrales) 325
4.34 México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición iniciales para la cohorte sintética, 2005-2010 (Tasas de periodos intertrimestrales) 326

4.35	México: Probabilidades de transición y tasas de movilidad definitivas, 2005-2010 (Tasas de periodos intertrimestrales)	327
4.36	México: Rango de variación de las tasas de retiro e ingreso para la cohorte sintética, 2005-2010 (Tasas de periodos intertrimestrales)	329
4.37	México: Rango de variación de las tasas de retiro e ingreso para la cohorte sintética, 2005-2010 (Tasas de periodos intersemestrales)	331
5.1	México: Estimación del movimiento de la población por edad y sexo, 2010	337
5.2	México: Estimación de los años-persona vividos por edad y sexo, 2005-2010	341
5.3	México: Estimación del movimiento de la población por edad y sexo, 2005-2010	343
5.4	México: Tasas de mortalidad por condición de actividad, edad y sexo, 2010-2030	351
5.5	México: Tasas de migración neta internacional por edad y sexo, 2010-2030	353
5.6	México: Tasas de retiro e ingreso de la actividad por edad y sexo, 2005-2030	355
5.7	México: Probabilidades de transición y esperanzas de vida parcial por edad y sexo, 2010-2015	358
5.8	México: Cocientes perspectivos por cohorte y sexo, 2010-2015	361
5.9	México: Tasas de fecundidad por condición de actividad y edad, 2010-2030	363
5.10	México: Población a mitad de año por condición de actividad, edad y sexo, 2010-2030	364
5.11	México: Estimación de los nacimientos por condición de actividad y edad de la madre, 2010-2030	367
5.12	México: Proporciones de participación por edad y sexo, 2010-2030	369
5.13	México: Tasas de movilidad por cohorte y sexo, 2010-2015	372
5.14	México: Años-persona vividos y eventos por cohorte y sexo, 2010-2015	374
5.15	México: Crecimiento de la población por condición de actividad, sexo y periodo	376
5.16	México: Tasas de mortalidad por condición de actividad, cohorte y sexo, 2010-2030	382
5.17	México: Tasas de migración neta internacional por cohorte y sexo, 2010-2030	384
5.18	México: Probabilidades prospectivas por cohorte y sexo, 2005-2010	385
5.19	México: Tasas de retiro e ingreso de la actividad por cohorte y sexo, 2005-2030	389
5.20	México: Cocientes prospectivos por cohorte y sexo, 2010-2015	392
5.21	México: Tasas de fecundidad por condición de actividad y edad, 2010-2030	393
5.22	México: Población a mitad de año por condición de actividad, edad y sexo, 2010-2030	394
5.23	México: Proporciones de participación por edad y sexo, 2010-2030	396
5.24	México: Estimación de los nacimientos por condición de actividad y edad de la madre, 2010-2030	397
5.25	México: Años-persona vividos y eventos por cohorte y sexo, 2010-2015	399
5.26	México: Crecimiento de la población por condición de actividad, sexo y periodo	402
A.1	México: Población según condición de actividad económica por edad y sexo, 2000	409

A.2	México: Población según condición de actividad económica por edad y sexo, 2010	411
A.3	México: Población según condición de actividad económica por edad y sexo ajustada, 2010	415
B.1	México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2010	418
B.2	México: Mortalidad por condición de actividad, edad y sexo, 2009-2011	420
B.3	México: Mortalidad corregida por condición de actividad, edad y sexo, 2009-2011	421
B.4	México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2010-2015	423
B.5	México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2015-2020	424
B.6	México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2020-2025	425
B.7	México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2025-2030	426
C.1	México: Transiciones por edad y sexo para tres distanciamientos temporales, 2009-2011	428
C.2	México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011 (Intersemestral con igual mortalidad)	431
C.3	México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011 (Interanual con igual mortalidad)	432
C.4	México: Proporción que guardan entre sí las tasas de movilidad calculadas para tres distintos periodos de separación de las entrevistas, 2009-2011	433
C.5	México: Estimación de las defunciones intersemestrales por edad y sexo, 2009-2011	434
C.6	México: Estimación de las defunciones interanuales por edad y sexo, 2009-2011	435
C.7	México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intertrimestral)	436
C.8	México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intersemestral)	438
C.9	México: Probabilidades de transición intertrimestrales prospectivas por edad y sexo, 2009-2011 (Intervalo intersemestral original)	440
C.10	México: Tasas de eventualidad derivadas de las probabilidades prospectivas de transición, 2009-2011 (Intervalo intertrimestral)	411
C.11	México: Tasas de eventualidad derivadas de las probabilidades prospectivas de transición, 2009-2011 (Intervalo intersemestral)	442
D.1	México: cocientes perspectivos por edad, sexo y dos procedimientos, 2015-2030	444

Índice de gráficas y figuras

1.1 México: Proporciones de participación en la actividad económica por edad y sexo, 2010 32
1.2 México: Años brutos y netos de vida activa por edad y sexo, 2010 37
1.3 México: Número de veces que la participación masculina supera a la femenina por edad, 2010 37
1.4 México: Porcentaje de la vida restante que consumirá la actividad económica por edad y sexo, 2010 40
2.1 México: Supervivientes en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010 57
2.2 México: Probabilidades de pasar de inactivo a activo de 12 a 15 años de edad para distintos valores del intervalo etario previo a 12 años, 2010 64
2.3 México: Tasas de ingreso y retiro en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010 (Método de los eventos) 74
2.4 México: Tasas de ingreso y retiro en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010 (Método de las tasas) 85
2.5 México: Tasas de ingreso y retiro en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010 (Distribución uniforme de los eventos) 102
2.6 México: Desviación proporcional en las tasas de ingreso y de retiro calculadas con el método exponencial respecto de la distribución uniforme de los eventos, 2010 103
2.7 México: Desviación relativa en las proporciones de participación de tabla respecto de las observadas, 2010 106
2.8 México: Desviación relativa en las proporciones de participación de 12-14 años de tabla respecto de las observadas para distintos valores del intervalo etario previo a la edad 12 años, 2010 106
2.9 México: Esperanzas de vida activa por edad y sexo, 2010 114
2.10 México: Porcentaje de la vida restante que una persona espera pasar en la actividad por edad y sexo, 2010 115
2.11 México: Proporción que representan los años netos de vida activa estimados por el método tradicional, respecto de los deducidos con el método directo, por edad y sexo, 2010 119

3.1	Patrones bimodales de proporciones de participación femenina para países y años seleccionados	170
3.2	México: Tasas de ingreso y retiro de la actividad por frecuencia de la entrevista, edad y sexo, 2009-2011	176
3.3	México: Supervivientes en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2009-2011	186
3.4	México: Esperanzas de vida activa por edad y sexo, 2009-2011 (Movimientos múltiples con igual mortalidad)	193
3.5	México: Ingresos y retiros de la actividad por edad y sexo, 2009-2011	194
4.1	Dinamarca: Ponderadores de las probabilidades de transición por edad y sexo, 1972-1974	258
4.2	Estados Unidos: Ponderadores de las probabilidades de transición por edad y sexo, 1970-1980	259
4.3	México: Límites máximo y mínimo de las probabilidad es de transición por edad y sexo, 2010	263
4.4	México: Tasas de ingreso y retiro de la ENOE y del método indirecto por edad y sexo, 2010	274
4.5	México: Tasas de ingreso y retiro intertrimestral observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012	286
4.6	México: Tasas de ingreso y retiro intersemestral observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012	287
4.7	Tasas intertrimestrales por edad observadas y estimadas para los mayores EMAP, 2008-2012	289
4.8	Tasas intersemestrales por edad observadas y estimadas para los mayores EMAP, 2008-2012	290
4.9	Chihuahua: Estructura por edad de las tasas de ingreso masculinas del periodo intertrimestral, 2008-2012	291
4.10	Tasas de movilidad estimadas con rangos de probabilidades y con regresiones para las tasas, por edad y sexo, 2010	311
5.1	Diagramas de Lexis que ilustran las tasas por grupos de edad y por cohortes	371
5.2	Diagramas de Lexis que ilustran el paso de tasas por grupos de edad a cohortes	378
5.3	Diagrama de Lexis que ubica las tasas de eventualidad por cohorte	379
A.1	Preguntas sobre condición de actividad en el censo de población de México de 2010	408

Prólogo

Hace ya varios lustros, Miguel Cervera y el que suscribe (1977) hicimos unas tablas de vida activa con el procedimiento que aquí llamo tradicional (capítulo 2). El algoritmo, basado en las tasas de participación por edad (proporción de la población que es económicamente activa), parte del supuesto de que, dentro de cualquier grupo de edad, solo pueden ocurrir entradas a la actividad o salidas, pero no ambas. El supuesto es adecuado para el caso de los hombres, ya que el patrón de participación generalmente es unimodal, de tal suerte que solo hay entradas antes de la moda y salidas después; no obstante, es difícil aceptar el supuesto en las mujeres, pues la maternidad y la crianza de los hijos propicia que entren y salgan de la actividad a lo largo del intervalo etario de participación, incluso dentro de grupos quinquenales de edad.

Intrigado por saber la razón que no permitía la ocurrencia simultánea de entradas y salidas en todo el rango de edades, después de haber estudiado la Maestría en Demografía en El Colegio de México y mi acercamiento al modelo demográfico de estados múltiples, encontré que el enfoque basado en las tasas de participación, como información de base, consiste en una ecuación lineal con dos incógnitas —nominalmente, las probabilidades de ingreso y de retiro de la actividad.

De un teorema fundamental de álgebra, sabemos que se requiere un número igual de ecuaciones para que los valores de las incógnitas sean únicos, y además que los vectores que representan se crucen en algún punto en el plano (que sean linealmente independientes). Así, la única solución a la perspectiva tradicional es fijar arbitrariamente el valor de una de las dos probabilidades y, con ello, determinar la otra. Dentro de la amplia gama de posibilidades, se elige arbitrariamente el cero para una de ellas en el enfoque tradicional, con lo cual se minimiza el volumen de transferencias entre actividad y no actividad económicas.

Fue precisamente ese resultado el que originó la primera edición de este libro, donde además se incluyó el modelo de estados múltiples, pero en aquel entonces era difícil descargar bases de datos de los sitios de internet; así, opté por agregar en el mismo capítulo un método indirecto donde arbitrariamente se fija un ponderador para estimar como media ponderada —dentro de los límites entre los que fluctúa— cualquiera de las probabilidades.

En esta nueva versión del libro, hay varios cambios que considero importantes y justifican su reedición. Tanto en la perspectiva tradicional (capítulo 2), como en el enfoque de estados múltiples (capítulo 3), se incluye el supuesto de distribución uniforme de los eventos dentro de cada grupo de edad —muy socorrido en la valoración demográfica—, y en el capítulo 2,

además, se discute la congruencia de cada uno de los acercamientos de ese supuesto. En el mismo capítulo 2, se propone ahora un nuevo algoritmo cuando se acepta que la mortalidad es distitnta entre activos y no activos, el cual es de mayor consistencia que el mostrado en la primera versión del libro.

El desarrollo computacional y de telecomunicaciones nos permite ahora descargar bases de datos de sitios de internet y, como el caso de la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE), ligar las visitas repetidas a los hogares y, de ahí, desprender las transiciones entre actividad y no actividad económicas. Esta información, ahora disponible, alimenta el modelo de estados múltiples en el capítulo 3, donde además se inspeccionan las diferencias si se usan intervalos intertrimestrales, intersemestrales o interanuales en el panel de la ENOE.

Habiendo aplicado el modelo de estados múltiples, en esta nueva versión del libro creí conveniente separar en un capítulo aparte los métodos indirectos (capítulo 4). Además de los presentados en la primera edición, agrego otro que desarrollé hace algunos años y que sigue basándose en las tasas de participación.

Por último, retuve el capítulo dedicado a las aplicaciones de la tabla de vida activa.

Deseo que esta nueva edición reviva el interés por el uso de las funciones de la tabla de vida activa, principalmente las esperanzas de vida, en el análisis de la inserción de los individuos en la actividad económica y de sus transformaciones en el tiempo.

Tlalpan, Ciudad de México, diciembre de 2018.

Introducción

Uno de los factores determinantes de la riqueza global de una sociedad es indudablemente la cantidad de energía humana consumida, tanto para lograr la supervivencia individual de las personas, como para asegurar su convivencia colectiva. Sin riesgo de equivocarnos, podemos afirmar que un mejor aprovechamiento de esa energía equivale a un mayor nivel de desarrollo social y económico alcanzado por la sociedad.

El conocimiento del monto de la energía total consumida por la sociedad es de invaluable utilidad, tanto en la toma de decisiones para la planeación integral del desarrollo, como para la investigación académica; no obstante, debido a la complejidad técnica para captar ese monto, la inmensa mayoría de las fuentes de información se ha limitado a considerar, solo de manera aproximada, la energía humana dedicada a la actividad económica.

En su concepción más general, la actividad económica es aquella que realizan las personas, de manera individual o colectiva, utilizando su propia energía o aquella que les brindan la naturaleza y la tecnología, para producir bienes y servicios dedicados al intercambio en el mercado. Al conjunto de personas que dedican parte de su energía a la actividad económica se le llama comúnmente población económicamente activa (PEA). Generalmente la PEA incluye, además de las personas que participan de manera directa en la actividad económica —que tienen un empleo—, a quienes no teniéndolo declaran encontrarse en su búsqueda al contestar una encuesta, fenómeno conocido como desempleo abierto.

El monto de la PEA es un pobre indicador de la energía humana consumida socialmente por la actividad económica; pero si la fuente de datos capta además el tiempo que dedica cada persona, mediante una sencilla multiplicación puede obtenerse el tiempo total socialmente dedicado a la actividad económica, una medida muy próxima a la cantidad de energía humana consumida por la economía. Incluso, si se dispone del valor monetario del producto generado por la actividad económica, al dividirlo entre el tiempo socialmente dedicado, se tiene un indicador de la productividad: el valor monetario agregado per cápita y por unidad de tiempo.

Si se considera a la población total, se tiene la población no económicamente activa (PNEA) como conjunto mutuamente excluyente y exhaustivo de la PEA. La PNEA está formada por las personas que no intercambian en el mercado el producto de su energía: quienes son exclusivamente amas de casa, estudiantes, rentistas, jubilados, pensionados y aquellos que están física y mentalmente incapacitadas para trabajar.

Una medida resumida de la energía humana per cápita, consumida por la actividad

económica, se obtiene al dividir el tiempo socialmente dedicado entre el volumen de la PEA; otro enfoque consiste en considerar la parte de la vida que un individuo dedica a la actividad económica, indicador que de manera general podemos llamar esperanza de vida activa.

La primera propuesta de una esperanza de vida activa la hizo Wladimir Woytinsky (1938: 261), asimilando la PEA a una población estacionaria.[1] Un decenio más tarde, John Durand (1948: 259–265), en contraparte, la concibió como extensión del algoritmo de cálculo de la tasa neta de reproducción en fecundidad, que posteriormente se bautizaría como años netos de vida activa y, al retirar el efecto excluyente de la mortalidad, como años brutos de vida activa (United Nations, 1962: 17–18; Elizaga, 1979: 366–367).[2]

Inherente a su sencillez de cálculo, los años brutos y netos de vida activa tienen la restricción analítica de que no se pueden distinguir en función de la situación (activo o no activo) de la persona a una edad determinada. Seymour Wolfbein (1949) fue pionero en el desarrollo de algoritmos para calcular esperanzas de vida activa por condición de participación, creando para ello la primera tabla de vida activa. Basada su construcción en las tasas de actividad (la fracción de la población total que participa en la actividad) por edad, la tabla de Wolfbein descansa en un supuesto fundamental: los ingresos a la actividad ocurren solo en un intervalo de la vida, y los retiros acontecen solo en el rango de edades restante. Este supuesto es adecuado para la pauta unimodal típica de la participación de los hombres por edad, pero no tanto para el perfil bimodal —y a veces trimodal— en las mujeres.

Al método de construcción de tablas de vida activa basado en este supuesto, en lo sucesivo lo llamaremos método tradicional. Algunas contribuciones se han hecho para mejorar este método desde su concepción original por Wolfbein (Durand y Miller, 1969: 25–35; Camisa, 1969; Somoza, 1970; Rincón, 1977); no obstante, el supuesto fundamental ha prevalecido debido a que se usan las tasas de actividad por edad.

Concebida como una cadena de Markov para cada intervalo de edad, la tabla de mortalidad se ha generalizado en un modelo conocido como tabla de vida de incrementos-decrementos o tabla de vida de estados múltiples (Schoen y Nelson, 1974; Schoen, 1975; Hoem, 1975; Rogers, 1975 y 1995; Rogers y Ledent, 1976; Schoen y Land, 1979; Hoem y Jensen, 1982; Nour y Suchindran, 1985; Namboodiri y Suchindran, 1987: 137–163), esquema que permite prescindir del supuesto fundamental del método tradicional. No obstante que este nuevo enfoque es bastante atractivo, las aplicaciones al caso de la participación en la actividad económica han sido realmente escasas, pues se requieren datos que difícilmente se encuentran publicados: movimientos entre actividad y no actividad por edad.

Jan Hoem y Monica Fong (1976), Franz Willekens (1980), Shirley Smith (1982 y 1986) y Robert Schoen y Karen Woodrow (1982) ofrecen métodos para construir tablas de vida activa

[1] Población estacionaria es aquella cuyo volumen, de cualquier edad y sexo, de habitantes y eventos (defunciones, migraciones y nacimientos por edad de la madre) permanece invariable a lo largo del tiempo.

[2] En fecundidad, al promedio de hijas por mujer a lo largo de su vida reproductiva en ausencia de mortalidad se le denomina tasa bruta de reproducción y en presencia del riesgo de fallecer se le llama tasa neta de reproducción.

bajo el enfoque de incrementos-decrementos, donde la diferencia entre los tres procedimientos estriba en el algoritmo que relaciona las probabilidades de transición con las tasas de cambio. La aplicación del enfoque de estados múltiples es factible en cualquier país que cuente con una encuesta continua de ocupación, pues del seguimiento de las personas mediante las entrevistas repetidas se deducen las probabilidades de transición o las tasas de cambio (Hoem y Fong, 1976; Smith, 1982 y 1986; Schoen y Woodrow, 1982).

El objetivo de este trabajo es presentar los diferentes procedimientos para construir una tabla de vida activa, buscando un progresivo avance en el grado de complejidad de los métodos. El primer capítulo se dedica a los años brutos y netos de vida activa, y el segundo a la construcción de la tabla de vida activa por el método tradicional. En el tercero se presenta el enfoque de estados múltiples, es decir, se supone que los ingresos y los retiros de la actividad ocurren de manera simultánea en todas las edades. En el cuarto capítulo se describen métodos indirectos concebidos por el autor para elaborar la tabla de vida activa a partir de las tasas de actividad por edad, omitiendo el supuesto del enfoque tradicional. Finalmente, el quinto capítulo contiene algunas aplicaciones de la tabla de vida activa.

A lo largo de este libro, los diferentes procedimientos se ejemplifican con los datos del censo de población de México de 2010 y la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE), también de México, para el periodo 2008–2012. Los niveles de participación femenina captados en el recuento de habitantes de 2010 parecen estar algo subestimados al compararlos con los recogidos en 2010 en la ENOE. Consciente del posible sesgo que puedan introducir esos datos censales en nuestros resultados, creo conveniente aclarar que su elección responde únicamente a que es la información más reciente en su tipo de fácil acceso para todo el rango de edades. La eventual utilización de los resultados obtenidos aquí, más allá de los fines didácticos para los que se emplean en este documento, puede sesgar la interpretación de la intensidad de la participación en la actividad económica en la República Mexicana en 2010.

Conviene mencionar también que, a lo largo del trabajo, se utilizan algunas de las relaciones matemáticas fundamentales en que se basa la elaboración de una tabla de mortalidad, donde por elaboración se entiende el mecanismo de llenado del cuadro que describe la extinción por muerte de una cohorte, y no los diferentes algoritmos que se han diseñado para transferir la experiencia observada de la mortalidad a la generación de la tabla. Al lector no familiarizado con el mecanismo de llenado de una tabla de mortalidad, o que no lo recuerde, se le recomienda consultar cualquier libro de análisis demográfico o de cálculo actuarial antes de leer este libro.

1. Años brutos y netos de vida activa

La construcción de una tabla de eventualidad, igual que muchos otros modelos demográficos, consiste en un algoritmo que permite convertir medidas observadas de la exposición al riesgo de experimentar un evento, en medidas iguales o equivalentes en la tabla de eventualidad. La tabla de vida activa se puede construir a partir de tres tipos de medidas observadas:

- Proporciones de participación en la actividad (el caso más común);
- Probabilidades retrospectivas de transición entre la actividad y la inactividad;
- Tasas de ingreso y de retiro de la actividad.

Los métodos diseñados para construir la tabla de vida activa a partir de los dos primeros tipos de datos constituyen el enfoque de *transición*, y los desarrollados para incorporar el último corresponden a la perspectiva de *movimiento*.

Las proporciones de participación son las medidas más sencillas de obtener y las más difundidas para el análisis por edad y sexo de la inserción de la población en la actividad económica. Su amplia difusión se debe al hecho de que para calcularlas se requiere la información disponible más común: la población total y la económicamente activa, clasificadas por edad y sexo. Las proporciones de participación son la base del cálculo de los años brutos y netos, así como de los métodos para elaborar la tabla de vida activa bajo la perspectiva simplificada (capítulo 2), las probabilidades retrospectivas de transición y las tasas de ingreso y retiro son la materia prima del enfoque de estados múltiples (capítulo 3). Debido a la importancia que revisten las proporciones de participación para este trabajo, dedicamos el primer acápite de este capítulo a su cálculo; los tres restantes acápites corresponden a los años brutos y netos de vida activa, y al final discutimos brevemente las limitaciones teóricas de la idea original de Woytinsky.

1.1 Proporciones de participación en la actividad

La proporción de participación en la actividad económica, o simplemente proporción de activos, se define como el cociente que resulta de dividir la población económicamente activa (PEA) entre la población total; y la proporción de no participación, o proporción de inactivos,

como la división de la población económicamente inactiva (PEI) entre la población total.[1] Claramente estas proporciones representan las fracciones de personas que trabajan y que no trabajan respectivamente. Con el fin de simplificar la exposición y la notación nos referiremos, como se hacía antaño, a la población económicamente *inactiva* en vez de población *no económicamente activa* como se la dado en llamar en años recientes.

Dejemos de lado momentáneamente las variables edad y sexo, y denotemos por P a la población total residente de un territorio específico en un momento dado en el tiempo, por PEA a su población económicamente activa y por PEI a la inactiva; entonces, las proporciones brutas de activos e inactivos —brutas porque no se distingue la edad— están dadas por:

$$A = \frac{PEA}{P} \quad \text{e} \quad I = \frac{PEI}{P}$$

Siendo la PEA y la PEI dos conjuntos mutuamente excluyentes y exhaustivos de la población total, tenemos:

$$P = PEA + PEI$$

con lo cual

$$A + I = \frac{PEA}{P} + \frac{PEI}{P} = \frac{P}{P} = 1 \tag{1.1}$$

Para ilustrar el cálculo de las proporciones brutas, considérese el censo de población de México de 2010, el cual captó 110 939 132 personas, de las cuales 48 135 861 constituían la PEA y los restantes 62 803 271 individuos la PEI.[2] Entonces, las proporciones brutas de activos y de inactivos son:

$$A = \frac{48\,135\,861}{110\,939\,132} = 0.4339 \;\text{ o }\; 43.4\% \qquad \text{e} \qquad I = \frac{62\,803\,271}{110\,939\,132} = 0.5661 \;\text{ o }\; 56.6\%$$

Se puede ver que mientras poco menos de la mitad de la población de México trabajaba en 2010, algo más de la mitad no lo hacía; y que algo menos de una tercera parte adicional ($1.3 = 56.6/43.4$) consumía el producto generado por la actividad económica. Esta interpretación es una buena medida de la dependencia económica en una sociedad.

Generalmente los niños no trabajan, aunque gocen íntegramente de sus facultades físicas y mentales, razón por la que, en una encuesta para captar la PEA, es común adoptar una edad mínima para que una persona pueda ser considerada económicamente activa; denotemos por

[1] Conocidas comúnmente como tasas de actividad, aquí se prefiere llamarlas proporciones, porque en la elaboración de la tabla de vida activa se utiliza el concepto de *tasa* más común en demografía: el promedio anual per cápita de eventos; donde un evento para fines de este estudio puede ser un ingreso a la actividad, un retiro de ella o bien una defunción.

[2] Se deja fuera toda la población que no especificó su edad. La condición de actividad no especificada se distribuyó proporcionalmente, para cada edad y sexo por separado (véase el anexo A).

β a esa edad mínima. En cada sociedad, el valor de β depende de la ley laboral vigente o bien de la costumbre; en el caso del censo de población de México de 2010, por ejemplo, se adoptó 12 años como la edad mínima para que una persona pudiera ser considerada como económicamente activa ($\beta = 12$).

Si ahora dividimos la PEA solo entre la población de β años o más de edad, y no entre la población total, tenemos una medida más refinada de la exposición al "riesgo" de trabajar, cociente que recibe precisamente el nombre de *proporción refinada* de participación en la actividad económica,[3] o simplemente proporción refinada de activos o inactivos, y cuyo valor está dado por:

$$A_{\beta+} = \frac{PEI_{\beta+}}{P_{\beta+}} \qquad \text{o} \qquad I_{\beta+} = \frac{PEI_{\beta+}}{P_{\beta+}}$$

donde $\beta+$ debe leerse "β años o más de edad". Si bien parece innecesario incorporar este subíndice en la PEA, porque la edad β es intrínseca a la definición de la PEA adoptada en la fuente de datos, la incluimos para homogeneizar la notación. De manera análoga a (1.1) se obtiene la igualdad para las proporciones refinadas:

$$A_{\beta+} + I_{\beta+} = 1$$

El censo de México de 2010 captó 84 927 468 personas de 12 años o más de edad (mínima para ser activo), de ahí las proporciones refinadas son:

$$A_{12+} = \frac{48\,135\,861}{84\,927\,468} = 0.5668 \;\text{ o }\; 56.7\% \qquad \text{e} \qquad I_{12+} = \frac{36\,791\,607}{84\,927\,468} = 0.4332 \;\text{ o }\; 43.3\%$$

No debe resultar novedoso para el lector que la participación masculina en la actividad económica sea mayor que la femenina, hecho observado casi a nivel mundial; por esto, el análisis de la participación de la población generalmente se inicia con la diferenciación por sexo. Para el caso del censo mexicano de 2010, las proporciones refinadas masculinas fueron:

$$A_{12+} = \frac{31\,233\,346}{40\,947\,872} = 0.7628 \;\text{ o }\; 76.3\% \qquad \text{e} \qquad I_{12+} = \frac{9\,714\,526}{40\,947\,872} = 0.2372 \;\text{ o }\; 23.7\%$$

y las femeninas:

$$A_{12+} = \frac{16\,902\,515}{43\,979\,596} = 0.3843 \;\text{ o }\; 38.4\% \qquad \text{e} \qquad I_{12+} = \frac{27\,077\,081}{43\,979\,596} = 0.6157 \;\text{ o }\; 61.6\%$$

Se puede ver que el nivel de participación masculina en México en 2010 representaba casi el doble que el de la femenina ($1.98 = 0.7628/0.3843$).

Sean ahora ${}_nP_x$, ${}_nPEA_x$ y ${}_nPEI_x$ la población total, activa e inactiva, respectivamente, entre las edades exactas x y $x+n$, con n medido en años. Las proporciones específicas de activos e inactivos para ese intervalo genérico de edades son:

$${}_nA_x = \frac{{}_nPEA_x}{{}_nP_x} \qquad \text{y} \qquad {}_nI_x = \frac{{}_nPEI_x}{{}_nP_x} \tag{1.2}$$

[3]Recientemente, algunos autores prefieren llamarla *tasa neta de participación*.

las cuales también cumplen la propiedad (1.1):

$$ {}_nA_x + {}_nI_x = 1 \tag{1.3} $$

independientemente de la longitud del intervalo de edades n.

Los datos por edad captados por el censo de población de México de 2010 se reproducen en el cuadro 1.1. Así por ejemplo, la proporción masculina entre 20 y 25 años de edad exacta (el grupo de edades cumplidas 20–24) es:

$$ {}_5A_{20} = \frac{3\,901\,659}{4\,813\,204} = 0.81062 $$

y la femenina entre 35 y 40 años (el grupo 35–39):

$$ {}_5A_{35} = \frac{2\,325\,144}{4\,328\,249} = 0.53720 $$

En las proporciones mostradas en el cuadro 1.1 y la gráfica 1.1 se puede ver una pauta casi mundial: la mayor participación masculina en todo el rango de edades. En México, en 2010, el nivel de participación de los varones fue más del doble que el de las mujeres —excepto entre 20 y 49 años—; la proporción aumenta conforme avanza la edad, superando el triple a partir de 65 años y excediendo 5 veces a partir de 85 años. En la gráfica 1.3 se incluye el número de veces que la proporción masculina excedía a la femenina en 2010.

Consideremos dos edades extremas avanzadas:

- el límite de la vida humana que denotaremos por ω, es decir, una edad a la cual nadie sobrevive.
- el límite de la participación en la actividad económica que denotaremos por θ, o sea, la edad a partir de la cual ya se han retirado de trabajar todos los activos.

En este trabajo, al tener en cuenta la marcada merma en las facultades físicas y mentales en la mayoría de las personas de edad avanzada, supondremos que nadie permanece activo a partir de 90 años en México, es decir, $\theta = 90$. Sea por la costumbre o por los sistemas de pensiones, en todas las sociedades θ es menor que ω.

Desagreguemos la PEA total en grupos de edad:

$$ PEA = \sum_{x=0}^{\omega-n} {}_nPEA_x = \sum_{x=0}^{\omega-n} {}_nP_x\, {}_nA_x $$

por lo tanto, la proporción bruta de participación es:

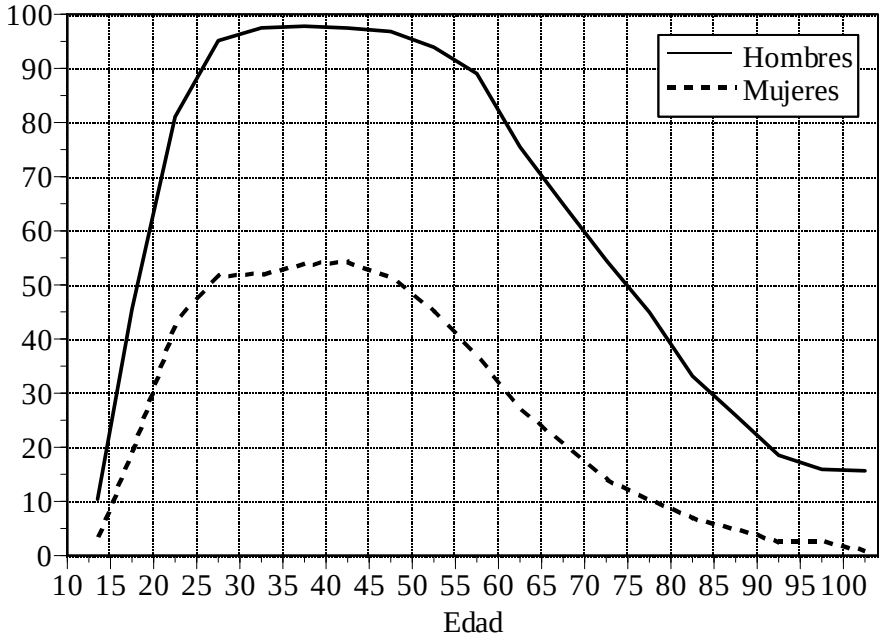
$$ A = \frac{PEA}{P} = \sum_{x=0}^{\omega-n} {}_nc_x\, {}_nA_x \tag{1.4} $$

Cuadro 1.1. México: Participación en la actividad económica por edad y sexo, 2010

Grupo de edad	Población			Proporción de:	
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	Activos (4)	Inactivos (5)
			Hombres		
12-14	3 291 591	342 532	2 949 059	0.104063	0.895937
15-19	5 520 121	2 514 672	3 005 449	0.455547	0.544453
20-24	4 813 204	3 901 659	911 545	0.810616	0.189384
25-29	4 205 975	4 000 944	205 031	0.951252	0.048748
30-34	4 026 031	3 925 291	100 740	0.974978	0.025022
35-39	3 964 738	3 877 858	86 880	0.978087	0.021913
40-44	3 350 322	3 265 207	85 115	0.974595	0.025405
45-49	2 824 364	2 734 346	90 018	0.968128	0.031872
50-54	2 402 451	2 256 253	146 198	0.939146	0.060854
55-59	1 869 537	1 664 674	204 863	0.890420	0.109580
60-64	1 476 667	1 114 819	361 848	0.754956	0.245044
65-69	1 095 273	711 018	384 255	0.649170	0.350830
70-74	873 893	476 781	397 112	0.545583	0.454417
75-79	579 689	260 480	319 209	0.449344	0.550656
80-84	355 277	117 800	237 477	0.331572	0.668428
85-89	197 461	51 127	146 334	0.258922	0.741078
90-94	68 130	12 632	55 498	0.185410	0.814590
95-99	25 920	4 122	21 798	0.159028	0.840972
100 o más	7 228	1 131	6 097	0.156475	0.843525
			Mujeres		
12-14	3 212 541	115 385	3 097 156	0.035917	0.964083
15-19	5 505 991	1 095 444	4 410 547	0.198955	0.801045
20-24	5 079 067	2 186 916	2 892 151	0.430574	0.569426
25-29	4 582 202	2 367 572	2 214 630	0.516689	0.483311
30-34	4 444 767	2 312 368	2 132 399	0.520245	0.479755
35-39	4 328 249	2 325 144	2 003 105	0.537202	0.462798
40-44	3 658 904	1 988 511	1 670 393	0.543472	0.456528
45-49	3 104 366	1 602 076	1 502 290	0.516072	0.483928
50-54	2 661 840	1 200 194	1 461 646	0.450889	0.549111
55-59	2 025 828	748 399	1 277 429	0.369429	0.630571
60-64	1 639 799	445 741	1 194 058	0.271827	0.728173
65-69	1 221 992	253 594	968 398	0.207525	0.792475
70-74	1 000 041	142 836	857 205	0.142830	0.857170
75-79	665 794	70 290	595 504	0.105573	0.894427
80-84	443 659	31 323	412 336	0.070602	0.929398
85-89	256 703	12 760	243 943	0.049707	0.950293
90-94	96 794	2 731	94 063	0.028215	0.971785
95-99	39 812	1 106	38 706	0.027781	0.972219
100 o más	11 247	125	11 122	0.011114	0.988886

Fuente: Cuadro A.3.

Gráfica 1.1. México: Proporciones de participación en la actividad económica por edad y sexo, 2010



Fuente: Cuadro 1.1.

donde ${}_nc_x = {}_nP_x/P$ es la distribución relativa de la población respecto a la edad o estructura etaria de la población, y el índice de la sumatoria se incrementa de acuerdo a la longitud de cada intervalo de edades (n), y no de uno en uno, como tradicionalmente se evalúan las sumatorias. Dado que

$$\sum_{x=0}^{\omega-n} {}_nc_x = 1$$

podemos extraer de (1.4) un conocido resultado del análisis demográfico: la proporción bruta de participación es la media de las proporciones específicas por edad (${}_nA_x$), ponderada por la estructura etaria de la población (${}_nc_x$).[4]

De manera análoga tenemos la proporción refinada de activos, acotada por la edad límite de participación θ:

$$A_{\beta+} = \sum_{x=\beta}^{\theta-n} {}_nc_{x,\beta+}\, {}_nA_x \tag{1.5}$$

donde ${}_nc_{x,\beta+} = {}_nP_x/{}_{\theta-\beta}P_\beta$ es la estructura etaria de la población de β a θ años de edad. Resultados semejantes se pueden obtener para las proporciones bruta y refinada de inactivos.

[4]Nótese que ${}_nA_x = 0$ si $x < \beta$ o $x \geq \theta$.

1.2 Supervivientes y tiempo vivido en la actividad

Denotemos por ℓ_x a los supervivientes a la edad exacta x del efectivo inicial de nacimientos o *rádix*, en una cohorte real o ficticia que no experimenta migración a lo largo de su existencia, por ejemplo, la cohorte de una tabla de mortalidad. El término real indica que las medidas observadas (proporciones, probabilidades o tasas) corresponden a una generación realmente observada; en cambio, ficticia es aquella cohorte en que se ligan las medidas por edad observadas en un momento o periodo corto de tiempo, formando una generación cuya experiencia sobre todo el rango de edades no necesariamente habrá experimentado ni experimentará alguna generación; como envejece pero no se mueve en el tiempo, es en este sentido que se habla de una cohorte ficticia o sintética. La inmensa mayoría de las aplicaciones de modelos demográficos en los países en vías de desarrollo corresponden a generaciones ficticias.

Sea ℓ_x^a la población económicamente activa y ℓ_x^i la inactiva entre los supervivientes ℓ_x. Cabe mencionar que, a lo largo del libro, los superíndices derechos a e i solo se refieren a *actividad* e *inactividad* económicas y, de ninguna manera, a exponentes. Si recordamos que actividad e inactividad económicas son dos conjuntos mutuamente excluyentes y exhaustivos de la población total, tenemos:

$$\ell_x^a + \ell_x^i = \ell_x \tag{1.6}$$

Sea α_x la proporción instantánea de activos e ι_x la de inactivos a la edad exacta x, es decir:

$$\alpha_x = \frac{\ell_x^a}{\ell x} \qquad \text{e} \qquad \iota_x = \frac{\ell_x^i}{\ell x}$$

o bien,

$$\ell_x^a = \ell_x\, \alpha_x \qquad \text{y} \qquad \ell_x^i = \ell_x\, \iota_x \tag{1.7}$$

y al dividir ambos lados de (1.6) entre ℓ_x, tenemos la versión de (1.1) para las proporciones instantáneas:

$$\alpha_x + \iota_x = 1 \tag{1.8}$$

Denotemos ahora por ${}_nL_x$ los años persona vividos por la cohorte entre las edades exactas x y $x+n$, por ${}_nL_x^a$ el tiempo vivido en la actividad y por ${}_nL_x^i$ en la inactividad. Sean $\ell(x)$ los sobrevivientes a la edad exacta x entera o fraccionaria; entonces, si y solo si x es un entero se tiene que $\ell(x) = \ell_x$, $\ell^a(x) = \ell_x^a$ y $\ell^i(x) = \ell_x^i$. Los valores de los años persona vividos son, entonces:

$$\begin{aligned}
{}_nL_x &= \int_x^{x+n} \ell(y)\, dy \\
{}_nL_x^a &= \int_x^{x+n} \ell^a(y)\, dy = \int_x^{x+n} \ell(y)\, \alpha(y)\, dy \\
{}_nL_x^i &= \int_x^{x+n} \ell^i(y) dy = \int_x^{x+n} \ell(y)\ \iota(y)\, dy
\end{aligned} \tag{1.9}$$

La interpretación de estas fórmulas es la siguiente. Sea dy un pequeño intervalo de tiempo medido en años (quizás una milésima de segundo aún es grande) tal que durante ese periodo el monto de supervivientes $\ell(y)$, $\ell^a(y)$ o $\ell^i(y)$ no cambia. Al cabo de ese pequeño intervalo, cada uno de los supervivientes vive dy años, y el conjunto vive un total de $\ell(y)\,dy$, $\ell^a(y)\,dy$ o $\ell^i(y)\,dy$ años. Como una integral definida es la suma sobre todos los pequeños intervalos que cubre el rango de variación (la edad y), las tres igualdades anteriores expresan los años persona vividos por la cohorte, en la actividad y en la inactividad, respectivamente, entre las edades exactas x y $x+n$.

Si sumamos ${}_nL^a_x$ y ${}_nL^i_x$ tenemos la extensión de (1.6) al caso del tiempo vivido:

$$ {}_nL^a_x + {}_nL^i_x = \int_x^{x+n} \ell(y)\,[\alpha(y)+\iota(y)]dy = \int_x^{x+n} \ell(y)\,dy = {}_nL_x \tag{1.10} $$

1.3 Años brutos de vida activa

Históricamente, surgieron primero los años netos de vida activa concebidos por John Durand (1948: 259–265). Debido a que en ocasiones no se cuenta con una tabla de mortalidad confiable, se prefiere retirar el efecto excluyente de la mortalidad y, dada la similitud con las tasas bruta y neta de reproducción, surge la propuesta de los *años brutos de vida activa* (United Nations, 1962: 17; Elizaga, 1979: 366). El indicador ha tenido amplia acogida, pues las proporciones de participación en la actividad por edad se derivan directamente de la información recabada en los censos de población, durante muchas décadas la única fuente de datos sobre la inserción de las personas en la actividad económica; incluso, aún hoy la única documentación en muchos países.

Supongamos que en el intervalo comprendido entre las edades β y θ la cohorte no experimenta mortalidad, es decir:

$$ \ell_x = \ell_\beta \qquad \beta \le x \le \theta $$

y supongamos también que las proporciones de activos e inactivos se mantienen constantes dentro de cada intervalo de edades de n años:

$$ \alpha_y = {}_nA_x \qquad \text{e} \qquad \iota_y = {}_nI_x \qquad \text{para } x \le y \le x+n \tag{1.11} $$

Si introducimos ambos supuestos en (1.9), los años persona vividos en la actividad y en la inactividad son:

$$ {}_n\widehat{L}^a_x = \int_x^{x+n} \ell_\beta\ {}_nA_x\,dy = n\,\ell_\beta\ {}_nA_x \qquad {}_n\widehat{L}^i_x = \int_x^{x+n} \ell_\beta\ {}_nI_x\,dy = n\,\ell_\beta\ {}_nI_x \quad \text{para} \quad \beta \le x \le \theta $$

donde el símbolo $\widehat{}$ indica que se omite el efecto excluyente de la mortalidad.

A partir de la edad x, los años que pasará la generación en la actividad y en la inactividad son:

$$\widehat{T}_x^a = \sum_{u=x}^{\theta-n} {}_n\widehat{L}_u^a = \ell_\beta \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nA_u \qquad \widehat{T}_x^i = \sum_{u=x}^{\theta-n} {}_n\widehat{L}_u^i = \ell_\beta \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nI_u$$

donde el índice de la sumatoria se incrementa de acuerdo a la longitud de cada intervalo de edades (n). Estos volúmenes de tiempo los vivirá toda la cohorte, por lo cual el promedio de años que cada persona espera pasar en la actividad y en la inactividad, o años brutos de vida activa e inactiva, son:

$$\widehat{e}_x^a = \frac{\widehat{T}_x^a}{\ell_x} = \frac{\widehat{T}_x^a}{\ell_\beta} = \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nA_u \qquad \widehat{e}_x^i = \frac{\widehat{T}_x^i}{\ell_x} = \frac{\widehat{T}_x^i}{\ell_\beta} = \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nI_u \tag{1.12}$$

donde la palabra *brutos* indica la omisión del riesgo de fallecer.

Al aplicar (1.12) para obtener los años brutos a las diferentes edades iniciales de todos los intervalos considerados, es necesario realizar tantas sumatorias como grupos de edad se tengan. Este largo proceso de cálculo se puede reducir sustancialmente mediante una propiedad de la sumatoria:

$$\begin{aligned} \widehat{e}_x^a &= \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nA_u = \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nA_x + \sum_{u=x+n}^{\theta-n} n\,{}_nA_u = n\,{}_nA_x + \widehat{e}_{x+n}^a \\ \widehat{e}_x^i &= \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nI_u = \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,{}_nI_x + \sum_{u=x+n}^{\theta-n} n\,{}_nI_u = n\,{}_nI_x + \widehat{e}_{x+n}^i \end{aligned} \tag{1.13}$$

Estas últimas ecuaciones son útiles, porque una vez determinados los años per cápita en cada grupo de edad ($n\,{}_nA_x$ o $n\,{}_nI_x$), a partir de los años brutos para el último intervalo ($\widehat{e}_\theta^a$ o $\widehat{e}_\theta^i$), mediante acumulación retrospectiva se obtienen los valores para las restantes edades.

Si sumamos los años brutos de vida activa e inactiva en (1.12) e incorporamos (1.3) se tiene:

$$\widehat{e}_x^a + \widehat{e}_x^i = \sum_{u=x}^{\theta-n} n\,[{}_nA_x + \ n\,{}_nI_x] = \sum_{u=x}^{\theta-n} n = \theta - x \tag{1.14}$$

una propiedad lógica, dado el supuesto de ausencia de la mortalidad y el hecho de que actividad e inactividad económicas son situaciones mutuamente excluyentes y exhaustivas de la población total.

En el cuadro 1.2 se muestran los pasos seguidos para determinar los años brutos de vida activa e inactiva para la población de México en 2010, y en la gráfica 1.2 se reproduce el patrón por edad. Una vez determinados los años per cápita en la actividad para cada intervalo de edades ($n\,{}_nA_x$), mediante la acumulación retrospectiva (1.13) se deducen los años

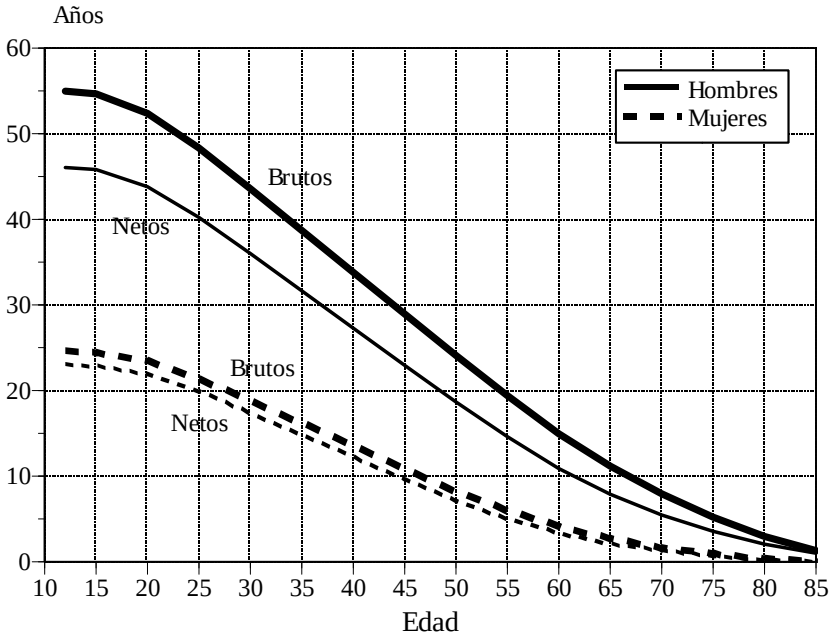
Cuadro 1.2. México: Cálculo de los años brutos de vida activa por sexo, 2010

Grupo de edad	Proporción de activos	Longitud del grupo	Años per cápita en la actividad	Años brutos de vida		Porcentaje de vida activa del total
				Activa	Inactiva	
	(1)	(2)	(3)=(1)×(2)	(4)	(5)	(6)[a]
			Hombres			
12-14	0.104063	3	0.3122	54.974	23.026	70.5
15-19	0.455547	5	2.2777	54.662	20.338	72.9
20-24	0.810616	5	4.0531	52.384	17.616	74.8
25-29	0.951252	5	4.7563	48.331	16.669	74.4
30-34	0.974978	5	4.8749	43.575	16.425	72.6
35-39	0.978087	5	4.8904	38.700	16.300	70.4
40-44	0.974595	5	4.8730	33.809	16.191	67.6
45-49	0.968128	5	4.8406	28.936	16.064	64.3
50-54	0.939146	5	4.6957	24.096	15.904	60.2
55-59	0.890420	5	4.4521	19.400	15.600	55.4
60-64	0.754956	5	3.7748	14.948	15.052	49.8
65-69	0.649170	5	3.2458	11.173	13.827	44.7
70-74	0.545583	5	2.7279	7.927	12.073	39.6
75-79	0.449344	5	2.2467	5.199	9.801	34.7
80-84	0.331572	5	1.6579	2.952	7.048	29.5
85-89	0.258922	5	1.2946	1.295	3.705	25.9
			Mujeres			
12-14	0.035917	3	0.1078	24.766	53.234	31.8
15-19	0.198955	5	0.9948	24.658	50.342	32.9
20-24	0.430574	5	2.1529	23.663	46.337	33.8
25-29	0.516689	5	2.5834	21.510	43.490	33.1
30-34	0.520245	5	2.6012	18.927	41.073	31.5
35-39	0.537202	5	2.6860	16.326	38.674	29.7
40-44	0.543472	5	2.7174	13.640	36.360	27.3
45-49	0.516072	5	2.5804	10.922	34.078	24.3
50-54	0.450889	5	2.2544	8.342	31.658	20.9
55-59	0.369429	5	1.8471	6.087	28.913	17.4
60-64	0.271827	5	1.3591	4.240	25.760	14.1
65-69	0.207525	5	1.0376	2.881	22.119	11.5
70-74	0.142830	5	0.7142	1.844	18.156	9.2
75-79	0.105573	5	0.5279	1.129	13.871	7.5
80-84	0.070602	5	0.3530	0.602	9.398	6.0
85-89	0.049707	5	0.2485	0.249	4.751	5.0

[a] 100×(4)/[(4)+(5)]

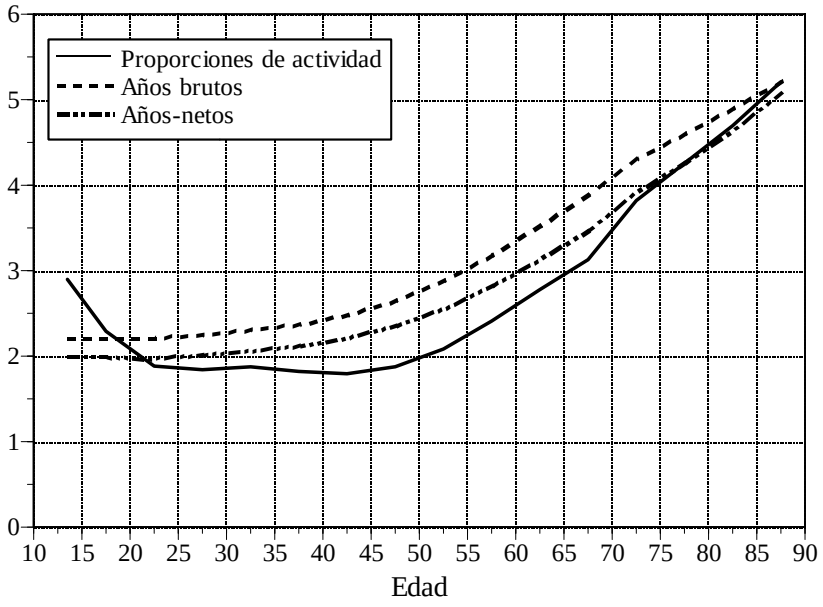
Fuente: Columna (4) del cuadro 1.1 para (1).

Gráfica 1.2. México: Años brutos y netos
de vida activa por edad y sexo, 2010



Fuente: Cuadros 1.2 y 1.4.

Gráfica 1.3. México: Número de veces que la participación
masculina supera a la femenina por edad, 2010



Fuente: Cuadros 1.1, 1.2 y 1.4.

brutos de vida activa para las restantes edades. Por ejemplo, los años brutos de vida activa masculina a los 65 años son:

$$\widehat{e}^a_{65} = 5\,{}_5A_{65} + \widehat{e}^a_{70} = 5 \times 0.64917 + 7.927 = 3.246 + 7.927 = 11.173$$

o los femeninos a los 25 años:

$$\widehat{e}^a_{25} = 5\,{}_5A_{25} + \widehat{e}^a_{30} = 5 \times 0.51669 + 18.927 = 2.583 + 18.927 = 21.510$$

y al despejar en (1.14) se tienen los años brutos de vida inactiva:

$$\widehat{e}^i_{25} = 90 - 25 - \widehat{e}^a_{25} = 65 - 21.510 = 43.490$$

Destaca nuevamente la mayor participación masculina: se puede observar en la gráfica 1.3 que dicho excedente proporcional es dos veces mayor en todas las edades, y es mayor también que el observado en las proporciones de participación en todo el rango etario. En la gráfica 1.4, se presenta el porcentaje de la vida restante que consumirá la actividad económica, donde se puede ver que el patrón comienza ascendiendo hasta alcanzar un máximo (20 años en ambos sexos) para luego descender de manera gradual hasta la última edad de participación. Esta pauta unimodal no es sino resultado del particular patrón por edad de las proporciones de participación (gráfica 1.1).

Ocurre con frecuencia que la fuente de datos reporta un grupo abierto terminal de edades,[5] con lo cual se desconoce la edad θ y es necesario fijarla de manera arbitraria. Supongamos que de alguna manera se ha fijado θ y que A_{z+} e I_{z+} —proporciones de activos e inactivos para el grupo abierto de z años o más de edad— permanecen invariantes entre z y θ; así, los años brutos de vida activa o inactiva a la edad z son:

$$\widehat{e}^a_z = (\theta - z)\, A_{z+} \quad \text{o} \quad \widehat{e}^i_z = (\theta - z)\, I_{z+} \tag{1.15}$$

y a partir de esos valores y mediante (1.13) se obtienen los años brutos para las edades iniciales de todos los intervalos considerados.

Si utilizamos las proporciones que se deducen directamente del censo de 2010 de México para el grupo de 85 años o más (0.231386 para hombres y 0.041391 para mujeres), en lugar de su apertura en grupos quinquenales hasta 100 años o más (véase el anexo A), hacemos $\theta = 90$ años y aplicamos (1.15);[6] para algunas edades seleccionadas los años brutos son:

[5] En los cuadros publicados en el censo de México de 2010, el rango de edades para la participación en la actividad económica concluye con el intervalo abierto de 85 años o más.

[6] En el numerador de la proporción en (1.2) sólo tomamos la PEA de 85-89 años para las proporciones de 85 años o más.

Edad	Hombres			Mujeres		
	Último grupo en las proporciones		Porcentaje de subestimación	Último grupo en las proporciones		Porcentaje de subestimación
	85 o más	100 o más		85 o más	100 o más	
12	54.836	54.974	0.3	24.724	24.766	0.2
25	48.193	48.331	0.3	21.469	21.510	0.2
50	23.958	24.096	0.6	8.300	8.342	0.5
85	1.157	1.295	10.6	0.207	0.249	16.7

Se advierte que fuera del intervalo abierto de edades (85 años o más) el sesgo es mínimo.

Si bien (1.15) parece ser un método rápido para obtener los años brutos de vida activa o inactiva a cualquier edad, no debe perderse de vista que esa solución solo es correcta en dos casos poco factibles:

i) Suponer que la proporción de participación a partir de cualquier edad (A_{x+}) se mantiene constante entre x y θ, supuesto que fácilmente se refuta al ver la pauta típica de participación por edad (gráfica 1.1).

ii) Suponer que entre las edades x y θ la estructura por edad es proporcional al tamaño del grupo o *rectangular* (${}_nc_{u,\theta-x} = n/[\theta - x],\ x \leq u \leq \theta - n$), con lo cual, por la generalización de (1.5) para cualquier edad:

$$A_{x+} = \sum_{u=x}^{\theta-n} \frac{n}{\theta - x}\ {}_nA_u = \frac{1}{\theta - x} \sum_{u=x}^{\theta-n} n\ {}_nA_u \qquad \text{e} \qquad I_{x+} = \frac{1}{\theta - x} \sum_{u=x}^{\theta-n} n\ {}_nI_u$$

de donde,

$$\widehat{e}_x^a = (\theta - x)\, A_{x+} \qquad \text{y} \qquad \widehat{e}_x^i = (\theta - x)\, I_{x+}$$

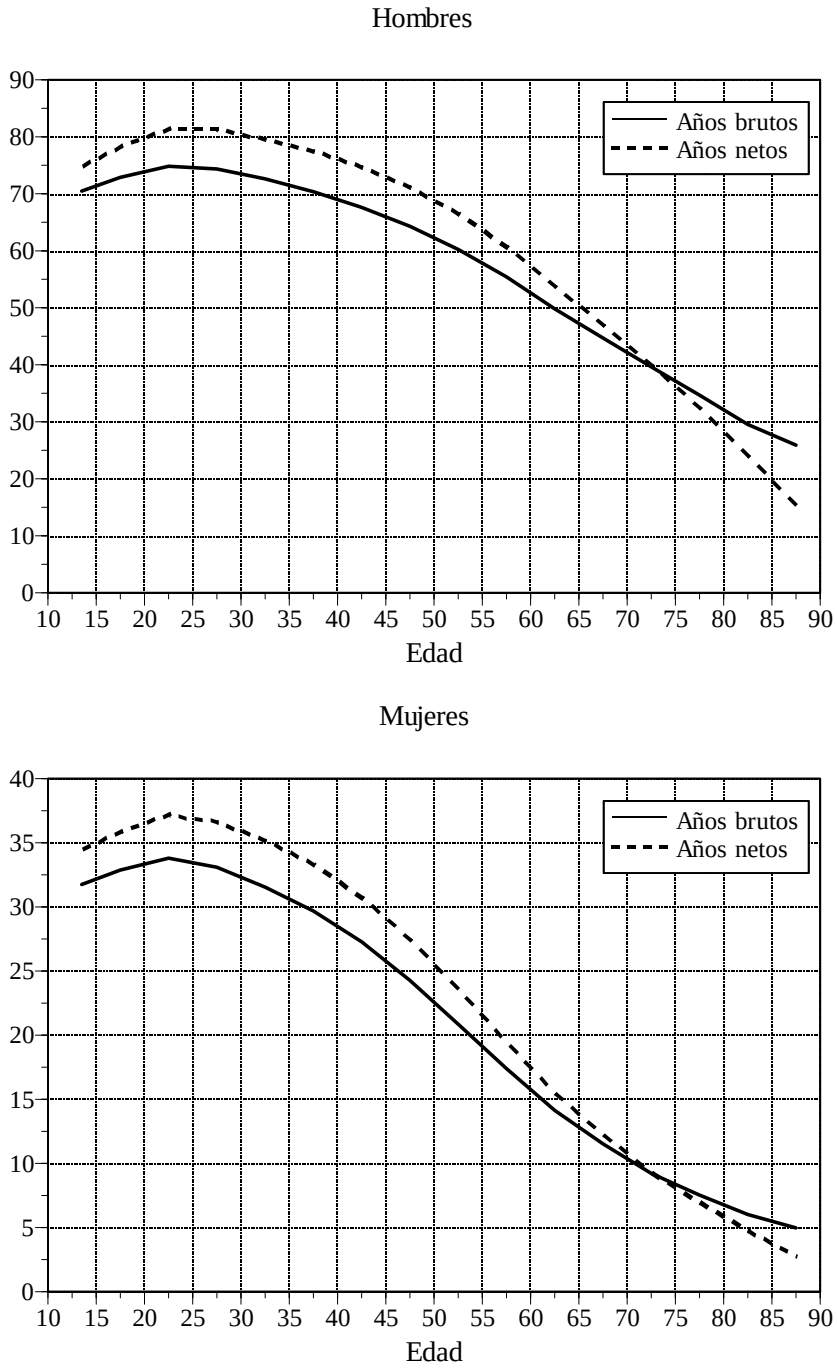
y realmente es difícil encontrar una distribución por edad rectangular de la población.

Como ejemplo de la distorsión que se tiene al estimar con (1.15) los años brutos para edades anteriores a θ, a los 12 años para México en 2010 tenemos $\widehat{e}_{12}^a = 78 \times 0.76421 = 59.609$ para hombres y $\widehat{e}_{12}^a = 78 \times 0.38553 = 30.072$ para mujeres. Al contrastar estas cifras con las del cuadro 1.2 se tiene una sobrestimación de 8.4% en los años brutos masculinos y de hasta 21.4% en los femeninos.

1.4 Años netos de vida activa

La ausencia de mortalidad es sin duda el supuesto más cuestionable cuando se pretende estimar la esperanza de vida activa con los años brutos. En busca de un esquema más realista, aceptemos la incidencia del riesgo de fallecer por edad y tomemos su patrón de una

Gráfica 1.4. México: Porcentaje de la vida restante que consumirá la actividad económica por edad y sexo, 2010



Fuente: Cuadros 1.2 y 1.4

tabla de mortalidad. Eso fue precisamente lo que hizo John Durand (1948: 259–265), y al ser el cálculo similar al de la tasa neta de reproducción en fecundidad, motivó que la nueva medida se denominara posteriormente como *años netos de vida activa* (United Nations, 1962: 18; Elizaga, 1979: 367). En ocasiones, la valoración de los años netos es algo más difícil que la evaluación de los años brutos, ya que —además de la información censal o de una encuesta por muestreo— se necesita una tabla de vida de donde se extrae la incidencia de la mortalidad por edad. En la mayor parte de los países latinoamericanos, y gracias a los esfuerzos de las oficinas de estadísticas y censos, se dispone de tablas de vida para la segunda mitad del siglo pasado y el primer decenio del presente, en buena medida por la asistencia facilitada por el Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía (CELADE), con lo cual es factible el cálculo de los años netos de vida activa e, incluso, la construcción de tablas de vida activa mediante los algoritmos que se presentan en los tres capítulos siguientes. Aquí ilustramos el procedimiento con los datos del censo de población de México de 2010.

Supongamos nuevamente que la proporción de participación en la actividad se mantiene constante dentro de cada grupo de edades, con lo cual, al incorporar (1.11) en (1.9), tenemos que los años-persona vividos en la actividad y en la inactividad son:

$$ {}_nL^a_x = \int_x^{x+n} \ell_y \, {}_nA_u \, dy = {}_nA_x \int_x^{x+n} \ell_y \, dy = {}_nL_x \, {}_nA_x \qquad {}_nL^i_x = {}_nL_x \, {}_nI_x \tag{1.16} $$

que por (1.3) claramente satisfacen la propiedad (1.10).

Al introducir (1.11), implícitamente suponemos que la mortalidad es igual para activos e inactivos. En efecto, dado el supuesto (1.11), tenemos para cualquier edad dentro del intervalo de edades exactas $[x, x+n)$ que:

$$ \ell^a_{x+y} = \ell_{x+y} \, {}_nA_x \qquad \text{y} \qquad \ell^i_{x+y} = \ell_{x+y} \, {}_nI_x \qquad \text{para} \;\; 0 \le y \le n $$

con lo cual suponemos que el ritmo de cambio —realmente de disminución— entre los supervivientes activos e inactivos está dado exclusivamente por el efecto de la mortalidad, pues es el mismo para toda la cohorte:

$$ \frac{\ell^a_{x+y}}{\ell^a_x} = \frac{\ell^i_{x+y}}{\ell^i_x} = \frac{\ell_{x+y}}{\ell_x} = {}_{y-x}p_x \qquad 0 \le y \le n $$

donde ${}_{y-x}p_x$ es la conocida probabilidad de supervivencia entre las edades exactas x y $x+y$ en la tabla de mortalidad.[7]

Los años que vivirá la cohorte en la actividad y en la inactividad a partir de la edad x son:

$$ T^a_x = \sum_{u=x}^{\omega-n} {}_nL^a_u \qquad \text{y} \qquad T^i_x = \sum_{u=x}^{\omega-n} {}_nL^i_u \tag{1.17} $$

[7] El supuesto de igual mortalidad para activos e inactivos es indispensable para algunos algoritmos que se presentan en los siguientes capítulos, donde se discute con detalle la suposición.

donde el índice de la sumatoria se incrementa de acuerdo a la longitud del intervalo (n), y si se incorpora (1.10) se tiene la extensión para los años-persona acumulados:

$$T_x^a + T_x^i = \sum_{u=x}^{\omega-n} [{}_nL_u^a + {}_nL_u^i] = \sum_{u=x}^{\omega-n} {}_nL_u = T_x \tag{1.18}$$

donde T_x es el tiempo vivido por la cohorte de la tabla de mortalidad a partir de la edad exacta x. Los valores de T_x^a o de T_x^i se pueden deducir de manera más rápida mediante la acumulación retrospectiva que se obtiene al descomponer la sumatoria:

$$T_x^a = {}_nL_x^a + \sum_{u=x+n}^{\omega-n} {}_nL_u^a = {}_nL_x^a + T_{x+n}^a \qquad T_x^i = {}_nL_x^i + T_{x+n}^i \tag{1.19}$$

Al dividir el tiempo vivido en la actividad o en la inactividad a partir de la edad x por los supervivientes a esa misma edad, se tiene el promedio de años que una persona de edad x espera pasar en la actividad o en la inactividad el resto de su vida, o años netos de vida activa o inactiva:

$$e_x^a = \frac{T_x^a}{\ell_x} \qquad \text{y} \qquad e_x^i = \frac{T_x^i}{\ell_x} \tag{1.20}$$

que por (1.18) satisfacen nuevamente la propiedad de cerradura:

$$e_x^a + e_x^i = \frac{T_x^a + T_x^i}{\ell_x} = \frac{T_x}{\ell_x} = e_x \tag{1.21}$$

donde e_x es la esperanza de vida a la edad x que se extrae de una tabla de mortalidad. El término *netos* se debe a la incorporación de la mortalidad. Esta propiedad es útil, porque basta con calcular los años netos de vida activa o inactiva para poder determinar los correspondientes a la situación opuesta, ya que seguramente se cuenta con las esperanzas de vida para todas las edades en la tabla de mortalidad que se utiliza.

En el cuadro 1.3 se muestra el cálculo de los años-persona vividos y en el cuadro 1.4 el de los años netos para la población de México en 2010. Por ejemplo, dada la proporción de participación femenina en el grupo de edades 30–34, al valorar (1.16) deducimos los años-persona vividos en la actividad:

$${}_5L_{30}^a = {}_5L_{30}\,{}_5A_{30} = 4\,860\,278 \times 0.520245 = 2\,528\,536$$

y al haber obtenido T_{35}^a mediante (1.19), los años-persona vividos a partir de los 30 años:

$$T_{30}^a = {}_5L_{30}^a + T_{35}^a = 2\,528\,536 + 14\,505\,208 = 17\,033\,744$$

de donde, por (1.20) tenemos los años netos de vida activa:

$$e_{30}^a = \frac{T_{30}^a}{\ell_{30}} = \frac{17\,033\,744}{974\,084} = 17.49$$

Cuadro 1.3. México: Cálculo de los años-persona vividos en la actividad y en la inactividad por edad y sexo, 2010

Grupo de edad	Años persona (1)	Proporción de activos (2)	Tiempo vivido en el grupo en la: Actividad (3)	Tiempo vivido en el grupo en la: Inactividad (4)	Tiempo vivido acumulado en la: Actividad (5)	Tiempo vivido acumulado en la: Inactividad (6)
			Hombres			
12-14	2 939 830	0.104063	305 927	2 633 903	45 165 584	15 076 072
15-19	4 882 068	0.455547	2 224 009	2 658 059	44 859 657	12 442 169
20-24	4 840 240	0.810616	3 923 575	916 665	42 635 648	9 784 110
25-29	4 779 189	0.951252	4 546 215	232 974	38 712 073	8 867 445
30-34	4 708 491	0.974978	4 590 674	117 817	34 165 858	8 634 471
35-39	4 631 960	0.978087	4 530 459	101 501	29 575 184	8 516 654
40-44	4 544 998	0.974595	4 429 532	115 466	25 044 725	8 415 153
45-49	4 436 894	0.968128	4 295 482	141 412	20 615 193	8 299 687
50-54	4 292 717	0.939146	4 031 489	261 228	16 319 711	8 158 275
55-59	4 094 012	0.890420	3 645 392	448 620	12 288 222	7 897 047
60-64	3 819 511	0.754956	2 883 564	935 947	8 642 830	7 448 427
65-69	3 447 691	0.649170	2 238 136	1 209 555	5 759 266	6 512 480
70-74	2 963 395	0.545583	1 616 777	1 346 618	3 521 130	5 302 925
75-79	2 370 254	0.449344	1 065 060	1 305 194	1 904 353	3 956 307
80-84	1 707 073	0.331572	566 018	1 141 055	839 293	2 651 113
85-89	1 055 432	0.258922	273 275	782 157	273 275	1 510 058
90 o más	727 901	0.000000	0	727 901	0	727 901
			Mujeres			
12-14	2 951 161	0.035917	105 997	2 845 164	22 745 579	43 210 860
15-19	4 910 013	0.198955	976 871	3 933 142	22 639 582	40 365 696
20-24	4 895 618	0.430574	2 107 928	2 787 690	21 662 711	36 432 554
25-29	4 879 222	0.516689	2 521 039	2 358 183	19 554 783	33 644 864
30-34	4 860 278	0.520245	2 528 536	2 331 742	17 033 744	31 286 681
35-39	4 835 153	0.537202	2 597 454	2 237 699	14 505 208	28 954 939
40-44	4 798 366	0.543472	2 607 776	2 190 590	11 907 754	26 717 240
45-49	4 742 323	0.516072	2 447 380	2 294 943	9 299 978	24 526 650
50-54	4 656 108	0.450889	2 099 387	2 556 721	6 852 598	22 231 707
55-59	4 523 918	0.369429	1 671 265	2 852 653	4 753 211	19 674 986
60-64	4 323 632	0.271827	1 175 278	3 148 354	3 081 946	16 822 333
65-69	4 026 562	0.207525	835 613	3 190 949	1 906 668	13 673 979
70-74	3 600 889	0.142830	514 315	3 086 574	1 071 055	10 483 030
75-79	3 023 173	0.105573	319 166	2 704 007	556 740	7 396 456
80-84	2 302 291	0.070602	162 545	2 139 746	237 574	4 692 449
85-89	1 509 413	0.049707	75 029	1 434 384	75 029	2 552 703
90 o más	1 118 319	0.000000	0	1 118 319	0	1 118 319

Fuente: Cuadro B.1 para (1) y cuadro 1.1 para (2).

y al despejar en (1.21) los de vida inactiva:

$$e^i_{30} = e_{30} - e^a_{30} = 49.61 - 17.49 = 32.12$$

En la gráfica 1.2 se puede ver claramente la disminución que origina la mortalidad en la vida media activa. Los años brutos masculinos a los 12 de edad, esto es, cuando la población comienza a incorporarse a la actividad económica, disminuyen en 16.2% (46.05 frente a 54.97) y los femeninos en 6.7% (23.11 frente a 24.77). El mayor riesgo de fallecer en los hombres en todo el rango de edades propicia que el excedente proporcional de hombres sobre mujeres en los años netos sea menor, como se puede apreciar en la gráfica 1.3; en cambio, la combinación del patrón por edad peculiar de la mortalidad humana con la pauta de participación particular, hace que los porcentajes de la vida restante, que una persona espera pasar trabajando valorados como años netos y brutos, se intersequen poco después de 70 años en ambos sexos, según se advierte en la gráfica 1.4.

Al separar el primer elemento de la sumatoria en (1.17), se puede ver que no es necesario conocer la edad θ cuando se tienen datos para un intervalo abierto terminal de edades:

$$T^a_x = \sum_{u=x}^{z-n} {}_5L^a_u + T^a_z \qquad \text{y} \qquad T^i_x = \sum_{u=x}^{z-n} {}_5L^i_u + T^i_z \tag{1.22}$$

donde, como establecimos arriba, z es la edad inicial del intervalo abierto. Los años-persona vividos a partir de la edad z se pueden obtener suponiendo que la proporción de participación se mantiene constante entre z y ω:

$$T^a_z = T_z\, A_{z+} \qquad \text{y} \qquad T^i_z = T_z\, I_{z+} \tag{1.23}$$

y los años netos a la edad z:

$$e^a_z = \frac{T^a_z}{\ell_z} = \frac{T_z\, A_{z+}}{\ell_z} = e_z\, A_{z+} \qquad \text{y} \qquad e^i_z = e_z\, I_{z+} \tag{1.24}$$

Si aplicamos este enfoque a las proporciones de 85 años o más publicadas para el censo de México en 2010, los resultados para algunas edades seleccionadas son:

Edad	Hombres			Mujeres		
	Último grupo en las proporciones		Porcentaje de sobres-timación	Último grupo en las proporciones		Porcentaje de sobres-timación
	85 o más	85-89		85 o más	85-89	
12	46.196	46.054	0.3	23.145	23.111	0.1
25	40.368	40.224	0.4	20.039	20.004	0.2
50	18.822	18.662	0.9	7.317	7.281	0.5
85	1.504	0.996	51.0	0.285	0.196	45.0

Igual que en los años brutos el error es despreciable, excepto a los 85 años, donde el aumento es de casi la mitad en ambos sexos.

De la misma manera que en los años brutos, la igualdad (1.24) no debe tomarse como un método rápido de estimación para cualquier edad x, pues su generalización, por un lado, enfrenta el refutable supuesto de invariabilidad en la proporción de participación entre x y θ, y por el otro, solo es válida en el caso poco probable de una estructura por edad estacionaria para la población (${}_nc_{u,x+} = {}_nL_u/T_x$):[8]

$$A_{x+} = \sum_{u=x}^{\omega-n} \frac{{}_nL_u}{T_x}\, {}_nA_u = \frac{1}{T_x} \sum_{u=x}^{\omega-n} {}_nL_u\, {}_nA_u = \frac{T_x^a}{T_x}$$

o bien,

$$T_x^a = T_x\, A_{x+}$$

y dividiendo ambos lados entre ℓ_x:

$$e_x^a = e_x\, A_{x+} \qquad \text{y} \qquad e_x^i = e_x\, I_{x+}$$

El error que se tiene al aplicar este procedimiento lo podemos ver al inicio de la vida activa en México en 2010. Los años netos de vida activa calculados de esa manera serían $e_{12}^a = 61.426 \times 0.76276 = 46.854$ para hombres y $e_{12}^a = 67.015 \times 0.38433 = 25.756$ para mujeres, un exceso de apenas 1.7% en el caso masculino, pero de 11.4% en el femenino respecto de las cifras del cuadro 1.4.[9]

Los años netos son indudablemente una mejor estimación de la esperanza de vida activa que los años brutos, porque incorporan el inevitable riesgo de morir. No obstante, los años netos —y también los brutos— tienen una restricción interpretativa: no se pueden diferenciar entre un activo o un inactivo a la edad en que se calcula la esperanza, porque en (1.12) y (1.20) dividimos el tiempo que vivirá la cohorte en la actividad entre el total de supervivientes ℓ_x, y no entre los activos ℓ_x^a o entre los inactivos ℓ_x^i.

Si bien pareciera que los años netos o la esperanza de vida activa para un activo de edad x es simplemente el cociente T_x^a/ℓ_x^a, en los siguientes capítulos veremos que es correcto solo en ciertas condiciones: los supuestos que adoptemos para la ocurrencia de los ingresos y de los retiros de la actividad en una tabla de vida activa.

1.5 La propuesta original de Woytinsky

El primer intento —documentado y publicado— de medir la duración de la vida activa se debe a Wladimir S. Woytinsky (1938: 261–263), quien asimiló la composición etaria de la

[8] Véase el acápite 1.5 adelante.

[9] Si tomamos las proporciones de participación de 12–89 años (0.76421 para hombres y 0.38553 para mujeres) en vez de 12 años o más, los años netos serían de 46.054 y 23.111, respectivamente, con sobrestimaciones de 1.9 y 11.8%, respectivamente.

Cuadro 1.4. México: Cálculo de los años netos de vida activa e inactiva por sexo, 2010

Grupo de edad	Super-vivientes	Tiempo vivido acumulado en la:		Años netos de vida:			Porcentaje vida activa del total
		Actividad	Inactividad	Total	Activa	Inactiva	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)[a]
			Hombres				
12-14	980 712	45 165 584	15 076 072	61.43	46.05	15.37	75.0
15-19	979 028	44 859 657	12 442 169	58.53	45.82	12.71	78.3
20-24	973 034	42 635 648	9 784 110	53.87	43.82	10.06	81.3
25-29	962 424	38 712 073	8 867 445	49.44	40.22	9.21	81.4
30-34	948 970	34 165 858	8 634 471	45.10	36.00	9.10	79.8
35-39	934 271	29 575 184	8 516 654	40.77	31.66	9.12	77.6
40-44	918 201	25 044 725	8 415 153	36.44	27.28	9.16	74.9
45-49	899 138	20 615 193	8 299 687	32.16	22.93	9.23	71.3
50-54	874 481	16 319 711	8 158 275	27.99	18.66	9.33	66.7
55-59	840 880	12 288 222	7 897 047	24.00	14.61	9.39	60.9
60-64	794 321	8 642 830	7 448 427	20.26	10.88	9.38	53.7
65-69	730 389	5 759 266	6 512 480	16.80	7.89	8.92	46.9
70-74	645 102	3 521 130	5 302 925	13.68	5.46	8.22	39.9
75-79	536 790	1 904 353	3 956 307	10.92	3.55	7.37	32.5
80-84	409 143	839 293	2 651 113	8.53	2.05	6.48	24.0
85-89	274 356	273 275	1 510 058	6.50	1.00	5.50	15.3
90 o más	151 936	0	727 901	4.79	0.00	4.79	0.0
			Mujeres				
12-14	984 199	22 745 579	43 210 860	67.02	23.11	43.90	34.5
15-19	983 189	22 639 582	40 365 696	64.08	23.03	41.06	35.9
20-24	980 664	21 662 711	36 432 554	59.24	22.09	37.15	37.3
25-29	977 534	19 554 783	33 644 864	54.42	20.00	34.42	36.8
30-34	974 084	17 033 744	31 286 681	49.61	17.49	32.12	35.3
35-39	969 835	14 505 208	28 954 939	44.81	14.96	29.86	33.4
40-44	963 860	11 907 754	26 717 240	40.07	12.35	27.72	30.8
45-49	954 882	9 299 978	24 526 650	35.42	9.74	25.69	27.5
50-54	941 100	6 852 598	22 231 707	30.90	7.28	23.62	23.6
55-59	919 897	4 753 211	19 674 986	26.56	5.17	21.39	19.5
60-64	887 523	3 081 946	16 822 333	22.43	3.47	18.95	15.5
65-69	838 867	1 906 668	13 673 979	18.57	2.27	16.30	12.2
70-74	767 666	1 071 055	10 483 030	15.05	1.40	13.66	9.3
75-79	667 820	556 740	7 396 456	11.91	0.83	11.08	7.0
80-84	536 845	237 574	4 692 449	9.18	0.44	8.74	4.8
85-89	381 892	75 029	2 552 703	6.88	0.20	6.68	2.9
90 o más	224 387	0	1 118 319	4.98	0.00	4.98	0.0

[a] 100×(5)/(4)

Fuente: Cuadro B.1 para (1) y (4) y cuadro 1.3 para (2) y (3).

PEA a la de una población estacionaria. Antes de comentar la propuesta de Woytinsky, revisemos primero este último concepto.

Si las tasas de fecundidad y mortalidad por edad permanecen invariables durante un largo periodo de tiempo, eventualmente se alcanza el estado estable, es decir, cuando la estructura por edad de la población permanece constante y el efectivo de personas crece a una tasa anual inalterable; el ritmo de crecimiento es resultado solo de la fecundidad y la mortalidad que desataron el proceso y en nada de la situación demográfica del pasado remoto cuando inició el proceso.

Cuando la concurrencia de la fecundidad y la mortalidad invariables arroja una tasa neta de reproducción unitaria, es decir, que una mujer se restituye exactamente al dejar solo una hija a lo largo de su periodo fértil (remplazo intergeneracional exacto), la población total no crece y las personas y eventos de cualquier edad y sexo también se mantienen constantes a lo largo del tiempo. A este último estado demográfico se le denomina *población estacionaria* (Lotka, 1976: 63-73).

Sean B los nacimientos constantes en cualquier año de una población estacionaria. La población de edad cumplida x es (Lotka, 1976: 68):

$$P_x = B\frac{L_x}{\ell_0}$$

donde ℓ_0 y L_x provienen de la tabla de mortalidad constante en el tiempo. Si equiparamos ese efectivo de nacimientos al rádix de la tabla de mortalidad $B = \ell_0$, la población estacionaria es:

$$P_x = L_x$$

Es por esta igualdad que a los años-persona vividos de la tabla de mortalidad también se les llama población estacionaria; y ℓ_x es la población estacionaria que alcanza la edad exacta x. La estructura por edad invariable en el tiempo es:

$$c_x = \frac{P_x}{\sum_{y=0}^{\omega-1} P_y} = \frac{L_x}{\sum_{y=0}^{\omega-1} L_y} = \frac{L_x}{T_0}$$

donde T_0 es la población estacionaria total, y la proporción de personas que alcanzan el aniversario x es:

$$c(x) = \frac{\ell_x}{T_0}$$

Podemos mover el origen a cualquier edad k posterior al nacimiento, por ejemplo, a la edad β inicial de participación. Así, la composición etaria de la población de k años o más de edad es:

$$c_{x,k} = \frac{L_x}{T_k} \quad \text{y} \quad c_k(x) = \frac{\ell_x}{T_k} \quad \text{para } x \geq k \tag{1.25}$$

La proporción de la población de x años o más de edad, entre aquellos de k años o más, por (1.25) es:

$$C_k(x) = \sum_{y=x}^{\omega-1} c_{x,k} = \frac{\sum_{y=x}^{\omega-1} L_y}{T_k}$$

de donde

$$T_k\, C_k(x) = \sum_{y=x}^{\omega-1} L_y$$

y, al despejar en (1.25):

$$L_x = T_k\, c_{x,k}$$

La esperanza de vida a la edad x en la tabla de mortalidad es $e_x = T_x/\ell_x$, con lo cual

$$e_x = \frac{T_x}{\ell_x} = \frac{\sum_{y=x}^{\omega-1} L_y}{\ell_x} = \frac{T_k\, C_k(x)}{T_k\, c_k(x)} = \frac{C_k(x)}{c_k(x)} \tag{1.26}$$

es decir, que —en una población estacionaria y solo en ella— podemos determinar la esperanza de vida a partir de la estructura por edad.

Debido a que, en la práctica, es difícil contar con la población que alcanza un aniversario (la edad exacta x), cuando los grupos de edad son cortos, el promedio de las proporciones contiguas por edad cumplida ofrece una estimación precisa del valor para la edad exacta:

$$c_k(x) = \frac{1}{2}\left[c_{x-1,k} + c_{x,k}\right]$$

y se puede cuantificar (1.26) para cualquier edad. Si tomamos la estructura por edad de la PEA, en lugar de la composición etaria de la población total, tenemos la propuesta de Woytinsky.

Al valor obtenido con (1.26), Woytinsky lo denominó *periodo esperado de trabajo*; sin embargo, equivale a la esperanza de vida activa —si se quiere años brutos o netos— para un activo, no para toda la población, de edad exacta x.

En su libro, Woytinsky utiliza los datos sobre participación en la actividad económica recabados en el censo de Estados Unidos de 1930. Al proponer el modelo representado por (1.26), argumenta que la composición etaria acumulada "no cambiará mucho en el futuro cercano" (Woytinsky, 1938: 262).

En realidad, en un periodo breve la estructura etaria de la población no cambia sustantivamente; sin embargo, aunque la estacionalidad es una condición suficiente de la invariabilidad en el tiempo de la mortalidad, la fecundidad y la migración, pero no necesaria, la ecuación (1.26) solo se puede probar matemáticamente en una población estrictamente estacionaria.

Si bien los años brutos y netos de vida activa, al usar las proporciones de participación en un momento dado, implican suponer estabilidad en la participación en la actividad económica tantos años atrás como sea la longitud del intervalo etario global de participación, no requiere restricciones demográficas tan rígidas como la construcción de (1.26).

En los años en que Woytinsky llevó a cabo su investigación aún no existían las computadoras, mucho menos las personales de la actualidad. Los cálculos debían hacerse en calculadoras mecánicas (manuales o eléctricas) y las gráficas a mano. Era costumbre obtener interpolaciones de la lectura visual de las líneas trazadas en la gráfica. Fue de esa manera que Woytinsky debió interpolar en la estructura etaria acumulada para determinar la proporción de la PEA en edades simples y evaluar (1.26), ya que en las publicaciones del censo norteamericano de 1930 se presentaron por grupos de edad.

En el cuadro 1.5 reproducimos sus estimaciones del periodo esperado de trabajo, y las comparamos con los años brutos y netos de vida activa valorados con los mismos datos, así como también con la esperanza de vida activa para un activo, calculados con la metodología que revisamos en el capítulo siguiente. Incluimos estas últimas esperanzas, porque referidas a un activo de edad x, se aproximan más a la idea de Woytinsky que los años brutos y netos.[10]

Desde luego que los residentes de Estados Unidos distaban mucho de asemejarse a una población estacionaria en 1930. La transición demográfica (cambio continuo de mortalidad y fecundidad) en pleno proceso, una migración masiva principalmente europea que databa del pasado reciente, y el efecto en la pirámide de edades de la mortalidad de los combatientes en la primera guerra mundial, daban cuenta de una estructura por edad distante de la estacionaria asociada a la tabla de mortalidad estadounidense de 1930. Además, al suponer que la composición etaria de la PEA fuera estacionaria, sería sensato suponer además que las proporciones de participación ${}_nA_x$ prevalecieran invariables en el tiempo. Esta última conjetura también se hubiera podido refutar en la época al contrastar los niveles de participación por edad y sexo en los censos norteamericanos de 1920 y 1930 (Edwards, 1933: 114), los cuales marcan cierta reducción —al cabo de la década— de los niveles de inserción en la actividad económica con alguna remuneración, acaso indicativo de los primeros efectos de la crisis económica de los años treinta del siglo pasado.

El efecto de suponer implícitamente una población estacionaria al calcular la esperanza de vida activa es evidente en el cuadro 1.5. En los hombres, salvo los años netos de vida activa, en todos los casos la estimación de Woytinsky es inferior; en las mujeres, en cambio, son mayores a los años brutos y netos, pero menores a las esperanzas desprendidas de la tabla de vida activa tradicional.

Las diferencias, a veces marcadas, se deben al alejamiento de la composición etaria de la PEA norteamericana en 1930 de una estacionaria asociada a su tabla de mortalidad. Si bien no exactamente el cociente T_x^a/ℓ_x^a, como veremos en el siguiente capítulo y por las consideraciones que hicimos en el último párrafo del acápite previo, las esperanzas de la

[10] Usamos la tabla de 1933, en vez de la correspondiente a 1930, ya que aquella es para toda la población de Estados Unidos, en cambio las disponibles para 1930 se refieren a razas específicas.

Cuadro 1.5. Estados Unidos: Diferentes estimaciones de la esperanza de vida activa, 1930

Edad	Propuesta de Woytinski (1)	Años brutos (2)	Años netos† (3)	Esperanza de vida activa para un activo* Sin mortalidad (4)	Con mortalidad† (5)
			Hombres		
20	36.4	53.6	40.9	56.2	42.3
25	32.1	49.8	37.0	51.2	38.0
30	27.8	45.1	32.9	46.2	33.7
35	23.2	40.2	28.7	41.2	29.4
40	19.3	35.3	24.6	36.2	25.2
45	15.4	30.5	20.6	31.3	21.2
50	13.6	25.6	16.8	26.5	17.4
55	11.6	20.8	13.2	22.0	13.9
60	9.1	16.1	9.7	17.9	10.8
65	6.7	11.6	6.6	14.2	8.2
			Mujeres		
20	17.3	12.9	10.5	31.4	25.5
25	17.9	10.8	8.5	29.5	23.1
30	21.0	9.0	7.1	32.4	25.5
35	18.7	7.6	6.0	31.9	25.2
40	16.5	6.4	5.0	28.4	22.0
45	14.3	5.3	4.0	24.6	18.7
50	12.1	4.2	3.1	20.7	15.3
55	9.7	3.2	2.3	17.3	12.3
60	8.4	2.3	1.6	14.2	9.8
65	6.8	1.5	1.0	11.3	7.6

* Véase el apartado 2.5.1 del capítulo 2 para el procedimiento de cálculo.
† Con la tabla de mortalidad de 1933 disponible en http://www.mortality.org.
Fuente: Woytinsky (1938) página 46 para (2) a (5) y página 80 para (1).

columna 5 del cuadro 1.5 serían la contraparte estacionaria más próxima a la concepción de Woytinsky.

Quizás influenciado por las investigaciones pioneras de Lotka sobre la composición etaria resultante de la dinámica demográfica y llevadas a cabo en el primer cuarto del siglo XX, Woytinsky supuso la escasa variabilidad en un periodo corto de tiempo de la estructura por edad de la PEA. Si bien rudimentario su enfoque, no podemos dejar de reconocer que, gracias a ese intento, Durand propuso como alternativa los años netos de vida activa y Wolfbein reaccionó creando la primera tabla de vida activa, cuya concepción general prevalece hasta nuestros días. Justo es reconocer que Wladimir Woytinsky, amén de un reconocido estudioso del empleo en el periodo entre las dos guerras mundiales, fue el precursor de la esperanza de vida activa como la conocemos en la actualidad.

2. La perspectiva tradicional

La primera tabla de vida activa fue, indudablemente, la diseñada por Seymour L. Wolfbein (1949), cuya idea general prevalece hasta nuestros días: en la tabla de vida activa, generada a partir de las proporciones de participación por edad, es necesario suponer que los ingresos y retiros de la actividad ocurren solo en intervalos complementarios del rango etario, pero no de manera simultánea. En su artículo pionero, Wolfbein (1949: 287) reconoce que, realmente, se trabaja con el saldo neto de entradas y salidas de la actividad; sin embargo, el supuesto enunciado arriba es ineludible para determinar las esperanzas de vida activa para activos e inactivos.

Los planteamientos originales de Wolfbein se han refinado con el paso de los años (Durand y Miller, 1969: 25–35; Camisa, 1969; Somoza, 1970; Rincón, 1977); sin embargo, debido al supuesto fundamental, generalmente se prefiere que la pauta etaria de la participación en la actividad sea unimodal, de tal suerte que no haya alternancia de ingresos y retiros para los distintos grupos por edad. A veces, incluso, se remueven una moda o más modas para evitar esa alternancia (por ejemplo, Cervera y Partida, 1977, con el patrón etario femenino), o bien se mantiene la alternancia de intervalos de edad —no necesariamente vecinos— con solo entradas o solo salidas, pero no ambas, como lo hace José Morelos (1967) para el censo de México de 1960. Retomo este punto al inicio del capítulo siguiente.

En la actualidad no es raro encontrar trabajos donde la tabla de vida activa se elabora con los principios estipulados por Wolfbein; es en ese sentido que me refiero al enfoque tradicional aquí.

Este capítulo inicia con la definición de la tabla de vida activa y los supuestos inherentes a su construcción, independientemente del enfoque que se elija. Una vez analizados los supuestos que subyacen a la construcción de la tabla de vida activa, procedemos a presentar las funciones biométricas que la componen. El segundo acápite está dedicado a la forma como se calculan los supervivientes y las proporciones instantáneas de participación. El modelo diseñado por Wolfbein, en esencia, es de estados múltiples, ya que da cuenta de los desplazamientos entre actividad e inactividad económica. Bajo este criterio, en el tercer acápite, al introducir las probabilidades de transición surge el problema de estimación que obliga a adoptar el supuesto fundamental del enfoque tradicional: la ocurrencia complementaria, mas no simultánea, de ingresos y retiros de la actividad.

En el cuarto acápite se presentan dos diferentes enfoques para deducir los años-persona vividos y las tasas de cambio de estado; el quinto se dedica a las esperanzas de vida; el sexto

al caso en que se considera diferente la mortalidad entre activos e inactivos; y en el último se discute someramente la idea original de Wolfbein.

2.1 Supuestos inherentes

La tabla de vida activa es un modelo probabilístico que describe la historia de la participación en la actividad económica de una cohorte, generalmente ficticia, hasta la muerte del último superviviente, bajo los siguientes cuatro supuestos:

i) *Markoviano*. Las propensiones a ingresar o a retirarse de la actividad o a fallecer solo dependen del estado —inactividad o actividad— de presencia al inicio de un intervalo de edades, y no de las situaciones previas de la persona.

ii) *Homogeneidad*. Esas propensiones son iguales para todos los supervivientes en el mismo estado al inicio de un intervalo de edades.

iii) *Independencia estocástica*. La propensión a fallecer no depende de las propensiones de ingreso o de retiro de la actividad, pero el riesgo de morir sí puede ser diferente entre activos e inactivos.

iv) *Cerradura*. Las salidas de la cohorte solo ocurren por mortalidad, es decir, la generación de la tabla no experimenta migraciones a lo largo de su existencia.

Estos cuatro supuestos se adoptan, por un lado, debido a la falta de datos que permitan evitarlos y, por otro, porque simplifican los procedimientos para construir la tabla de vida activa.

El supuesto de homogeneidad está presente en casi toda la medición demográfica, pues cuando se calcula una tasa, una probabilidad o una proporción, generalmente no se distingue a las personas que realmente están expuestas a experimentar un evento, de aquellas que no lo están, es decir, se considera homogénea a toda la población o a amplios grupos de personas ante el riesgo de experimentar un evento. Pretender evitar totalmente este supuesto nos puede llevar al inoperante caso de obtener medidas individuales de la propensión a sufrir el evento. En el caso de la tabla de vida activa, supondremos, por tanto, que los activos y los inactivos son dos grupos homogéneos independientes.

El supuesto markoviano, también presente en gran parte de la medición demográfica, equivale a aceptar que las personas olvidan su pasado. Se adopta porque es difícil —si no es que imposible— conseguir datos que permitan reconstruir las historias de la participación en la actividad económica de las personas. La propiedad de Markov se encuentra estrechamente asociada al supuesto de homogeneidad, pues si el riesgo de experimentar un evento no depende de la historia previa, es lógico suponer, por lo tanto, que esa exposición sea igual para todos los individuos que se encuentran en la misma situación —activo o inactivo— a una determinada edad. La independencia estocástica se acepta porque es difícil obtener

información que dé cuenta de un doble movimiento (ingreso-muerte o retiro-muerte) en un intervalo de tiempo. El supuesto de cerradura es inherente a la tabla de vida, de la cual tomamos la cohorte y la ley de mortalidad.

2.2 Supervivientes y proporciones instantáneas

Un supuesto adicional que tradicionalmente se hace, aunque no es necesario para elaborar una tabla de vida activa, es la *continuidad de la mortalidad* en la participación en la actividad, es decir, que el riesgo de fallecer no es diferente entre activos e inactivos. Realmente obtener patrones de mortalidad diferenciales por condición de participación no es fácil, pues seguramente se haría con tasas de mortalidad por edad, donde en el numerador se tendrían las defunciones captadas por el registro civil y en el denominador la población censada, siendo entonces necesario que el registro civil captara y publicara la condición de participación de la persona al momento de fallecer, y además que la definición de población económicamente activa fuera la misma en los censos de población y en las estadísticas vitales. En el acápite 2.6 retomamos el caso en que la mortalidad es distinta entre activos e inactivos; mientras mantendremos el supuesto de la continuidad de la mortalidad.

Denotemos por ℓ_x a los supervivientes a la edad exacta x del efectivo inicial de nacimientos o *rádix* de una tabla de mortalidad, por ℓ_x^a a los activos, por ℓ_x^i a los inactivos, por α_x a la proporción instantánea de activos a la edad exacta x y por ι_x a la proporción instantánea de inactivos. Cabe mencionar, igual que en el capítulo 1, que los superíndices derechos a e i solo se refieren a *actividad* e *inactividad* económicas y de ninguna manera a exponentes.

Como actividad e inactividad económicas son dos conjuntos mutuamente excluyentes y exhaustivos de la población total, tenemos la igualdad (1.6):

$$\ell_x^a + \ell_x^i = \ell_x \tag{2.1}$$

de la definición de proporción instantánea:

$$\alpha_x = \frac{\ell_x^a}{\ell_x} \qquad \text{e} \qquad \iota_x = \frac{\ell_x^i}{\ell_x}$$

las igualdades (1.7):

$$\ell_x^a = \ell_x\,\alpha_x \qquad \text{y} \qquad \ell_x^i = \ell_x\,\iota_x \tag{2.2}$$

y al dividir ambos lados de (2.1) por ℓ_x tenemos (1.8):

$$\alpha_x + \iota_x = 1 \tag{2.3}$$

El primer paso para construir la tabla de vida activa consiste en deducir los supervivientes activos e inactivos para cada una de las edades de corte de los grupos de edad en que se encuentren clasificados nuestros datos (generalmente múltiplos de cinco excepto para β).

Conocidos los supervivientes totales ℓ_x de una tabla de mortalidad, separarlos por condición de participación equivale —por (2.2)— a obtener las proporciones instantáneas α_x e ι_x. Con el fin de aprovechar al máximo la evidencia empírica de que disponemos, lo indicado es obtener las proporciones instantáneas a partir de las proporciones observadas por grupos de edad ${}_nA_x$. Para esto supongamos que la proporción para un intervalo etario es igual a la proporción instantánea para la edad media del grupo:

$$ {}_nA_x = \alpha_{x+n/2} \tag{2.4} $$

Conocidas las proporciones de participación para dos grupos de edad adyacentes, digamos de longitud h y n años, respectivamente, generalmente se sugiere una interpolación lineal para la estimación de la proporción instantánea:

$$ \begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_{x+h/2} + \tfrac{\alpha_{x+n/2}-\alpha_{x-h/2}}{x+n/2-(x-h/2)}\,[x-(x-h/2)] \\ &= {}_hA_x + \tfrac{{}_nA_{x-h}-{}_hA_x}{h+n}\,h = \tfrac{n\,{}_hA_{x-h}+h\,{}_nA_x}{h+n} \end{aligned} \tag{2.5} $$

y para el caso más común de intervalos de igual longitud ($h = n$):

$$ \alpha_x = \frac{{}_nA_{x-n} + {}_nA_x}{2} \tag{2.6} $$

Otra posibilidad es la interpolación geométrica:

$$ \alpha_x = \sqrt[h+n]{\left[{}_hA_{x-h}\right]^n \left[{}_nA_x\right]^h} $$

y para intervalos de igual longitud:

$$ \alpha_x = \sqrt{{}_nA_{x-n}\,{}_nA_x} $$

No obstante, debido a que la interpolación geométrica arroja siempre valores inferiores a la aritmética, la suma de las proporciones instantáneas α_x e ι_x (estas últimas valoradas con ${}_nI_x$) que se obtenga por interpolación geométrica será menor que uno, y por ende no satisfará (2.3), siendo necesario entonces algún tipo de escalamiento para cumplir con la propiedad de cerradura (2.3). En cambio, las proporciones instantáneas que se obtienen con la interpolación lineal (2.5 o 2.6) por la propiedad (1.3) satisfacen (2.3).[1]

Casos especiales son las edades extremas de participación: α_θ debe ser cero porque a partir de θ nadie permanece activo; en cambio, para la edad inicial algunos autores (Camisa, 1969; Cervera y Partida, 1977; Rincón, 1977) suponen que a la edad β una fracción de la población es económicamente activa y que la proporción es cero para algún intervalo previo —generalmente de un año ($h = 1$)—, es decir, ${}_hA_{\beta-h} = 0$, con lo cual, al aplicar (2.5):

$$ \alpha_\beta = \frac{h\,{}_nA_\beta}{h+n} \tag{2.7} $$

[1]Existen otras formas de interpolar, por ejemplo las funciones *spline cúbico* (Burden y Faires, 1988: 134–153).

Cuadro 2.1. México: Proporciones de participación por grupos de edad e instantáneas según sexo, 2010

Grupo de edad	Hombres		Mujeres	
	Grupo (1)	Instantánea (2)	Grupo (3)	Instantánea (4)
12-14	0.104063	0.000000	0.035917	0.000000
15-19	0.455547	0.235869	0.198955	0.097056
20-24	0.810616	0.633081	0.430574	0.314765
25-29	0.951252	0.880934	0.516689	0.473632
30-34	0.974978	0.963115	0.520245	0.518467
35-39	0.978087	0.976532	0.537202	0.528724
40-44	0.974595	0.976341	0.543472	0.540337
45-49	0.968128	0.971362	0.516072	0.529772
50-54	0.939146	0.953637	0.450889	0.483480
55-59	0.890420	0.914783	0.369429	0.410159
60-64	0.754956	0.822688	0.271827	0.320628
65-69	0.649170	0.702063	0.207525	0.239676
70-74	0.545583	0.597376	0.142830	0.175178
75-79	0.449344	0.497464	0.105573	0.124202
80-84	0.331572	0.390458	0.070602	0.088087
85-89	0.258922	0.295247	0.049707	0.060154
90 o más	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: Cuadro 1.1 para columnas (1) y (3).

La asignación de cualquier longitud h es arbitraria, y dado que un instante antes de la edad exacta β nadie es activo, h debiera ser tan pequeña como se pueda; entonces:

$$\lim_{h \to 0} {}_hA_{\beta-h} = \alpha_\beta = 0$$

opción que prefieren otros autores (Elizaga, 1979: 384; Willekens, 1980). Si bien esta última posibilidad parece entrar en contradicción con la definición de β como edad inicial de participación, nos parece más adecuada, pues permite que un instante después ya hayan ingresado personas a la actividad. A lo largo de este documento aceptaremos por lo tanto que $\alpha_\beta = 0$, e iremos inspeccionando gráficamente el efecto que la asignación arbitraria de h (de cero a uno) en (2.7) tiene en las diferentes medidas.

Retomando nuestros datos para México en 2010, en el cuadro 2.1 se presentan las proporciones instantáneas de participación obtenidas mediante interpolación lineal. Así, por ejemplo, al valorar (2.5) obtenemos la proporción instantánea masculina a los 15 años:

$$\alpha_{15} = \frac{5 \times {}_3A_{12} + 3 \times {}_5A_{15}}{3+5} = \frac{5 \times 0.104063 + 3 \times 0.455547}{8} = 0.235869$$

Cuadro 2.2. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total	Activos	Inactivos	Total	Activas	Inactivas
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 028	230 923	748 105	983 189	95 425	887 764
20	973 034	616 009	357 025	980 664	308 678	671 986
25	962 424	847 832	114 592	977 534	462 991	514 543
30	948 970	913 967	35 003	974 084	505 030	469 054
35	934 271	912 346	21 925	969 835	512 775	457 060
40	918 201	896 477	21 724	963 860	520 809	443 051
45	899 138	873 388	25 750	954 882	505 870	449 012
50	874 481	833 938	40 543	941 100	455 003	486 097
55	840 880	769 223	71 657	919 897	377 304	542 593
60	794 321	653 479	140 842	887 523	284 564	602 959
65	730 389	512 779	217 610	838 867	201 056	637 811
70	645 102	385 369	259 733	767 666	134 478	633 188
75	536 790	267 033	269 757	667 820	82 944	584 876
80	409 143	159 753	249 390	536 845	47 289	489 556
85	274 356	81 003	193 353	381 892	22 972	358 920
90	151 936	0	151 936	224 387	0	224 387

Fuente: Cuadro B.1 para (1) y (4).

y la femenina a los 40, mediante (2.6):

$$\alpha_{40} = \frac{{}_5A_{35} + {}_5A_{40}}{2} = \frac{0.537202 + 0.543472}{2} = 0.540337$$

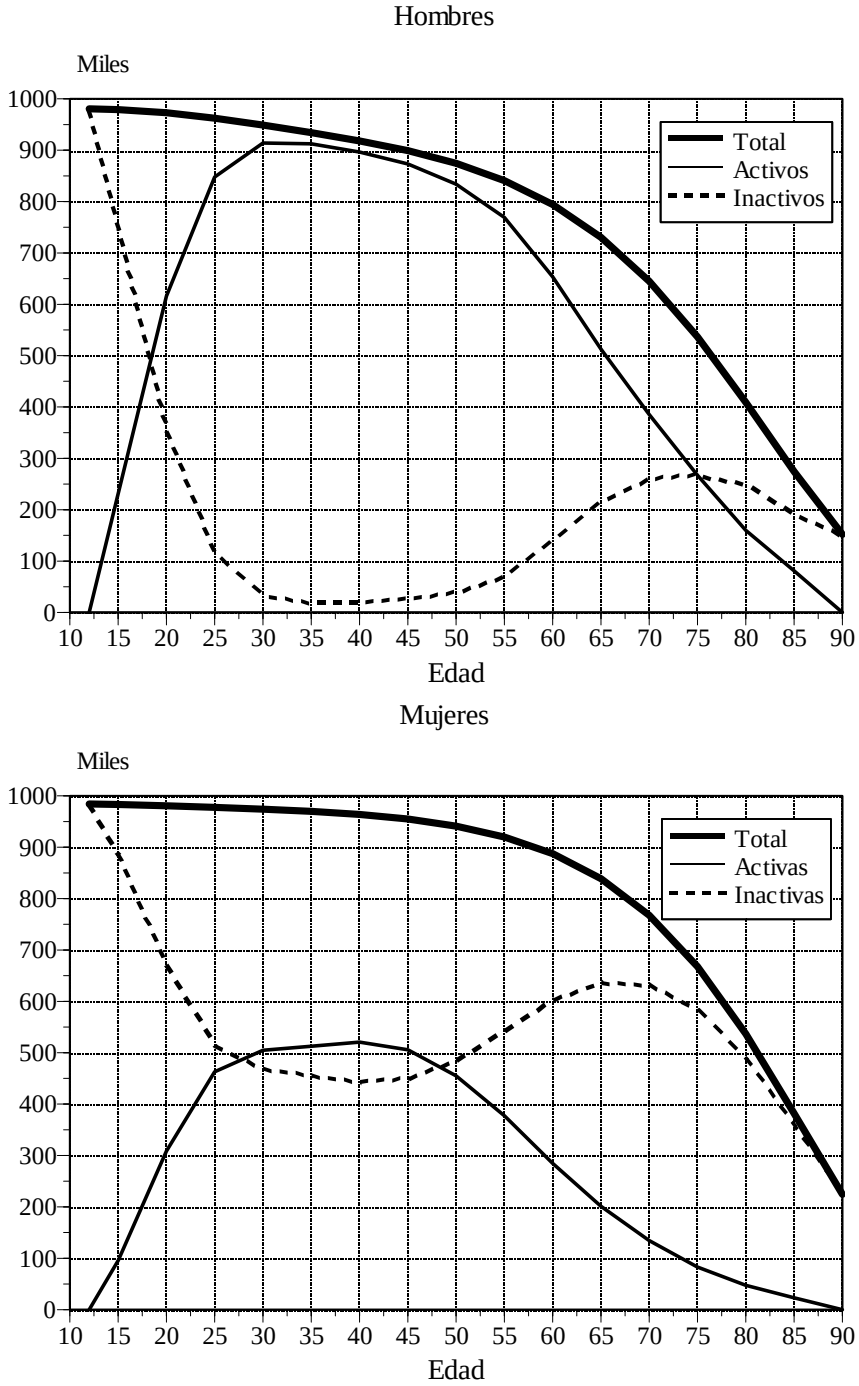
La pauta por edad es la misma que para las proporciones por grupos (gráfica 1.1), pues solo hemos interpolado entre ellas. Al despejar ι_x en (2.3) y aplicar (2.2) se tienen los supervivientes activos e inactivos, cuyos valores se muestran en el cuadro 2.2, y su comportamiento por edad se ilustra en la gráfica 2.1, siguiendo prácticamente el mismo patrón que para las proporciones de participación.

2.3 Probabilidades de transición. El supuesto fundamental

Sea ${}_np_x$ la probabilidad que un superviviente de edad exacta x tiene de vivir n años más, y ${}_nq_x$ la probabilidad que un superviviente de edad exacta x tiene de morir antes de n años. Ambas satisfacen la conocida propiedad de *cerradura* de la tabla de mortalidad:

$${}_np_x + {}_nq_x = 1 \tag{2.8}$$

Gráfica 2.1. México: Supervivientes en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010



Fuente: Cuadro 2.2.

Denotemos por ${}_np_x^{aa}$ a la probabilidad que un activo de edad exacta x tiene de sobrevivir en la actividad n años después, por ${}_np_x^{ai}$ la de sobrevivir en la inactividad, y por ${}_np_x^{ia}$ y ${}_np_x^{ii}$ la que un inactivo de edad exacta x tiene de sobrevivir en la actividad y en la inactividad, respectivamente, al cabo de n años.

Conviene aclarar que ${}_np_x^{ia}$ y ${}_np_x^{ai}$ no son probabilidades de ingreso y de retiro de la actividad, respectivamente, ni ${}_np_x^{aa}$ y ${}_np_x^{ii}$ probabilidades de permanecer en la actividad o en la inactividad, sino que solo expresan probabilidades de transición de uno de los estados (actividad o inactividad) al inicio de un periodo al otro estado —pudiendo ser el mismo— al final del intervalo. Esto es, supongamos que los supervivientes al cabo del periodo de n años pueden hacer un número finito de cambios durante el intervalo —incluido el cero— entre los estados actividad e inactividad económicas, entonces:

i) Si el monto de los movimientos es nulo o par, la persona se encuentra en el mismo estado al inicio y al final del intervalo, casos comprendidos en las probabilidades ${}_np_x^{aa}$ y ${}_np_x^{ii}$

ii) Si el monto de los movimientos es non, la persona se encuentra en estados opuestos al inicio y al final del intervalo, situaciones comprendidas en las probabilidades ${}_np_x^{ia}$ y ${}_np_x^{ai}$

Omitamos de momento el efecto excluyente de la mortalidad y denotemos las probabilidades de transición al estado puro como ${}_n\widehat{p}_x^{aa}$, ${}_n\widehat{p}_x^{ai}$, ${}_n\widehat{p}_x^{ia}$ y ${}_n\widehat{p}_x^{ii}$, donde el símbolo $\widehat{}$ indica la omisión de la mortalidad, al igual que en los años brutos de vida activa en el capítulo anterior. Ante la ausencia de migraciones (supuesto de *cerradura*), una persona solo se puede encontrar en la actividad o en la inactividad al final del periodo de n años; es claro entonces que, al haber omitido la mortalidad:

$$ {}_n\widehat{p}_x^{aa} + {}_n\widehat{p}_x^{ai} = 1 \qquad {}_n\widehat{p}_x^{ia} + {}_n\widehat{p}_x^{ii} = 1 \tag{2.9} $$

Por los supuestos de independencia estocástica y de continuidad de la mortalidad en la participación en la actividad, podemos establecer que:

$$ \begin{aligned} {}_np_x^{aa} &= {}_n\widehat{p}_x^{aa}\,{}_np_x \qquad & {}_np_x^{ai} &= {}_n\widehat{p}_x^{ai}\,{}_np_x \\ {}_np_x^{ia} &= {}_n\widehat{p}_x^{ia}\,{}_np_x \qquad & {}_np_x^{ii} &= {}_n\widehat{p}_x^{ii}\,{}_np_x \end{aligned} \tag{2.10} $$

y por (2.9):

$$ {}_np_x^{aa} + {}_np_x^{ai} = {}_np_x \qquad {}_np_x^{ia} + {}_np_x^{ii} = {}_np_x \tag{2.11} $$

Desde una óptica prospectiva, los activos (inactivos) a la edad exacta $x+n$ son aquellas personas que habiéndose ubicado en cualquiera de los estados (actividad o inactividad) n años antes, al cabo del intervalo se sitúan en la actividad (inactividad):

$$\begin{aligned} \ell^a_{x+n} &= \ell^a_x \, {}_np^{aa}_x + \ell^i_x \, {}_np^{ia}_x \\ \ell^i_{x+n} &= \ell^a_x \, {}_np^{ai}_x + \ell^i_x \, {}_np^{ii}_x \end{aligned} \tag{2.12}$$

de donde, por la conocida propiedad de la tabla de mortalidad:

$$\ell_{x+n} = \ell_x \, {}_np_x \tag{2.13}$$

al sustituir en (2.12) e incorporar (2.10):

$$\ell_x \, \alpha_{x+n} \, {}_np_x = \ell_x \, \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{aa}_x \, {}_np_x + \ell_x \, \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x \, {}_np_x$$

$$\ell_x \, \iota_{x+n} \, {}_np_x = \ell_x \, \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{ai}_x \, {}_np_x + \ell_x \, \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ii}_x \, {}_np_x$$

y dividir ambos lados entre $\ell_x \, {}_np_x$:

$$\begin{aligned} \alpha_{x+n} &= \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{aa}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x \\ \iota_{x+n} &= \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{ai}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ii}_x \end{aligned} \tag{2.14}$$

Si introducimos (2.9) en estas últimas ecuaciones:

$$\alpha_{x+n} = \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{aa}_x + \iota_x \, (1 - {}_n\widehat{p}^{ii}_x)$$

$$\iota_{x+n} = \alpha_x \, (1 - {}_n\widehat{p}^{aa}_x) + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ii}_x$$

aparentemente tenemos la solución al problema, pues es un sistema de dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas (${}_n\widehat{p}^{aa}_x$ y ${}_n\widehat{p}^{ii}_x$); sin embargo no tiene solución única, pues ambas ecuaciones no solo son linealmente dependientes, sino incluso la misma. En efecto, si sustituimos α_{x+n} por $1 - \iota_{x+n}$ (propiedad 2.3) en la primera ecuación, se obtiene la segunda, o bien, al sustituir ι_{x+n} por $1 - \alpha_{x+n}$ en la segunda, se llega a la primera. Hagámoslo con la primera:

$$\begin{aligned} 1 - \iota_{x+n} &= (1 - \iota_x) \, {}_n\widehat{p}^{aa}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x = {}_n\widehat{p}^{aa}_x - \iota_x \, ({}_n\widehat{p}^{aa}_x - {}_n\widehat{p}^{ia}_x) \\ &= 1 - {}_n\widehat{p}^{ai}_x - \iota_x \, (1 - {}_n\widehat{p}^{ai}_x - 1 + {}_n\widehat{p}^{ii}_x) = 1 - {}_n\widehat{p}^{ai}_x - \iota_x \, (- {}_n\widehat{p}^{ai}_x + {}_n\widehat{p}^{ii}_x) \end{aligned}$$

o bien

$$\iota_{x+n} = {}_n\widehat{p}^{ai}_x + \iota_x \left(- {}_n\widehat{p}^{ai}_x + {}_n\widehat{p}^{ii}_x \right) = (1 - \iota_x) \, {}_n\widehat{p}^{ai}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ii}_x = \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{ai}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ii}_x$$

La solución es entonces introducir alguna restricción, es decir, fijar arbitrariamente el valor de alguna de las probabilidades de transición al estado puro, y mediante (2.9) y (2.14) obtener las tres probabilidades restantes.

Si al cabo del periodo genérico de n años, la cohorte de la tabla de vida activa no hubiera experimentado transferencias entre la actividad y la inactividad, sino solo mortalidad, el monto esperado de activos al final del intervalo sería $\ell^a_x\, {}_np_x$, pero el verdadero efectivo fue ℓ^a_{x+n}; de donde, si el segundo excede al primero estamos en el caso en que los ingresos a la actividad superan a los retiros, y en la relación inversa las salidas exceden a las entradas. De esta conclusión extraemos el supuesto fundamental del *método tradicional* para construir tablas de vida activa (Wolfbein, 1949: 288–290): si el saldo neto (ingresos menos retiros) de intercambios entre la actividad y la inactividad económicas es positivo, se supone que solo hay ingresos a la actividad; si es negativo, se supone que solo hay retiros.

Al incorporar este supuesto en nuestras funciones biométricas, tenemos que solo hay ingresos cuando:

$$\ell^a_{x+n} - \ell^a_x\, {}_np_x > 0$$

o bien, al dividir ambos lados entre $\ell_x\, {}_np_x$:

$$\alpha_{x+n} - \alpha_x > 0 \qquad \text{si y solo si} \qquad \alpha_{x+n} > \alpha_x$$

Así, podemos concluir que:

$$\begin{aligned} &\text{si} \;\; \alpha_{x+n} > \alpha_x \quad \text{solo hay ingresos a la actividad} \\ &\text{si} \;\; \alpha_{x+n} < \alpha_x \quad \text{solo hay retiros de la actividad} \end{aligned} \tag{2.15}$$

Al revisar la gráfica 1.1, podemos ver que el supuesto es acorde con la pauta unimodal masculina —prácticamente mundial—, pues se supone que los ingresos ocurren solo antes de la moda (casi siempre entre 30 y 45 años), y los retiros solo acontecen después. Este supuesto además es congruente con el hecho de que casi la totalidad de los varones inactivos son personas física o mentalmente incapacitadas para trabajar y que difícilmente regresarán a la actividad después de la edad modal. El supuesto no parece adecuado para el caso femenino, ya que por roles propios de las mujeres en la sociedad —principalmente los asociados con la maternidad y crianza de los hijos—, ingresos y retiros suceden de manera simultánea a lo largo de la vida, lo cual se refleja muchas veces en pautas bimodales y hasta trimodales de participación femenina.[2]

El supuesto fundamental implica aceptar que en un intervalo de edades particular hay un solo movimiento (ingreso o retiro) o ninguno, pues de lo contrario ocurrirían ingresos y retiros simultáneamente; por lo tanto, en los grupos donde las proporciones aumentan se tiene que ${}_n\widehat{p}^{ai}_x = 0$, y donde disminuyen que ${}_n\widehat{p}^{ia}_x = 0$. De esta manera, las probabilidades de transición al estado puro, al introducir ambas restricciones en (2.9) y (2.14), se obtienen como:

[2] Véase la gráfica 3.1 en el siguiente capítulo, United Nations (1962: 27-35) o Durand (1975: 40–41).

i) Si $\alpha_{x+n} > \alpha_x$:

$$\begin{aligned} {}_n\widehat{p}_x^{aa} &= 1 & {}_n\widehat{p}_x^{ai} &= 0 \\ {}_n\widehat{p}_x^{ia} &= \tfrac{\alpha_{x+n}-\alpha_x}{\iota_x} & {}_n\widehat{p}_x^{ii} &= \tfrac{\iota_{x+n}}{\iota_x} \end{aligned} \tag{2.16}$$

ii) Si $\alpha_{x+n} < \alpha_x$:

$$\begin{aligned} {}_n\widehat{p}_x^{aa} &= \tfrac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x} & {}_n\widehat{p}_x^{ai} &= \tfrac{\alpha_x-\alpha_{x+n}}{\alpha_x} \\ {}_n\widehat{p}_x^{ia} &= 0 & {}_n\widehat{p}_x^{ii} &= 1 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Así, por ejemplo, para nuestros datos de México en 2010, la probabilidad de transición masculina de inactivo a activo de 25 a 30 años es:

$${}_5\widehat{p}_{25}^{ia} = \frac{\alpha_{30}-\alpha_{25}}{\iota_{25}} = \frac{0.963115-0.880934}{0.119066} = 0.690215$$

y la femenina de activa a inactiva entre 50 y 55 años:

$${}_5\widehat{p}_{50}^{ai} = \frac{\alpha_{50}-\alpha_{55}}{\alpha_{50}} = \frac{0.483480-0.410159}{0.483480} = 0.151654$$

Las probabilidades al estado puro y con mortalidad se presentan en el cuadro 2.3, y en la gráfica 2.2 se muestra el efecto que la selección de h tiene en (2.7).[3]

2.4 Años-persona vividos, eventos y tasas

Definamos por ${}_nL_x$ a los años-persona vividos entre las edades x y $x+n$ por los supervivientes de la tabla, y por ${}_nL_x^a$ y ${}_nL_x^i$ a los vividos en la actividad e inactividad, respectivamente, los cuales, dado que actividad e inactividad son dos conjuntos mutuamente excluyentes y exhaustivos de la población, satisfacen la igualdad (1.10):

$${}_nL_x = {}_nL_x^a + {}_nL_x^i \tag{2.18}$$

Sean ${}_nL_x^{aa}$ los años-persona vividos en la actividad entre las edades x y $x+n$ por los activos a la edad exacta x y ${}_nL_x^{ai}$ los pasados en la inactividad, y sean ${}_nL_x^{ia}$ y ${}_nL_x^{ii}$ los respectivos a los inactivos.

Desde una óptica retrospectiva, el tiempo vivido en la actividad (inactividad) serán los años-persona vividos en ella tanto por quienes eran activos como por quienes eran inactivos al inicio del intervalo genérico de n años:

$${}_nL_x^a = {}_nL_x^{aa} + {}_nL_x^{ia} \qquad \text{y} \qquad {}_nL_x^i = {}_nL_x^{ai} + {}_nL_x^{ii} \tag{2.19}$$

[3] Asignamos el valor de uno a la probabilidad ${}_3\widehat{p}_{12}^{aa}$ en el cuadro 2.3 para ser consistentes con (2.16), sin que esto altere los resultados obtenidos a lo largo del capítulo.

Cuadro 2.3. México: Probabilidades de transición, 2010

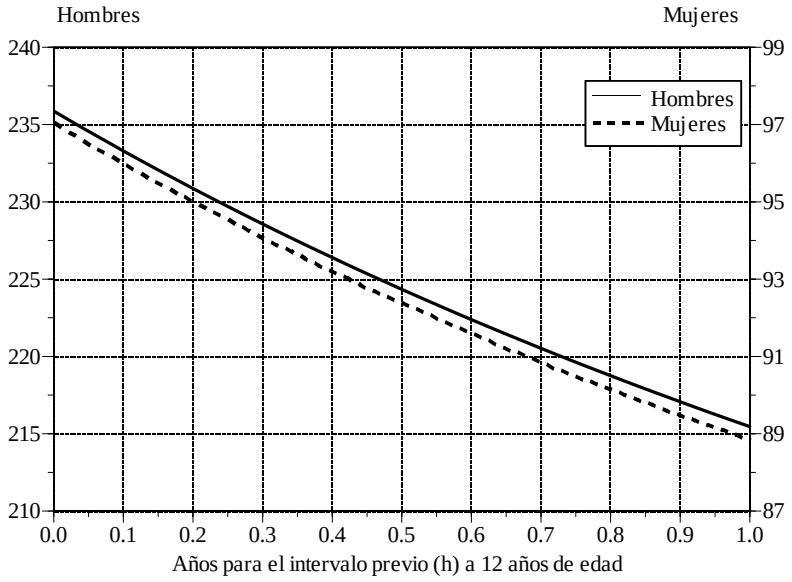
Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activo a:		Inactivo a:			Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)
					Hombres				
12-14	1.000000	0.000000	0.235869	0.764131	0.998283	0.998283	0.000000	0.235464	0.762819
15-19	1.000000	0.000000	0.519822	0.480178	0.993878	0.993878	0.000000	0.516639	0.477238
20-24	1.000000	0.000000	0.675498	0.324502	0.989096	0.989096	0.000000	0.668133	0.320964
25-29	1.000000	0.000000	0.690215	0.309785	0.986020	0.986020	0.000000	0.680566	0.305455
30-34	1.000000	0.000000	0.363759	0.636241	0.984511	0.984511	0.000000	0.358125	0.626387
35-39	0.999804	0.000196	0.000000	1.000000	0.982799	0.982606	0.000193	0.000000	0.982799
40-44	0.994900	0.005100	0.000000	1.000000	0.979239	0.974245	0.004994	0.000000	0.979239
45-49	0.981753	0.018247	0.000000	1.000000	0.972577	0.954831	0.017747	0.000000	0.972577
50-54	0.959257	0.040743	0.000000	1.000000	0.961575	0.922398	0.039177	0.000000	0.961575
55-59	0.899326	0.100674	0.000000	1.000000	0.944631	0.849531	0.095100	0.000000	0.944631
60-64	0.853377	0.146623	0.000000	1.000000	0.919513	0.784691	0.134822	0.000000	0.919513
65-69	0.850887	0.149113	0.000000	1.000000	0.883232	0.751530	0.131701	0.000000	0.883232
70-74	0.832748	0.167252	0.000000	1.000000	0.832100	0.692930	0.139171	0.000000	0.832100
75-79	0.784898	0.215102	0.000000	1.000000	0.762204	0.598253	0.163951	0.000000	0.762204
80-84	0.756155	0.243845	0.000000	1.000000	0.670563	0.507050	0.163513	0.000000	0.670563
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.553792	0.000000	0.553792	0.000000	0.553792

Cuadro 2.3
(Concluye)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activa a:		Inactiva a:			Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	(5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Activa (8)	Inactiva (9)
					Mujeres				
12-14	1.000000	0.000000	0.097056	0.902944	0.998973	0.998973	0.000000	0.096957	0.902017
15-19	1.000000	0.000000	0.241110	0.758890	0.997432	0.997432	0.000000	0.240491	0.756942
20-24	1.000000	0.000000	0.231843	0.768157	0.996808	0.996808	0.000000	0.231103	0.765705
25-29	1.000000	0.000000	0.085179	0.914821	0.996471	0.996471	0.000000	0.084878	0.911593
30-34	1.000000	0.000000	0.021300	0.978700	0.995638	0.995638	0.000000	0.021207	0.974431
35-39	1.000000	0.000000	0.024642	0.975358	0.993839	0.993839	0.000000	0.024491	0.969348
40-44	0.980447	0.019553	0.000000	1.000000	0.990685	0.971315	0.019371	0.000000	0.990685
45-49	0.912620	0.087380	0.000000	1.000000	0.985567	0.899448	0.086119	0.000000	0.985567
50-54	0.848346	0.151654	0.000000	1.000000	0.977471	0.829234	0.148237	0.000000	0.977471
55-59	0.781716	0.218284	0.000000	1.000000	0.964806	0.754204	0.210602	0.000000	0.964806
60-64	0.747521	0.252479	0.000000	1.000000	0.945178	0.706540	0.238638	0.000000	0.945178
65-69	0.730894	0.269106	0.000000	1.000000	0.915123	0.668858	0.246265	0.000000	0.915123
70-74	0.709004	0.290996	0.000000	1.000000	0.869936	0.616788	0.253148	0.000000	0.869936
75-79	0.709228	0.290772	0.000000	1.000000	0.803877	0.570132	0.233744	0.000000	0.803877
80-84	0.682895	0.317105	0.000000	1.000000	0.711363	0.485786	0.225577	0.000000	0.711363
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.587568	0.000000	0.587568	0.000000	0.587568

Fuente: Calculado con base en los cuadros 2.1 y B.1.

Gráfica 2.2. México: Probabilidades de pasar de inactivo a activo de 12 a 15 años de edad para distintos valores del intervalo etario previo a 12 años, 2010
(Probabilidades por mil)



Fuente: Elaborado con base en el cuadro 2.1.

Dado el supuesto de continuidad de la mortalidad en la participación en la actividad, cualquiera de los activos (inactivos) a la edad exacta x espera vivir en promedio ${}_nL_x/\ell_x$ años durante el periodo genérico n inmediato posterior, y todos en conjunto:

$$\ell_x^a \frac{{}_nL_x}{\ell_x} = {}_nL_x\,\alpha_x \qquad \text{y} \qquad \ell_x^i \frac{{}_nL_x}{\ell_x} = {}_nL_x\,\iota_x$$

de donde, desde un enfoque prospectivo:

$${}_nL_x^{aa} + {}_nL_x^{ai} = {}_nL_x\,\alpha_x \qquad \text{y} \qquad {}_nL_x^{ia} + {}_nL_x^{ii} = {}_nL_x\,\iota_x \tag{2.20}$$

Definamos por ${}_na_x$ a la proporción de activos en la cohorte de la tabla de vida activa —o proporción de activos de tabla— entre las edades x y $x+n$, y por ${}_ni_x$ a la de inactivos. Bajo razonamientos análogos a los seguidos para establecer (1.16), se tiene que:

$${}_na_x = \frac{{}_nL_x^a}{{}_nL_x} \qquad \text{y} \qquad {}_ni_x = \frac{{}_nL_x^i}{{}_nL_x} \tag{2.21}$$

de donde, por (2.18) tenemos el equivalente a (1.3) para las proporciones de tabla:

$${}_na_x + {}_ni_x = \frac{{}_nL_x^a +_n L_x^i}{{}_nL_x} = \frac{{}_nL_x}{{}_nL_x} = 1 \tag{2.22}$$

Escribamos como ${}_nd_x$ las defunciones ocurridas entre las edades x y $x+n$ entre los supervivientes de la tabla de vida, como ${}_nd_x^a$ los acaecidos en tanto activos, como ${}_nd_x^i$ los decesos en la inactividad y por ${}_nm_x$ la tasa de mortalidad que, por el supuesto de continuidad de la mortalidad, es igual para activos e inactivos.

Denotemos por ${}_nH_x^{ia}$ los ingresos a la actividad (el paso de *i*nactivo a *a*ctivo) y por ${}_nH_x^{ai}$ los retiros, y sean ${}_nm_x^{ia}$ y ${}_nm_x^{ai}$ las tasas de entrada y salida de la actividad, respectivamente. Por la definición de tasa en demografía, "el cociente que resulta de dividir los eventos ocurridos en un intervalo de tiempo entre los años-persona vividos por la población expuesta al riesgo durante el mismo intervalo", las tasas de ingreso y de retiro de la actividad y de mortalidad están dadas por:

$$ {}_nm_x^{ia} = \frac{{}_nH_x^{ia}}{{}_nL_x^i} \qquad {}_nm_x^{ai} = \frac{{}_nH_x^{ai}}{{}_nL_x^a} \qquad {}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x} \tag{2.23} $$

Por el supuesto de continuidad en la mortalidad y (2.21), las defunciones de activos e inactivos son:

$$ {}_nd_x^a = {}_nL_x^a\,{}_nm_x = {}_nL_x\,{}_na_x\,{}_nm_x = {}_nd_x\,{}_na_x \qquad {}_nd_x^i = {}_nd_x\,{}_ni_x \tag{2.24} $$

y por (2.22):

$$ {}_nd_x^a + {}_nd_x^i = {}_nd_x\,({}_na_x + {}_ni_x) = {}_nd_x \tag{2.25} $$

Finalmente, al introducir el principio de la ecuación compensadora o del balance demográfico, esto es, que el volumen de activos (inactivos) al final del intervalo de edades es igual al monto de activos (inactivos) al inicio, más los ingresos (retiros), menos los retiros (ingresos) y menos las defunciones ocurridas en la actividad (inactividad), tenemos que:

$$ \ell_{x+n}^a = \ell_x^a + {}_nH_x^{ia} - {}_nH_x^{ai} - {}_nd_x^a \qquad \ell_{x+n}^i = \ell_x^i + {}_nH_x^{ai} - {}_nH_x^{ia} - {}_nd_x^i \tag{2.26} $$

2.4.1 El enfoque de los eventos

i) Si $\alpha_{x+n} > \alpha_x$

Determinemos primero los años-persona vividos. Debido a la ausencia de retiros se tiene que ${}_nL_x^{ai} = 0$, con lo cual por (2.20) y (2.21):

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{aa} &= {}_nL_x\,\alpha_x \\ {}_nL_x^{ai} &= 0 \\ {}_nL_x^{ia} &= {}_nL_x^a - {}_nL_x\,\alpha_x = {}_nL_x\,({}_na_x - \alpha_x) \\ {}_nL_x^{ii} &= {}_nL_x^i = {}_nL_x\,{}_ni_x \end{aligned} \tag{2.27} $$

con lo que el problema se reduce a obtener los valores de ${}_na_x$ e ${}_ni_x$. Lo indicado es suponer que son iguales a las proporciones de participación observadas (${}_na_x = {}_nA_x$ e ${}_ni_x = {}_nI_x$), pues son las medidas empíricas a partir de las cuales se construye la tabla de vida activa. No

obstante, los años-persona deben ser una cantidad positiva, con lo cual, para obtener ${}_nL_x^{ia}$ se requiere que ${}_nA_x = {}_na_x > \alpha_x$. ¿Cuándo ocurre lo contrario? Cuando ${}_nA_x$ queda fuera del intervalo acotado por las proporciones instantáneas:

$$ {}_nA_x < \alpha_x < \alpha_{x+n} $$

o bien, al sustituir (2.6):

$$ {}_nA_x < \frac{{}_nA_{x-n} + {}_nA_x}{2} < \frac{{}_nA_x + {}_nA_{x+n}}{2} $$

restar ${}_nA_x/2$ en los tres componentes:

$$ \frac{{}_nA_x}{2} < \frac{{}_nA_{x-n}}{2} < \frac{{}_nA_{x+n}}{2} $$

y multiplicar por dos:

$$ {}_nA_x < {}_nA_{x-n} < {}_nA_{x+n} $$

es decir, alrededor de un valle (mínimo relativo), con lo cual el patrón de participación por edad debe tener al menos dos modas: monótono creciente de β a la primera moda y monótono decreciente de la última moda a θ.

En el caso de una pauta unimodal —como las de ambos sexos en nuestro ejemplo de México en 2010—, queda garantizado que la proporción para el grupo de edad supera a la instantánea al inicio en todo intervalo ascendente ($\alpha_x < \alpha_{x+n}$). Ante la posibilidad de una pauta con al menos un valle, para asegurarnos que los años-persona sean una cantidad positiva hagamos:

$$ {}_na_x = \begin{cases} {}_nA_x & \text{si } {}_nA_x > \alpha_x \\ \frac{\alpha_x + \alpha_{x+n}}{2} & \text{si } {}_nA_x < \alpha_x \end{cases} \tag{2.28} $$

Nótese que en el segundo caso por (2.6):

$$ {}_na_x = \frac{\alpha_x + \alpha_{x+n}}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{{}_nA_{x-n} + {}_nA_x}{2} + \frac{{}_nA_x + {}_nA_{x+n}}{2}\right] = \frac{{}_nA_{x-n} + 2\,{}_nA_x + {}_nA_{x+n}}{4} $$

es decir, una media ponderada de las proporciones de participación observadas alrededor del intervalo etario de interés, donde el peso mayor (la mitad) corresponde precisamente al intervalo que se está estimando.

Los ingresos a la actividad se pueden valorar al dividirlos en dos conjuntos: aquellos que sobreviven al final del periodo (a la edad $x+n$) y aquellos que fallecen durante el intervalo. Ante la ausencia de retiros de la actividad, el saldo neto de intercambios $\ell^a_{x+n} - \ell^a_x\,{}_np_x$ al final del periodo corresponde a los ingresos supervivientes; y por el supuesto de continuidad de la mortalidad y la definición de tasa, las defunciones son ${}_nL_x^{ia}\,{}_nm_x$, con lo cual por (2.27):

$$
\begin{aligned}
{}_nH_x^{ia} &= \ell_{x+n}^a - \ell_x^a\,{}_np_x + {}_nL_x^{ia}\,{}_nm_x = \ell_{x+n}^a - \ell_x^a\,{}_np_x + {}_nL_x\,{}_nm_x\,({}_na_x - \alpha_x) \\
&= \ell_{x+n}^a - \ell_x^a\,{}_np_x + {}_nd_x\,({}_na_x - \alpha_x) = \ell_{x+n}^a - \ell_x^a\,{}_np_x + {}_nd_x^a - \ell_x^a\,{}_nq_x
\end{aligned}
$$

o bien

$$
{}_nH_x^{ia} = \ell_{x+n}^a - \ell_x^a + {}_nd_x^a \tag{2.29}
$$

que también pudimos haber obtenido al despejar en la primera ecuación compensadora en (2.26) y hacer nulos los retiros de la actividad (${}_nH_x^{ai} = 0$).

ii) Si $\alpha_{x+n} < \alpha_x$

Dada la ausencia de ingresos, los años-persona vividos son:

$$
\begin{aligned}
{}_nL_x^{aa} &= {}_nL_x^a = {}_nL_x\,{}_na_x \\
{}_nL_x^{ai} &= {}_nL_x^i - {}_nL_x\,\iota_x = {}_nL_x\,({}_ni_x - \iota_x) = {}_nL_x\,(\alpha_x - {}_na_x) \\
{}_nL_x^{ia} &= 0 \\
{}_nL_x^{ii} &= {}_nL_x\,\iota_x
\end{aligned} \tag{2.30}
$$

y si se supone que las proporciones de tabla son iguales a las observadas, es necesario que $\alpha_x > {}_na_x = {}_nA_x$ para que ${}_nL_x^{ai}$ sea positivo. Lo contrario ocurre ahora cuando:

$$
{}_nA_x > \alpha_x > \alpha_{x+n}
$$

o bien, al sustituir (2.6)

$$
{}_nA_x > \frac{{}_nA_{x-n} + {}_nA_x}{2} > \frac{{}_nA_x + {}_nA_{x+n}}{2}
$$

de donde

$$
{}_nA_x > {}_nA_{x-n} > {}_nA_{x+n}
$$

es decir, alrededor de una cima o moda (máximo relativo). Al adoptar el equivalente a (2.28):

$$
{}_na_x = \begin{cases} {}_nA_x & \text{si } {}_nA_x < \alpha_x \\ \frac{\alpha_x + \alpha_{x+n}}{2} & \text{si } {}_nA_x > \alpha_x \end{cases} \tag{2.31}
$$

Nuevamente en el segundo caso:

$$
{}_na_x = \frac{{}_nA_{x-n} + 2\,{}_nA_x + {}_nA_{x+n}}{4}
$$

Las ecuaciones (2.31) garantizan que ${}_nL_x^{ai}$ es positivo.

El saldo neto de intercambios $\ell_x^a\,{}_np_x - \ell_{x+n}^a$ al final del periodo corresponde ahora a los retiros supervivientes, y ${}_nL_x^{ai}\,{}_nm_x$ a sus defunciones, con lo cual por (2.30):

$$
\begin{aligned}
{}_nH_x^{ai} &= \ell_x^a\,{}_np_x - \ell_{x+n}^a + {}_nL_x^{ai}\,{}_nm_x = \ell_x^a\,{}_np_x - \ell_{x+n}^a + {}_nL_x\,{}_nm_x\,(\alpha_x - {}_na_x) \\
&= \ell_x^a\,{}_np_x - \ell_{x+n}^a + {}_nd_x\,(\alpha_x - {}_na_x) = \ell_x^a\,{}_np_x - \ell_{x+n}^a + \ell_x^a\,{}_nq_x - {}_nd_x^a
\end{aligned}
$$

o bien

$$
{}_nH_x^{ai} = \ell_x^a - \ell_{x+n}^a - {}_nd_x^a \tag{2.32}
$$

que también pudimos haber obtenido al despejar en la ecuación compensadora (2.26) y considerar nulos los ingresos (${}_nH_x^{ia} = 0$). Incluso, si sustituimos (2.1) y (2.25) en (2.32), llegamos a una ecuación de la misma estructura que (2.29) para los inactivos:

$$
{}_nH_x^{ai} = \ell_x - \ell_x^i - \ell_{x+n} + \ell_{x+n}^i - {}_nd_x + {}_nd_x^i = \ell_{x+n}^i - \ell_x^i + {}_nd_x^i
$$

por la conocida relación de la tabla de mortalidad ${}_nd_x = \ell_x - \ell_{x+n}$.

En el caso de México en 2010, ambos patrones de participación son unimodales, con lo cual para cualquier intervalo de edades ascendente hacemos ${}_na_x = {}_nA_x$. Por ejemplo, para las mujeres entre 25 y 30 años de edad, con los datos de los cuadros 1.3, 2.1 y 2.2, y evaluando (2.21) y (2.27):

$$
\begin{aligned}
{}_5L_{25}^a &= {}_5L_{25}\,{}_5a_{25} = 4\,879\,222 \times 0.516689 = 2\,521\,038 \\
{}_5L_{25}^i &= {}_5L_{25} - {}_5L_{25}^a = 4\,879\,222 - 2\,521\,038 = 2\,358\,184 \\
{}_5L_{25}^{aa} &= {}_5L_{25}\,\alpha_{25} = 4\,879\,222 \times 0.473632 = 2\,310\,953 \\
{}_5L_{25}^{ai} &= 0 \\
{}_5L_{25}^{ia} &= {}_5L_{25}^a - {}_5L_{25}^{aa} = 2\,521\,038 - 2\,310\,953 = 210\,085 \\
{}_5L_{25}^{ii} &= {}_5L_{25}^i = 2\,358\,184
\end{aligned}
$$

con (2.24) y al despejar en (2.25) las defunciones:

$$
\begin{aligned}
{}_5d_{25}^a &= {}_5d_{25}\,{}_5a_{25} = 3\,450 \times 0.516689 = 1\,783 \\
{}_5d_{25}^i &= {}_5d_{25} - {}_5d_{25}^a = 3\,450 - 1\,783 = 1\,667
\end{aligned}
$$

por (2.29) los ingresos:

$$
{}_5H_{25}^{ia} = \ell_{30}^a - \ell_{25}^a + {}_5d_{25}^a = 505\,030 - 462\,991 + 1\,783 = 43\,822
$$

y como ${}_5H_{25}^{ai} = 0$, de (2.23) obtenemos las tasas de ingreso y de retiro:

$$
{}_5m_{25}^{ia} = \frac{{}_5H_{25}^{ia}}{{}_5L_{25}^i} = \frac{43\,822}{2\,358\,184} = 0.018583
$$

$$
{}_5m_{25}^{ai} = \frac{{}_5H_{25}^{ai}}{{}_5L_{25}^a} = \frac{0}{2\,521\,038} = 0
$$

Como ejemplo de un intervalo descendente tomemos el caso masculino para el grupo de edades 35–39 años; como $\alpha_{35} < {}_5A_{35}$, por (2.31):

$$ {}_5a_{35} = \frac{\alpha_{35} + \alpha_{40}}{2} = \frac{0.976532 + 0.976341}{2} = 0.976437 $$

cifra ligeramente inferior a la observada (${}_5A_{35} = 0.929392$). Al valorar (2.21) y (2.30):

$$ \begin{aligned}
{}_5L^a_{35} &= {}_5L_{35}\ {}_5a_{35} = 4\,631\,960 \times 0.976437 = 4\,522\,815 \\
{}_5L^i_{35} &= {}_5L_{35} - {}_5L^a_{35} = 4\,631\,960 - 4\,522\,815 = 109\,145 \\
{}_5L^{aa}_{35} &= {}_5L^a_{35} = 4\,522\,815 \\
{}_5L^{ai}_{35} &= {}_5L_{35}\,\alpha_{35} - {}_5L^a_{35} = 4\,631\,960 \times 0.976532 - 4\,522\,815 = 444 \\
{}_5L^{ia}_{35} &= 0 \\
{}_5L^{ii}_{35} &= {}_5L_{35}\ \iota_{35} = 4\,631\,960 \times 0.023563 = 109\,145
\end{aligned} $$

con (2.24) y al despejar en (2.25) las defunciones:

$$ \begin{aligned}
{}_5d^a_{35} &= {}_5d_{35}\,{}_5a_{35} = 16\,070 \times 0.976437 = 15\,691 \\
{}_5d^i_{35} &= {}_5d_{35} - {}_5d^a_{35} = 16\,070 - 15\,691 = 379
\end{aligned} $$

por (2.32) los retiros:

$$ {}_5H^{ai}_{35} = \ell^a_{35} - \ell^a_{40} - {}_5d^a_{35} = 912\,346 - 896\,477 - 15\,691 = 178 $$

y de (2.23) obtenemos las tasas de ingreso y de retiro:

$$ {}_5m^{ia}_{35} = \frac{{}_5H^{ia}_{35}}{{}_5L^i_{35}} = \frac{0}{109\,145} = 0 $$

$$ {}_5m^{ai}_{35} = \frac{{}_5H^{ai}_{35}}{{}_5L^a_{35}} = \frac{178}{4\,522\,815} = 0.000039 $$

Los resultados para los años-persona vividos se presentan en el cuadro 2.4, y para los eventos y sus tasas en el cuadro 2.5. En los patrones por edad de las tasas de ingreso y de retiro que se reproducen en la gráfica 2.3, se puede ver prácticamente el mismo perfil en ambos sexos para los dos tipos de tasas.

Al ser unimodales los patrones de ambos sexos, no se tienen valles, pero sí una cima (35 años en hombres y 40 en mujeres). En ambos sexos se tiene que la proporción de grupo excede a las instantáneas que la cubren, para hombres:

$$ {}_5A^a_{35}(0.97809) > \alpha_{35}(0.97653) > \alpha_{40}(0.97634) $$

y para mujeres:

$$ {}_5A^a_{40}(0.54347) > \alpha_{40}(0.54034) > \alpha_{45}(0.52977) $$

con lo cual, fue necesario usar (2.31).

Cuadro 2.4. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010
(Método de los eventos)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 830	0	0	0	305 927	2 633 903	2 939 830	305 927	2 633 903
15-19	4 882 068	1 151 529	0	1 151 529	1 072 480	2 658 059	3 730 539	2 224 009	2 658 059
20-24	4 840 240	3 064 265	0	3 064 265	859 310	916 665	1 775 975	3 923 575	916 665
25-29	4 779 189	4 210 151	0	4 210 151	336 065	232 973	569 038	4 546 216	232 973
30-34	4 708 491	4 534 819	0	4 534 819	55 855	117 817	173 672	4 590 674	117 817
35-39	4 631 960	4 522 815	444	4 523 259	0	108 701	108 701	4 522 815	109 145
40-44	4 544 998	4 429 532	7 935	4 437 467	0	107 531	107 531	4 429 532	115 466
45-49	4 436 894	4 295 482	14 346	4 309 828	0	127 066	127 066	4 295 482	141 412
50-54	4 292 717	4 031 489	62 206	4 093 695	0	199 022	199 022	4 031 489	261 228
55-59	4 094 012	3 645 392	99 742	3 745 134	0	348 878	348 878	3 645 392	448 620
60-64	3 819 511	2 883 564	258 703	3 142 267	0	677 244	677 244	2 883 564	935 947
65-69	3 447 691	2 238 136	182 360	2 420 496	0	1 027 195	1 027 195	2 238 136	1 209 555
70-74	2 963 395	1 616 777	153 485	1 770 262	0	1 193 133	1 193 133	1 616 777	1 346 618
75-79	2 370 254	1 065 060	114 055	1 179 115	0	1 191 139	1 191 139	1 065 060	1 305 194
80-84	1 707 073	566 018	100 523	666 541	0	1 040 532	1 040 532	566 018	1 141 055
85-89	1 055 432	273 275	38 338	311 613	0	743 819	743 819	273 275	782 157
90 o más	727 857	0	0	0	0	727 857	727 857	0	727 857

Cuadro 2.4
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 161	0	0	0	105 997	2 845 164	2 951 161	105 997	2 845 164
15-19	4 910 013	476 547	0	476 547	500 324	3 933 142	4 433 466	976 871	3 933 142
20-24	4 895 618	1 540 967	0	1 540 967	566 960	2 787 691	3 354 651	2 107 927	2 787 691
25-29	4 879 222	2 310 953	0	2 310 953	210 085	2 358 184	2 568 269	2 521 038	2 358 184
30-34	4 860 278	2 519 893	0	2 519 893	8 642	2 331 743	2 340 385	2 528 535	2 331 743
35-39	4 835 153	2 556 459	0	2 556 459	40 995	2 237 699	2 278 694	2 597 454	2 237 699
40-44	4 798 366	2 526 997	65 737	2 592 734	0	2 205 632	2 205 632	2 526 997	2 271 369
45-49	4 742 323	2 447 380	64 969	2 512 349	0	2 229 974	2 229 974	2 447 380	2 294 943
50-54	4 656 108	2 099 387	151 750	2 251 137	0	2 404 971	2 404 971	2 099 387	2 556 721
55-59	4 523 918	1 671 265	184 260	1 855 525	0	2 668 393	2 668 393	1 671 265	2 852 653
60-64	4 323 632	1 175 278	210 998	1 386 276	0	2 937 356	2 937 356	1 175 278	3 148 354
65-69	4 026 562	835 613	129 457	965 070	0	3 061 492	3 061 492	835 613	3 190 949
70-74	3 600 889	514 315	116 480	630 795	0	2 970 094	2 970 094	514 315	3 086 574
75-79	3 023 173	319 166	56 317	375 483	0	2 647 690	2 647 690	319 166	2 704 007
80-84	2 302 291	162 545	40 258	202 803	0	2 099 488	2 099 488	162 545	2 139 746
85-89	1 509 413	75 029	15 769	90 798	0	1 418 615	1 418 615	75 029	1 434 384
90 o más	1 118 245	0	0	0	0	1 118 245	1 118 245	0	1 118 245

Fuente: Cuadro B.1 para (1).

Cuadro 2.5. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Método de los eventos)

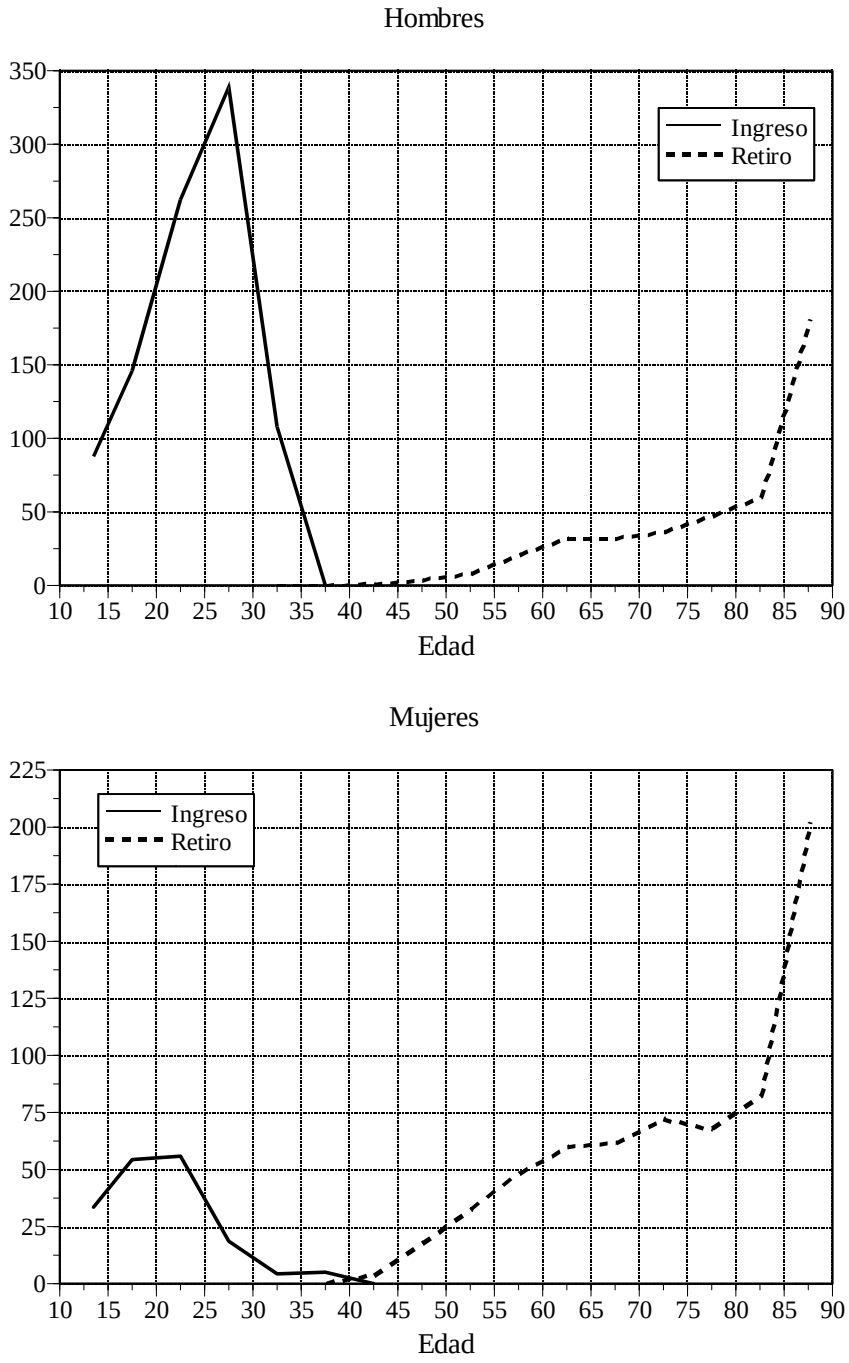
Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	231 098	0	1 684	175	1 509	0.087740	0.000000	0.000573
15-19	387 817	0	5 994	2 731	3 263	0.145902	0.000000	0.001228
20-24	240 424	0	10 610	8 601	2 009	0.262281	0.000000	0.002192
25-29	78 933	0	13 454	12 798	656	0.338808	0.000000	0.002815
30-34	12 710	0	14 699	14 331	368	0.107879	0.000000	0.003122
35-39	0	178	16 070	15 691	379	0.000000	0.000039	0.003470
40-44	0	4 510	19 063	18 579	484	0.000000	0.001018	0.004194
45-49	0	15 579	24 657	23 871	786	0.000000	0.003627	0.005557
50-54	0	33 159	33 601	31 556	2 045	0.000000	0.008225	0.007828
55-59	0	74 287	46 559	41 457	5 102	0.000000	0.020378	0.011372
60-64	0	92 434	63 932	48 266	15 666	0.000000	0.032055	0.016738
65-69	0	72 044	85 287	55 366	29 921	0.000000	0.032189	0.024737
70-74	0	59 243	108 312	59 093	49 219	0.000000	0.036643	0.036550
75-79	0	49 923	127 647	57 357	70 290	0.000000	0.046873	0.053853
80-84	0	34 058	134 787	44 692	90 095	0.000000	0.060171	0.078958
85-89	0	49 306	122 420	31 697	90 723	0.000000	0.180426	0.115990
90 o más	0	0	151 936	0	151 936	0.000000	0.000000	0.208744

Cuadro 2.5
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	95 461	0	1 010	36	974	0.033552	0.000000	0.000342
15-19	213 755	0	2 525	502	2 023	0.054347	0.000000	0.000514
20-24	155 661	0	3 130	1 348	1 782	0.055839	0.000000	0.000639
25-29	43 822	0	3 450	1 783	1 667	0.018583	0.000000	0.000707
30-34	9 956	0	4 249	2 211	2 038	0.004270	0.000000	0.000874
35-39	11 244	0	5 975	3 210	2 765	0.005025	0.000000	0.001236
40-44	0	10 211	8 978	4 728	4 250	0.000000	0.004041	0.001871
45-49	0	43 755	13 782	7 112	6 670	0.000000	0.017878	0.002906
50-54	0	68 139	21 203	9 560	11 643	0.000000	0.032457	0.004554
55-59	0	80 780	32 374	11 960	20 414	0.000000	0.048335	0.007156
60-64	0	70 282	48 656	13 226	35 430	0.000000	0.059800	0.011253
65-69	0	51 802	71 201	14 776	56 425	0.000000	0.061993	0.017683
70-74	0	37 273	99 846	14 261	85 585	0.000000	0.072471	0.027728
75-79	0	21 828	130 975	13 827	117 148	0.000000	0.068391	0.043324
80-84	0	13 377	154 953	10 940	144 013	0.000000	0.082297	0.067304
85-89	0	15 143	157 505	7 829	149 676	0.000000	0.201829	0.104348
90 o más	0	0	224 387	0	224 387	0.000000	0.000000	0.200660

Fuente: Cuadro B.1 para (3) y (8).

Gráfica 2.3. México: Tasas de ingreso y retiro en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010
(Por mil, método de los eventos)



Fuente: Cuadro 2.5.

2.4.2 El enfoque de las tasas

Retomemos la definición matemática de tiempo vivido en (1.9). Por el primer teorema del valor medio para las integrales, sabemos que existe ξ —el valor medio— tal que:

$$ {}_nL_x = \int_0^n \ell(x+y)\,dy = n\,\ell(x+\xi) \qquad \text{con} \quad 0 \le \xi \le n $$

Al reemplazar este resultado en el denominador de la tasa de mortalidad en (2.23):

$$ {}_nm_x = \frac{{}_nd_x/n}{\ell(x+\xi)} $$

es decir, un promedio anual de defunciones (${}_nd_x/n$) per cápita [la división entre los supervivientes promedio $\ell(x+\xi)$], independiente de la longitud del intervalo etario n. Esta conclusión es válida para cualquier tasa demográfica de eventualidad.

Denotemos por $\mu(x)$ la tasa instantánea o fuerza de mortalidad a la edad exacta x, la cual se obtiene al hacer tender a cero el intervalo genérico de n años; entonces, recordando que ${}_nd_x = \ell_x - \ell_{x+n}$, tenemos la conocida relación:

$$ \mu(x) = \lim_{n\to 0} {}_nm_x = \lim_{n\to 0} \frac{\frac{\ell_x-\ell_{x+n}}{n}}{\ell(x+\xi)} = \frac{-\frac{\partial}{\partial x}\,\ell_x}{\ell_x} = -\frac{\partial}{\partial x}\ln\{\ell_x\} $$

que sigue siendo un promedio anual per cápita.[4] También la tasa instantánea de mortalidad se puede obtener como:

$$ \mu(x) = \lim_{n\to 0} \frac{{}_nq_x}{n} = \lim_{n\to 0} \frac{{}_nd_x/n}{\ell_x} = -\frac{\partial}{\partial x}\ln\{\ell_x\} $$

Si resolvemos esta ecuación diferencial entre x y $x+n$:

$$ \int_x^{x+n} \mu(y)\,d(y) = -\int_x^{x+n} \frac{\partial}{\partial y}\ln\{\ell(y)\}\;d(y) = -\ln\{\ell_{x+n}\} + \ln\{\ell_x\} = -\ln\left\{\frac{\ell_{x+n}}{\ell_x}\right\} $$

y al cambiar el signo y tomar exponencial en ambos lados:

$$ {}_np_x = \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x} = e^{-\int_x^{x+n} \mu(y)\,d(y)} \tag{2.33} $$

[4] En la ecuación anterior hemos usado la situación de que al estar ξ acotada superiormente por n, conforme n tiende a cero también ξ tiende a cero, y entonces $\ell_{x+\xi}$ tiende a ℓ_x, suponiendo que los supervivientes de la tabla de mortalidad son una función continua de la edad entre x y $x+n$.

Denotemos por $\mu^{ia}(x)$ la tasa instantánea de ingreso a la actividad y por $\mu^{ai}(x)$ la de retiro, que igual que la tasa de mortalidad están dadas por:[5]

$$\mu^{ia}(x) = \lim_{n\to 0} {}_n m_x^{ia} = \lim_{n\to 0} \frac{{}_n p_x^{ia}}{n} \qquad \mu^{ai}(x) = \lim_{n\to 0} {}_n m_x^{ai} = \lim_{n\to 0} \frac{{}_n p_x^{ai}}{n} \tag{2.34}$$

i) Si $\alpha_{x+n} > \alpha_x$

Consideremos un pequeño intervalo de tiempo —digamos $\Delta y > 0$— y la probabilidad ${}_{y+\Delta y}p_x^{ii}$. El evento de que un individuo esté en la inactividad a la edad x y en la inactividad a la edad $x+y+\Delta y$ podemos descomponerlo en dos subeventos de acuerdo a su situación a la edad $x+y$: que no ingrese a la actividad $(1-\mu^{ia}(x+y)\,\Delta y)$ o que fallezca $(\mu(x+y)\Delta y)$ entre las edades exactas $x+y$ y $x+y+\Delta y$; es decir,

$${}_{y+\Delta y}p_x^{ii} = {}_y p_x^{ii}\left[1-\mu^{ia}(x+y)\,\Delta y - \mu(x+y)\,\Delta y\right]$$

o bien,

$$\frac{{}_{y+\Delta y}p_x^{ii} - {}_y p_x^{ii}}{\Delta y} = -\,{}_y p_x^{ii}\left[\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right]$$

de donde, al tomar el límite cuando Δy tiende a cero:

$$\frac{\partial}{\partial y}\,{}_y p_x^{ii} = \lim_{\Delta y\to 0} \frac{{}_{y+\Delta y}p_x^{ii} - {}_y p_x^{ii}}{\Delta y} = -\,{}_y p_x^{ii}\left[\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right]$$

y

$$\frac{\partial}{\partial y}\ln\left\{{}_y p_x^{ii}\right\} = \frac{\frac{\partial}{\partial y}\,{}_y p_x^{ii}}{{}_y p_x^{ii}} = -\left[\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right]$$

Si integramos ambos lados de la segunda igualdad entre 0 y n:

$$\ln\left\{{}_n p_x^{ii}\right\} = -\int_0^n \left[\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right]\,dy$$

y tomamos exponencial en ambos lados:

$${}_n p_x^{ii} = e^{-\int_0^n\left[\mu^{ia}(x+y)-\mu(x+y)\right]dy} = e^{-\int_0^n \mu^{ia}(x+y)\,dy}\,e^{-\int_0^n \mu(x+y)\,dy} = e^{-\int_0^n \mu^{ia}(x+y)\,dy}\,{}_n p_x$$

donde la última igualdad se desprende de (2.33), y por (2.10):

$${}_n\widehat{p}_x^{ii} = \frac{{}_n p_x^{ii}}{{}_n p_x} = e^{-\int_0^n \mu^{ia}(x+y)dy}$$

[5]Los límites en el lado derecho de ambas igualdades sólo son válidos en el supuesto de ausencia simultánea de ingresos y retiros.

Si suponemos que la tasa instantánea de ingreso permanece constante a lo largo del periodo de n años, pues es un promedio de las tasas instantáneas del intervalo etario:

$$\mu^{ia}(x+y) = {}_n m_x^{ia} \qquad \text{para} \qquad 0 \leq y \leq n$$

entonces:

$${}_n\widehat{p}_x^{ii} = e^{-n\,{}_n m_x^{ia}}$$

y si tomamos logaritmo natural en ambos lados e incorporamos (2.16):

$${}_n m_x^{ia} = -\frac{\ln\left\{{}_n\widehat{p}_x^{ii}\right\}}{n} = -\frac{\ln\left\{\frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}\right\}}{n} \tag{2.35}$$

Una vez obtenidas las tasas de ingreso, como no hay retiros por tratarse de un intervalo de edades ascendente, al sustituir (2.23) y (2.24) en la segunda ecuación compensadora de (2.26):

$$\ell_{x+n}^i = \ell_x^i - {}_n L_x^i\, {}_n m_x^{ia} - {}_n L_x^i\, {}_n m_x$$

o bien, por (2.12):

$$\left({}_n p_x^{ii} - 1\right)\, \ell_x^i = -\,{}_n L_x^i\, \left[{}_n m_x^{ia} + {}_n m_x\right]$$

de donde:

$${}_n L_x^i = \ell_x^i\, \frac{1 - {}_n p_x^{ii}}{{}_n m_x^{ia} + {}_n m_x}$$

Como ${}_n L_x^{ai} = 0$ pues no hay retiros de la actividad, por (2.19) ${}_n L_x^{ii} = {}_n L_x^i$, con lo cual:

$$\begin{aligned} {}_n L_x^{aa} &= {}_n L_x\, \alpha_x \\ {}_n L_x^{ai} &= 0 \\ {}_n L_x^{ii} &= \ell_x^i\, \tfrac{1 - {}_n p_x^{ii}}{{}_n m_x^{ia} + {}_n m_x} \\ {}_n L_x^{ia} &= {}_n L_x\, \iota_x - {}_n L_x^{ii} \end{aligned} \tag{2.36}$$

ii) Si $\alpha_{x+n} < \alpha_x$

Mediante pasos análogos a los seguidos en el caso de intervalos ascendentes, tenemos para las tasas de retiro de la actividad:

$${}_n m_x^{ai} = -\frac{\ln\left\{{}_n\widehat{p}_x^{aa}\right\}}{n} = -\frac{\ln\left\{\frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x}\right\}}{n} \tag{2.37}$$

y para los años-persona vividos:

$$\begin{aligned} {}_n L_x^{aa} &= \ell_x^a\, \tfrac{1 - {}_n p_x^{aa}}{{}_n m_x^{ai} + {}_n m_x} \\ {}_n L_x^{ai} &= {}_n L_x\, \alpha_x - {}_n L_x^{aa} \\ {}_n L_x^{ia} &= 0 \\ {}_n L_x^{ii} &= {}_n L_x\, \iota_x \end{aligned} \tag{2.38}$$

Este enfoque de las tasas no se puede aplicar para el último grupo de edades de participación, pues al ser $\alpha_\theta = 0$, el logaritmo natural en el numerador de (2.37) no está definido.[6] Para resolver este inconveniente tenemos dos opciones:

i) Extrapolar la tasa de retiro a partir de los valores obtenidos para los grupos de edad anteriores, tomar exponencial en ambos lados de (2.37) y aplicar (2.38).

ii) Extrapolar las proporciones de participación de tabla ${}_na_x = {}_nL_x^a/{}_nL_x$ obtenidas para todos los grupos de edad previos, pudiendo usar para ello las proporciones observadas ${}_nA_x$;[7] obtener luego las defunciones de activos con (2.24), y finalmente aplicar (2.32):

$$ {}_nH_{\theta-n}^{ai} = \ell_{\theta-n}^a - {}_nd_{\theta-n}^a $$

pues $\ell_\theta^a = 0$.

Es difícil decir cuál procedimiento es mejor, porque ambas opciones revisten cierto grado de arbitrariedad.

Repitiendo nuestro ejemplo para las mujeres del grupo 25–29 años, al aplicar (2.35) a las probabilidades del cuadro 2.5 obtenemos la tasa de ingreso:

$$ {}_5m_{25}^{ia} = -\frac{\ln\{{}_5\widehat{p}_{25}^{ii}\}}{5} = -\frac{\ln\{0.914821\}}{5} = -\frac{-0.089026}{5} = 0.017805 $$

y como del cuadro B.1 la de mortalidad es ${}_5m_{25} = 0.000707$ por (2.36), los años-persona vividos son:

$$ \begin{aligned} {}_5L_{25}^{aa} &= {}_5L_{25}\,\alpha_{25} = 4\,879\,222 \times 0.473632 = 2\,310\,953 \\ {}_5L_{25}^{ai} &= 0 \\ {}_5L_{25}^{ii} &= \ell_{25}^i \,\tfrac{1-{}_5p_{25}^{ii}}{{}_5m_{25}+{}_5m_{25}} = 514\,543 \times \tfrac{1-0.911593}{0.017805+0.000707} \\ &= 514\,543 \times \tfrac{0.088407}{0.018512} = 514\,543 \times 4.775580 = 2\,457\,241 \\ {}_5L_{25}^{ia} &= {}_5L_{25}\,\iota_{25} - {}_5L_{25}^{ii} = 2\,568\,269 - 2\,457\,241 = 111\,028 \end{aligned} $$

por (2.18) y (2.17) los totales:

$$ {}_5L_{25}^{a} = {}_5L_{25}^{aa} + {}_5L_{25}^{ia} = 2\,310\,953 + 111\,028 = 2\,421\,981 $$

[6] Recuérdese que θ es una edad a partir de la cual nadie permanece activo y que aquí fijamos en 90 años para México en 2010.

[7] Es claro que si se parte de (2.36) o de (2.38), al aplicar (2.19) y (2.21) difícilmente la proporción de participación de tabla resultante ${}_na_x$ coincidirá con la observada ${}_nA_x$. Véase la gráfica 2.6.

$$ {}_5L^{i}_{25} = {}_5L^{ai}_{25} + {}_5L^{ii}_{25} = 0 + 2\,457\,241 = 2\,457\,241 $$

$$ \text{y} \quad {}_5a_{25} = \frac{{}_5L^{a}_{25}}{{}_5L_{25}} = \frac{2\,421\,981}{4\,879\,222} = 0.496387 $$

valor apenas 3.9% menor al de la proporción observada (0.516689 del cuadro 1.1). Si aplicamos (2.23) y (2.24) tenemos los ingresos y las defunciones:

$$ {}_5H^{ia}_{25} = {}_5L^{i}_{25}\,{}_5m^{ia}_{25} = 2\,457\,241 \times 0.017805 = 43\,752 $$

$$ {}_5d^{a}_{25} = {}_5L^{a}_{25}\,{}_5m_{25} = 2\,421\,981 \times 0.000707 = 1\,713 $$

$$ {}_5d^{i}_{25} = {}_5L^{i}_{25}\,{}_5m_{25} = 2\,457\,241 \times 0.000707 = 1\,737 $$

$$ {}_5d^{a}_{25} + {}_5d^{i}_{25} = 1\,7131\,737 = 3\,450 $$

Para los hombres entre 35 y 40 años, al valorar (2.37) obtenemos la tasa de retiro:

$$ {}_5m^{ai}_{35} = -\frac{\ln\left\{{}_5\widehat{p}^{aa}_{35}\right\}}{5} = -\frac{\ln\{0.997097\}}{5} = -\frac{-0.000196}{5} = 0.000039 $$

y como la tasa de mortalidad del cuadro B.1 es ${}_5m_{35} = 0.003470$, por (2.38) los años-persona vividos son:

$$ \begin{aligned} {}_5L^{aa}_{35} &= \ell^{a}_{35}\,\tfrac{1-{}_5p^{aa}_{35}}{{}_5m^{ai}_{35}+{}_5m_{35}} = 912\,346 \times \tfrac{1-0.982606}{0.000039+0.003470} \\ &= 912\,346 \times \tfrac{0.017394}{0.003509} = 912\,346 \times 4.957338 = 4\,522\,808 \\ {}_5L^{ai}_{35} &= {}_5L_{35}\,\alpha_{35} - {}_5L^{aa}_{35} = 4\,523\,259 - 4\,522\,808 = 451 \\ {}_5L^{ia}_{35} &= 0 \\ {}_5L^{ii}_{35} &= {}_5L_{35}\,\iota_{35} = 4\,631\,960 \times 0.023468 = 108\,701 \end{aligned} $$

por (2.18) y (2.17), los totales:

$$ {}_5L^{a}_{35} = {}_5L^{aa}_{35} + {}_5L^{ia}_{35} = 4\,522\,808 + 0 = 4\,522\,808 $$

$$ {}_5L^{i}_{35} = {}_5L^{ai}_{35} + {}_5L^{ii}_{35} = 451 + 108\,701 = 109\,152 $$

$$ \text{y} \quad {}_5a_{35} = \frac{{}_5L^{a}_{35}}{{}_5L_{35}} = \frac{4\,522\,808}{4\,631\,960} = 0.976435 $$

apenas 0.2% menor que la proporción observada (0.978087 del cuadro 1.1). Aplicando (2.23) y (2.24) tenemos los retiros y las defunciones:

$$ {}_5H_{35}^{ai} = {}_5L_{35}^{a}\,{}_5m_{35}^{ai} = 4\,522\,808 \times 0.000039 = 177 $$

$$ {}_5d_{35}^{a} = {}_5L_{35}^{a}\,{}_5m_{35} = 4\,522\,808 \times 0.003470 = 15\,691 $$

$$ {}_5d_{35}^{i} = {}_5L_{35}^{i}\,{}_5m_{35} = 4\,522\,808 \times 0.003470 = 379 $$

$$ {}_5d_{35} = {}_5d_{35}^{a} + {}_5d_{35}^{i} = 15\,691 + 379 = 16\,070 $$

En nuestro ejemplo de México en 2010, utilizamos la segunda opción para el último grupo de edades de participación. Así, buscando congruencia en el patrón por edad de las proporciones ${}_na_x$, de acuerdo con la pauta del cociente ${}_na_x/{}_nA_x$ (gráfica 2.7) supusimos que:

$$ \frac{{}_5a_{85}}{{}_5A_{85}} = \frac{{}_5a_{80}}{{}_5A_{80}} \qquad \text{o bien} \qquad {}_5a_{85} = {}_5A_{85}\frac{{}_5a_{80}}{{}_5A_{80}} $$

de donde,

$$ {}_5d_{85}^{a} = {}_5d_{85}\,{}_5a_{85} \qquad {}_5H_{85}^{ai} = \ell_{85}^{a} - {}_5d_{85}^{a} \qquad {}_5L_{85}^{a} = {}_5L_{85}\,{}_5a_{85} $$

En los cuadros 2.6 y 2.7 se presentan los resultados, en la gráfica 2.4 las tasas de ingreso y de retiro bajo el modelo exponencial.

2.4.3 Distribución uniforme de los eventos

En los estudios actuariales es común suponer que las defunciones de la tabla de mortalidad se distribuyen uniformemente con respecto a la edad. Este supuesto se ha extendido a otros modelos, incluida la tabla de vida activa. Así, vamos a suponer que defunciones, entradas y salidas de la actividad se distribuyen de manera uniforme entre las edades exactas x y $x+n$.

Consideremos nuevamente por separado los intervalos ascendente y descendente de participación.

i) Intervalo ascendente ($\alpha_{x+n} > \alpha_x$)

Entre los inactivos ℓ_x^i, quienes han de sobrevivir n años después —activos o inactivos— serán:

$$ \ell_x^i\,(1 - {}_nq_x) $$

y, por el supuesto de independencia de las probabilidades, como fallecer e ingresar a la actividad no dependen uno del otro, los inactivos n años después, es decir, quienes escaparán tanto a la mortalidad como a la incorporación a la PEA, son:

Cuadro 2.6. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010

(Método de las tasas)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 830	0	0	0	362 327	2 577 503	2 939 830	362 327	2 577 503
15-19	4 882 068	1 151 529	0	1 151 529	1 087 163	2 643 376	3 730 539	2 238 692	2 643 376
20-24	4 840 240	3 064 265	0	3 064 265	709 326	1 066 649	1 775 975	3 773 591	1 066 649
25-29	4 779 189	4 210 151	0	4 210 151	233 487	335 551	569 038	4 443 638	335 551
30-34	4 708 491	4 534 819	0	4 534 819	33 890	139 782	173 672	4 568 709	139 782
35-39	4 631 960	4 522 808	451	4 523 259	0	108 701	108 701	4 522 808	109 152
40-44	4 544 998	4 425 838	11 629	4 437 467	0	107 531	107 531	4 425 838	119 160
45-49	4 436 894	4 269 363	40 465	4 309 828	0	127 066	127 066	4 269 363	167 531
50-54	4 292 717	4 007 926	85 769	4 093 695	0	199 022	199 022	4 007 926	284 791
55-59	4 094 012	3 551 049	194 085	3 745 134	0	348 878	348 878	3 551 049	542 963
60-64	3 819 511	2 904 068	238 199	3 142 267	0	677 244	677 244	2 904 068	915 443
65-69	3 447 691	2 233 994	186 502	2 420 496	0	1 027 195	1 027 195	2 233 994	1 213 697
70-74	2 963 395	1 617 597	152 665	1 770 262	0	1 193 133	1 193 133	1 617 597	1 345 798
75-79	2 370 254	1 048 743	130 372	1 179 115	0	1 191 139	1 191 139	1 048 743	1 321 511
80-84	1 707 073	583 942	82 599	666 541	0	1 040 532	1 040 532	583 942	1 123 131
85-89	1 055 432	281 928	29 685	311 613	0	743 819	743 819	281 928	773 504
90 o más	727 857	0	0	0	0	727 857	727 857	0	727 857

Cuadro 2.6
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 161	0	0	0	145 701	2 805 460	2 951 161	145 701	2 805 460
15-19	4 910 013	476 547	0	476 547	559 093	3 874 373	4 433 466	1 035 640	3 874 373
20-24	4 895 618	1 540 967	0	1 540 967	405 819	2 948 832	3 354 651	1 946 786	2 948 832
25-29	4 879 222	2 310 953	0	2 310 953	111 028	2 457 241	2 568 269	2 421 981	2 457 241
30-34	4 860 278	2 519 893	0	2 519 893	25 188	2 315 197	2 340 385	2 545 081	2 315 197
35-39	4 835 153	2 556 459	0	2 556 459	28 513	2 250 181	2 278 694	2 584 972	2 250 181
40-44	4 798 366	2 566 781	25 953	2 592 734	0	2 205 632	2 205 632	2 566 781	2 231 585
45-49	4 742 323	2 400 109	112 240	2 512 349	0	2 229 974	2 229 974	2 400 109	2 342 214
50-54	4 656 108	2 074 915	176 222	2 251 137	0	2 404 971	2 404 971	2 074 915	2 581 193
55-59	4 523 918	1 644 055	211 470	1 855 525	0	2 668 393	2 668 393	1 644 055	2 879 863
60-64	4 323 632	1 202 384	183 892	1 386 276	0	2 937 356	2 937 356	1 202 384	3 121 248
65-69	4 026 562	828 291	136 779	965 070	0	3 061 492	3 061 492	828 291	3 198 271
70-74	3 600 889	533 988	96 807	630 795	0	2 970 094	2 970 094	533 988	3 066 901
75-79	3 023 173	318 236	57 247	375 483	0	2 647 690	2 647 690	318 236	2 704 937
80-84	2 302 291	169 352	33 451	202 803	0	2 099 488	2 099 488	169 352	2 132 939
85-89	1 509 413	78 171	12 627	90 798	0	1 418 615	1 418 615	78 171	1 431 242
90 o más	1 118 245	0	0	0	0	1 118 245	1 118 245	0	1 118 245

Fuente: Cuadro B.1 para (1).

Cuadro 2.7. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Método de las tasas)

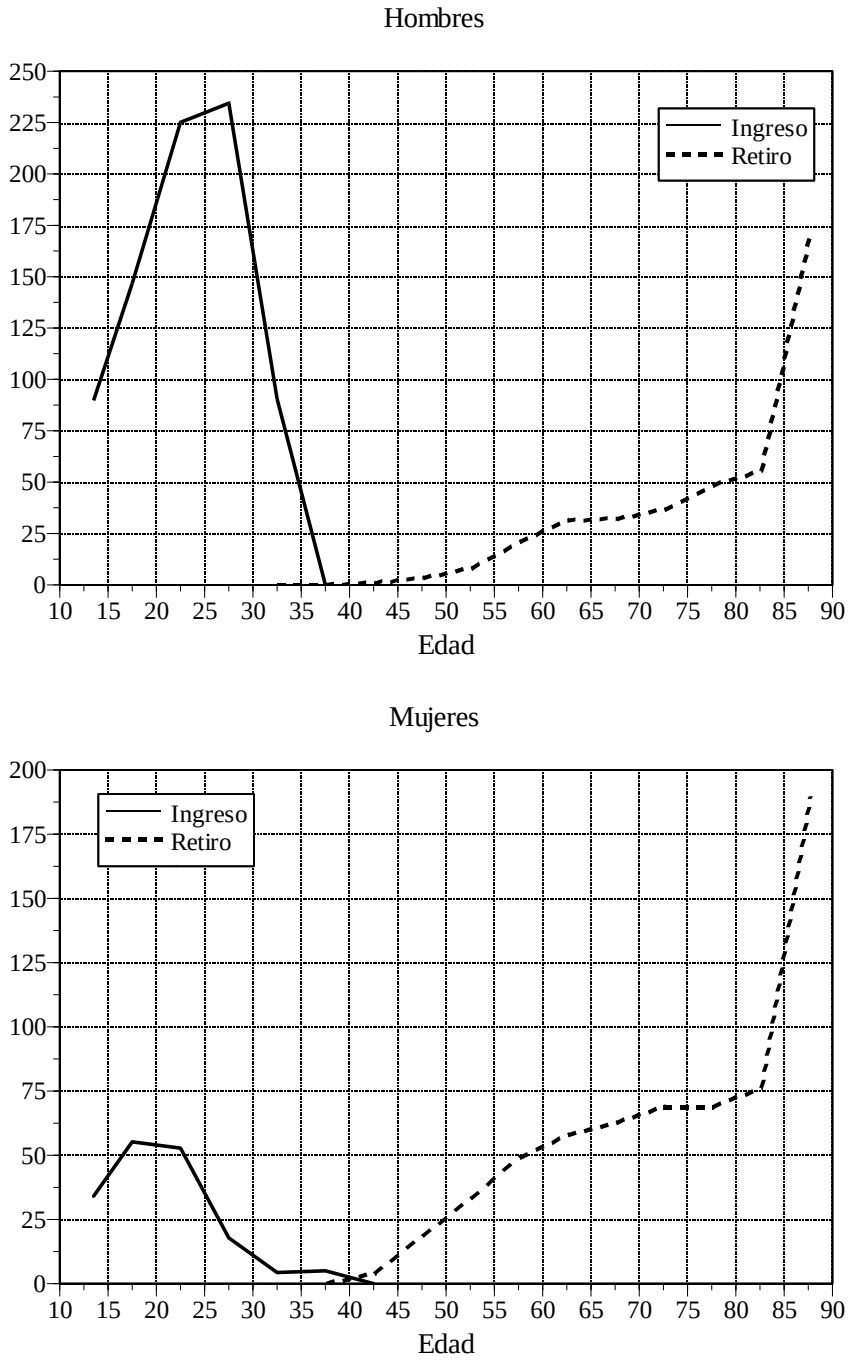
Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	231 130	0	1 684	208	1 476	0.089672	0.000000	0.000573
15-19	387 835	0	5 994	2 749	3 245	0.146720	0.000000	0.001228
20-24	240 095	0	10 610	8 272	2 338	0.225093	0.000000	0.002192
25-29	78 645	0	13 454	12 509	945	0.234375	0.000000	0.002815
30-34	12 641	0	14 699	14 263	436	0.090435	0.000000	0.003122
35-39	0	177	16 070	15 691	379	0.000000	0.000039	0.003470
40-44	0	4 526	19 063	18 563	500	0.000000	0.001023	0.004194
45-49	0	15 724	24 657	23 726	931	0.000000	0.003683	0.005557
50-54	0	33 343	33 601	31 372	2 229	0.000000	0.008319	0.007828
55-59	0	75 360	46 559	40 384	6 175	0.000000	0.021222	0.011372
60-64	0	92 091	63 932	48 609	15 323	0.000000	0.031711	0.016738
65-69	0	72 147	85 287	55 263	30 024	0.000000	0.032295	0.024737
70-74	0	59 212	108 312	59 123	49 189	0.000000	0.036605	0.036550
75-79	0	50 801	127 647	56 479	71 168	0.000000	0.048440	0.053853
80-84	0	32 643	134 787	46 107	88 680	0.000000	0.055902	0.078958
85-89	0	48 302	122 420	32 701	89 719	0.000000	0.171327	0.115990
90 o más	0	0	151 936	0	151 936	0.000000	0.000000	0.208744

Cuadro 2.7
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	95 474	0	1 010	50	960	0.034032	0.000000	0.000342
15-19	213 786	0	2 525	533	1 992	0.055180	0.000000	0.000514
20-24	155 557	0	3 130	1 245	1 885	0.052752	0.000000	0.000639
25-29	43 752	0	3 450	1 713	1 737	0.017805	0.000000	0.000707
30-34	9 969	0	4 249	2 225	2 024	0.004306	0.000000	0.000874
35-39	11 229	0	5 975	3 194	2 781	0.004990	0.000000	0.001236
40-44	0	10 137	8 978	4 803	4 175	0.000000	0.003949	0.001871
45-49	0	43 891	13 782	6 975	6 807	0.000000	0.018287	0.002906
50-54	0	68 251	21 203	9 449	11 754	0.000000	0.032893	0.004554
55-59	0	80 974	32 374	11 765	20 609	0.000000	0.049253	0.007156
60-64	0	69 977	48 656	13 531	35 125	0.000000	0.058199	0.011253
65-69	0	51 932	71 201	14 647	56 554	0.000000	0.062697	0.017683
70-74	0	36 727	99 846	14 807	85 039	0.000000	0.068779	0.027728
75-79	0	21 868	130 975	13 787	117 188	0.000000	0.068716	0.043324
80-84	0	12 919	154 953	11 398	143 555	0.000000	0.076283	0.067304
85-89	0	14 815	157 505	8 157	149 348	0.000000	0.189520	0.104348
90 o más	0	0	224 387	0	224 387	0.000000	0.000000	0.200660

Fuente: Cuadro B.1 para (3) y (8).

Gráfica 2.4. México: Tasas de ingreso y retiro en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010
(Por mil, método de las tasas)



Fuente: Cuadro 2.7.

$$\ell^i_{x+n} = \ell^i_x \left(1 - {}_nq_x\right) \left(1 - {}_n\widehat{p}^{ia}_x\right)$$

Entre los supervivientes, quienes habrán entrado a la actividad son:

$$\ell^i_x \left(1 - {}_nq_x\right) {}_n\widehat{p}^{ia}_x$$

Este último valor no equivale a todos los ingresos, porque habrá personas que, una vez que entraron a la actividad, la muerte evitó que sobrevivieran al final del periodo de n años. Si fuera posible que movilidad y mortalidad concurrieran durante los n años, los decesos entre los entrantes serían:

$$\ell^i_x \, {}_nq_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x$$

sin embargo, en la realidad, la única conjunción posible es que el ingreso anteceda a la muerte. Si toda la mortalidad ocurriera al inicio del periodo, la mortalidad evitaría cualquier entrada y los decesos de activos —entre los inactivos a la edad x— serían cero; si acontecieran al final, el monto de las defunciones sería:

$$\ell^i_x \, {}_nq_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x$$

Como la realidad se sitúa entre ambas posiciones extremas, podemos estimar el número efectivo de entradas seguidas de muerte como la mitad de esa cantidad, es decir,

$$\ell^i_x \, \frac{{}_nq_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x}{2} \tag{2.39}$$

Y el mismo volumen (la otra mitad) corresponde a las entradas que frustró la mortalidad.

El total de ingresos es, entonces, la suma de supervivientes y decesos, es decir,

$$\begin{aligned} {}_nH^{ia}_x &= \ell^i_x \left(1 - {}_nq_x\right) {}_n\widehat{p}^{ia}_x + \ell^i_x \, \tfrac{{}_nq_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x}{2} = \ell^i_x \left[\left(1 - {}_nq_x\right) {}_n\widehat{p}^{ia}_x + \tfrac{{}_nq_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x}{2}\right] = \ell^i_x \left(1 - \tfrac{{}_nq_x}{2}\right) {}_n\widehat{p}^{ia}_x \\ &= \ell^i_x \left(\tfrac{2 - {}_nq_x}{2}\right) \left(1 - \tfrac{\iota_{x+n}}{\iota_x}\right) = \ell^i_x \left(\tfrac{1 + 1 - {}_nq_x}{2}\right) \left(\tfrac{\iota_x - \iota_{x+n}}{\iota_x}\right) = \ell_x \left(\tfrac{1 + {}_np_x}{2}\right) \left(\alpha_{x+n} - \alpha_x\right) \end{aligned}$$

que equivale a la propuesta de Roland Pressat (2000, 53–55) para la nupcialidad.

Juan Elizaga y Roger Mellon (1971: 146) proponen:

$${}_nH^{ia}_x = \ell_x \, {}_{n/2}p_x = \ell_{x+n/2} \left(\alpha_{x+n} - \alpha_x\right)$$

Bajo el supuesto de distribución uniforme de las defunciones, la probabilidad de supervivencia de medio periodo es:

$${}_{n/2}p_x = 1 - \frac{{}_nq_x}{2} = \frac{2 - {}_nq_x}{2} = \frac{1 + 1 - {}_nq_x}{2} = \left(\frac{1 + {}_np_x}{2}\right)$$

de donde:

$$\ell_{x\ n/2}p_x = \ell_x \left(\frac{1 +\ {}_np_x}{2} \right)$$

o bien, como el supuesto de distribución uniforme de eventos equivale a la variación lineal de los supervivientes:

$$\ell_{x+n/2} = \frac{1}{2}\left(\ell_x + \ell_{x+n}\right) = \frac{1}{2}\ell_x\left(1 +\ {}_np_x\right) = \ell_x \left(\frac{1 +\ {}_np_x}{2} \right)$$

de donde, la propuesta de Elizaga y Mellon:

$${}_nH_x^{ia} = \ell_x \left(\frac{1 +\ {}_np_x}{2} \right) \left(\alpha_{x+n} - \alpha_x\right)$$

coincide con el enfoque de interferencia de fenómenos de Pressat.

Nótese que no importa la distribución de los supervivientes que entran $\ell_x^i\left(1 -\ {}_nq_x\right)\ {}_n\widehat{p}_x^{ia}$, pues como no hay salidas, da lo mismo que se concentren al inicio, al final o se distribuyan de manera uniforme. En cambio, las defunciones sí, porque nadie puede morirse y después entrar, así en (2.39) está implícito el supuesto de distribución uniforme.

Otra forma de verlo es la siguiente. Si no hubiera ingresos, los activos esperados a la edad $x+n$ serían $\ell_x^a\ {}_np_x$; pero el monto real fue ℓ_{x+n}^a, con lo cual el excedente $\ell_{x+n}^a - \ell_x^a\ {}_np_x$ corresponde a las entradas a la actividad (recuérdese que no hay salidas). Solo que ellos son los supervivientes al final del intervalo de n años, y nos falta agregar las defunciones de los inactivos que sí lograron incorporarse a la PEA.

Retrocedamos en el tiempo. Los activos a la edad $x+n$ que estaban al inicio del periodo son $\ell_{x+n}^a/\ {}_np_x$, pero el verdadero efectivo fue ℓ_x^a, por lo tanto, la diferencia $\ell_{x+n}^a/\ {}_np_x - \ell_x^a$ son las potenciales entradas a la actividad; es decir, si todos lograran adicionarse a la PEA y luego morir, ese sería el verdadero monto de ingresos.

Si suponemos que la mitad lograron entrar y la otra mitad no lo consiguió porque la mortalidad frustró el intento, el promedio de ambas formas de ver los movimientos es una opción viable:

$${}_nH_x^{ia} = \frac{1}{2}\left\{\left(\ell_{x+n}^a - \ell_x^a\ {}_np_x\right) + \left(\ell_{x+n}^a/\ {}_np_x - \ell_x^a\right)\right\} = \frac{1}{2}\left\{\left(\ell_{x+n}^a - \ell_x^a\ {}_np_x\right) + \left(\frac{\ell_{x+n}^a - \ell_x^a\ {}_np_x}{{}_np_x}\right)\right\}$$

si factorizamos:

$${}_nH_x^{ia} = \frac{1}{2}\left(\ell_{x+n}^a - \ell_x^a\ {}_np_x\right)\left(1 + \frac{1}{{}_np_x}\right) = \left(\ell_{x+n}^a - \ell_x^a\ {}_np_x\right)\left(\frac{1 +\ {}_np_x}{2\ {}_np_x}\right)$$

y si reemplazamos las igualdades de la tabla de mortalidad y las proporciones instantáneas de actividad:

$$ {}_nH_x^{ia} = (\ell_{x+n}\alpha_{x+n} - \ell_x\alpha_x\,{}_np_x)\left(\frac{1+\,{}_np_x}{2\,{}_np_x}\right) = \ell_x\,{}_np_x\,(\alpha_{x+n}-\alpha_x)\left(\frac{1+\,{}_np_x}{2\,{}_np_x}\right) $$

o bien, cancelando ${}_np_x$ en numerador y denominador:

$$ {}_nH_x^{ia} = \ell_x\,(\alpha_{x+n}-\alpha_x)\left(\frac{1+\,{}_np_x}{2}\right) \tag{2.40} $$

la misma fórmula que por el modelo de Pressat o el de Elizaga y Mellon. Se puede ver que diferentes enfoques, bajo el mismo supuesto de distribución uniforme de los eventos, arrojan el mismo resultado.

Las defunciones de inactivos son:

$$ \begin{aligned} {}_nd_x^i &= \ell_x^i\,(1-\,{}_n\widehat{p}_x^{ia})\,{}_nq_x + \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2} = \ell_x^i\left[(1-\,{}_n\widehat{p}_x^{ia})\,{}_nq_x + \tfrac{{}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2}\right] = \ell_x^i\left(1-\,\tfrac{{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2}\right){}_nq_x \\ &= \ell_x\iota_x\,{}_nq_x\left(1-\,\tfrac{{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2}\right) = \iota_x\,{}_nd_x\left(1-\,\tfrac{1-\frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}}{2}\right) = \iota_x\,{}_nd_x\left(1-\tfrac{\iota_x-\iota_{x+n}}{2\iota_x}\right) = {}_nd_x\left[\tfrac{i_x+\iota_{x+n}}{2}\right] \end{aligned} $$

Si aproximamos ${}_ni_x \doteq \frac{i_x+\iota_{x+n}}{2}$ se tiene que ${}_nd_x^i = {}_nd_x\,{}_ni_x$, es decir, la segunda igual de (2.24).

Si sumamos entradas y defunciones de inactivos:

$$ {}_nH_x^{ia} + {}_nd_x^i = \ell_x^i\left[\left(1-\frac{{}_nq_x}{2}\right){}_n\widehat{p}_x^{ia} + \left(1-\frac{{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2}\right){}_nq_x\right] = \ell_x^i\left[{}_n\widehat{p}_x^{ia} + {}_nq_x - {}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia}\right] $$

y como los inactivos a la edad $x+n$ son:

$$ \ell_{x+n}^i = \ell_x^i\,(1-\,{}_nq_x)\left(1-{}_n\,\widehat{p}_x^{ia}\right) = \ell_x^i\left[1-\,{}_n\widehat{p}_x^{ia} - {}_nq_x + {}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia}\right] $$

al sumarlos al agregado de ingresos y defunciones:

$$ \ell_{x+n}^i + {}_nH_x^{ia} + {}_nd_x^i = \ell_x^i\left[1-\,{}_n\widehat{p}_x^{ia} - {}_nq_x + {}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia} + {}_n\widehat{p}_x^{ia} + {}_nq_x - {}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia}\right] = \ell_x^i $$

una relación esperada, ya que los inactivos solo se reducen por efecto de la movilidad y de la mortalidad, igual que la segunda ecuación en (2.26) al anular los retiros, es decir, hacer ${}_nH_x^{ai} = 0$.

Las defunciones de activos se componen, por un lado, por las de todos los activos (no hay salidas) a la edad x ($\ell_x^a\,{}_nq_x$) y, por el otro, por aquellas que ocurren después de que un inactivo ingresa a la actividad entre las edades x y $x+n$:

$$
\begin{aligned}
{}_nd_x^a &= \ell_x^a\,{}_nq_x + \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x\,{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2} = \ell_x\,{}_nq_x\left[\alpha_x + \iota_x\tfrac{{}_n\widehat{p}_x^{ia}}{2}\right] = {}_nd_x\left[\alpha_x + \iota_x\tfrac{1-\frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}}{2}\right] \\
&= {}_nd_x\left[\alpha_x + \iota_x\tfrac{\frac{\iota_x-\iota_{x+n}}{\iota_x}}{2}\right] = {}_nd_x\left[\alpha_x + \tfrac{\iota_x-\iota_{x+n}}{2}\right] = {}_nd_x\left[\alpha_x + \tfrac{\alpha_{x+n}-\alpha_x}{2}\right] = {}_nd_x\left[\tfrac{\alpha_x+\alpha_{x+n}}{2}\right]
\end{aligned}
$$

Si aproximamos ${}_na_x \doteq \frac{\alpha_x+\alpha_{x+n}}{2}$ se tiene ${}_nd_x^a = {}_nd_x\,{}_na_x$, es decir, la primera igual en (2.24).

Si sumamos las defunciones de activos e inactivos:

$$
{}_nd_x = {}_nd_x^a + {}_nd_x^i = {}_nd_x\left[\frac{\alpha_x+\alpha_{x+n}}{2} + \frac{i_x+\iota_{x+n}}{2}\right] = {}_nd_x
$$

que satisface (2.25).

ii) Intervalo descendente ($\alpha_{x+n} < \alpha_x$)

Al invertir la nomenclatura, como ${}_n\widehat{p}_x^{ai} = 1 - {}_n\widehat{p}_x^{aa} = 1 - \alpha_{x+n}/\alpha_x$, los retiros de la actividad son:

$$
{}_nH_x^{ai} = \ell_x\left(\frac{1+{}_np_x}{2}\right)(\iota_{x+n}-\iota_x) = \ell_x\left(\frac{1+{}_np_x}{2}\right)(\alpha_x-\alpha_{x+n}) \tag{2.41}
$$

y las defunciones de activos e inactivos siguen siendo:

$$
{}_nd_x^a = {}_nd_x\left[\frac{\alpha_x+\alpha_{x+n}}{2}\right] \qquad y \qquad {}_nd_x^i = {}_nd_x\left[\frac{i_x+\iota_{x+n}}{2}\right]
$$

Años-persona vividos

Veamos ahora la evaluación de los años-persona. Como la distribución uniforme de los decesos equivale a la variación lineal de los supervivientes en la tabla de mortalidad:

$$
{}_nL_x = \frac{n}{2}\left[\ell_x+\ell_{x+n}\right] = \frac{n}{2}\left[\ell_x+\ell_x\,{}_np_x\right] = n\ell_x\left(\frac{1+{}_np_x}{2}\right)
$$

o bien,

$$
\ell_x\left(\frac{1+{}_np_x}{2}\right) = \frac{{}_nL_x}{n}
$$

al sustituir en (2.40):

$$
{}_nH_x^{ia} = \frac{{}_nL_x}{n}(\alpha_{x+n}-\alpha_x) \tag{2.42}
$$

Dada la distribución uniforme de los eventos, podemos suponer que esos ingresos vivieron, en promedio, la mitad del periodo en la inactividad y la otra mitad en la actividad, con lo cual:

$$ {}_nL_x^{ia} = \frac{n}{2}\,{}_nH_x^{ia} = \frac{{}_nL_x}{2}\left(\alpha_{x+n} - \alpha_x\right) = {}_nL_x\left(\frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x}{2}\right) \tag{2.43} $$

Las ecuaciones (2.20) no dependen de supuesto alguno sobre distribución de los eventos, y dada la ausencia de retiros en un intervalo ascendente, al incorporar la distribución uniforme de las defunciones, por (2.19) los años-persona vividos en la actividad son:

$$ {}_nL_x^{a} = {}_nL_x^{aa} + {}_nL_x^{ia} = {}_nL_x\,\alpha_x + {}_nL_x\left(\frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x}{2}\right) = {}_nL_x\left(\frac{\alpha_x + \alpha_{x+n}}{2}\right) = {}_nL_x\,{}_na_x \tag{2.44} $$

y por el principio de cerradura:

$$ {}_nL_x^{i} = {}_nL_x - {}_nL_x^{a} = {}_nL_x\left(\frac{\iota_x + i_{x+n}}{2}\right) = {}_nL_x\,{}_ni_x \tag{2.44'} $$

Mediante razonamientos similares, tenemos para el intervalo descendente:

$$ {}_nL_x^{ai} = \frac{n}{2}\,{}_nH_x^{ai} = \frac{{}_nL_x}{2}\left(\alpha_x - \alpha_{x+n}\right) = {}_nL_x\left(\frac{\alpha_x - \alpha_{x+n}}{2}\right) = {}_nL_x\left(\frac{\iota_{x+n} - \iota_x}{2}\right) \tag{2.45} $$

y al reemplazar en (2.19) e incorporar (2.20) con ${}_nL_x^{ia} = 0$:

$$ {}_nL_x^{i} = {}_nL_x^{ii} + {}_nL_x^{ai} = {}_nL_x\,\iota_x + {}_nL_x\left(\frac{\iota_{x+n} - \iota_x}{2}\right) = {}_nL_x\left(\frac{\iota_x + i_{x+n}}{2}\right) = {}_nL_x\,{}_ni_x $$

el mismo resultado que para el intervalo ascendente.

Bajo la premisa de distribución uniforme de los eventos, se espera la variación lineal de activos e inactivos:

$$ {}_nL_x^{a} = \frac{n}{2}\left(\ell_x^a + \ell_{x+n}^a\right) = \frac{n\ell_x}{2}\left(\alpha_x + {}_np_x\alpha_{x+n}\right) \tag{2.46} $$

pero al desarrollar la penúltima igualdad en (2.44):

$$ {}_nL_x^{a} = n\ell_x\left(\frac{1 + {}_np_x}{2}\right)\left(\frac{\alpha_x + \alpha_{x+n}}{2}\right) = \frac{n\ell_x}{4}\left(1 + {}_np_x\right)\left(\alpha_x + \alpha_{x+n}\right) $$

que es distinta de (2.46), no obstante que ambas representan el mismo concepto. ¿Qué se requeriría para que fueran iguales? Que se satisficiera la siguiente igualdad:

$$\alpha_x + {}_np_x\alpha_{x+n} = \frac{(1 + {}_np_x)(\alpha_x + \alpha_{x+n})}{2} = \frac{\alpha_x}{2} + \frac{\alpha_{x+n}}{2} + \frac{{}_np_x\alpha_x}{2} + \frac{{}_np_x\alpha_{x+n}}{2}$$

al despejar:

$$\frac{\alpha_x}{2} + \frac{{}_np_x\alpha_{x+n}}{2} = \frac{\alpha_{x+n}}{2} + \frac{{}_np_x\alpha_x}{2}$$

o bien:

$$\alpha_x + {}_np_x\alpha_{x+n} = \alpha_{x+n} + {}_np_x\alpha_x$$

de donde:

$$\alpha_x - {}_np_x\alpha_x = \alpha_{x+n} - {}_np_x\alpha_{x+n} \qquad \text{si y solo si} \qquad \alpha_x(1 - {}_np_x) = \alpha_{x+n}(1 - {}_np_x)$$

es decir,

$$\alpha_x = \alpha_{x+n}$$

una ambigüedad, porque no es un intervalo ascendente ni descendente. No obstante, cabe preguntarse qué tanto los años-persona vividos calculados con (2.46) difieren de los valorados con (2.44). El cuadro 2.8 contiene los supervivientes por condición de actividad, quienes difieren de los mostrados en el cuadro 2.2 porque ahora en la tabla de mortalidad incorporamos el supuesto de distribución de las defunciones.

En el cuadro 2.9 se compara el tiempo vivido computado con (2.44) y (2.46). Tomamos como referencia (2.44) ya que fue el construido bajo el supuesto de reparto constante de entradas, salidas y muertes. Se advierte un distanciamiento mínimo entre ambos enfoques, excepto en el intervalo 85–89 años en la actividad en ambos sexos.

Por lo general se usa la fórmula (2.46) porque, por un lado, solo se utilizan los años-persona ${}_nL_x^{aa}$, es decir, se omiten ${}_nL_x^{ai}$, ${}_nL_x^{ia}$ y ${}_nL_x^{ii}$; y, por el otro, al usar la simplificación de una pauta unimodal que revisamos en el apartado 2.5.1, el algoritmo es independiente del procedimiento de cálculo de los años-persona vividos. Retenemos el cálculo con la fórmula (2.44) con el fin de poder descomponer los años-persona por condición de actividad.

En el cuadro 2.10 se presentan las probabilidades de transición, las cuales difieren en presencia de mortalidad, porque al suponer que las defunciones se reparten igualmente en el intervalo etario, la probabilidad de supervivencia es:

$${}_np_x = \frac{1 - \frac{n}{2}\,{}_nm_x}{1 + \frac{n}{2}\,{}_nm_x}$$

En nuestro ejemplo de las mujeres entre 25 y 30 años de edad su valor es:

$${}_5p_{25} = \frac{1 - 2.5\,{}_5m_{25}}{1 + 2.5\,{}_5m_{25}} = \frac{1 - 2.5 \times 0.000707}{1 + 2.5 \times 0.000707} = 0.996471$$

Cuadro 2.8. México: Supervivientes en la tabla de vida suponiendo distribución uniforme de los eventos, 2010

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 029	230 923	748 106	983 189	95 425	887 764
20	973 038	616 012	357 026	980 665	308 679	671 986
25	962 432	847 839	114 593	977 535	462 992	514 543
30	948 980	913 977	35 003	974 085	505 031	469 054
35	934 282	912 357	21 925	969 837	512 776	457 061
40	918 214	896 490	21 724	963 863	520 811	443 052
45	899 158	873 408	25 750	954 888	505 873	449 015
50	874 517	833 972	40 545	941 113	455 010	486 103
55	840 947	769 284	71 663	919 926	377 316	542 610
60	794 451	653 585	140 866	887 588	284 585	603 003
65	730 633	512 950	217 683	839 013	201 091	637 922
70	645 527	385 622	259 905	767 974	134 532	633 442
75	537 433	267 353	270 080	668 404	83 017	585 387
80	409 891	160 045	249 846	537 764	47 370	490 394
85	274 747	81 118	193 629	382 860	23 031	359 829
90	151 225	0	151 225	224 435	0	224 435

Fuente: Calculado con base en los cuadros 2.1 y B.1.

y las probabilidades de transición, por (2.10):

$$ {}_5p_{25}^{aa} = 0.996471 \qquad {}_5p_{25}^{ia} = 0.085179 \times 0.996471 = 0.084878 $$

$$ {}_5p_{25}^{ai} = 0 \qquad {}_5p_{25}^{ii} = 0.914821 \times 0.996471 = 0.911593 $$

Las probabilidades sin y con mortalidad se reproducen en el cuadro 2.10.

Con las proporciones instantáneas del cuadro 2.1, la primera columna del cuadro 2.11, y por (2.27) y (2.43) tenemos años-persona vividos:

$$ {}_5L_{25}^{aa} = {}_5L_{25}\,\alpha_{25} = 4\,879\,050 \times 0.473632 = 2\,310\,872 $$

$$ {}_5L_{25}^{ai} = 0 $$

$$ {}_5L_{25}^{ia} = {}_5L_{25}\left(\frac{\alpha_{30}-\alpha_{25}}{2}\right) = 4\,879\,050 \times \left(\frac{0.518467-0.473632}{2}\right) = 109\,377 $$

$$ {}_5L_{25}^{ii} = {}_5L_{25}\,\iota_{25} - {}_5L_{25}^{ia} = 4\,879\,050 \times 0.526368 - 109\,377 = 2\,458\,801 $$

y los totales en la actividad e inactividad

Cuadro 2.9. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa para dos aproximaciones de distribución uniforme de los eventos, 2010

Grupo de edad	Total	Fórmula (2.45)		Fórmula (2.47)		Variacíón porcentual*	
		Actividad	Inactividad	Actividad	Inactividad	Actividad	Inactividad
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
			Hombres				
12-14	2 939 610	346 682	2 592 928	346 384	2 593 226	-0.09	0.01
15-19	4 880 166	2 120 311	2 759 855	2 117 336	2 762 830	-0.14	0.11
20-24	4 838 674	3 662 913	1 175 761	3 659 627	1 179 047	-0.09	0.28
25-29	4 778 529	4 405 921	372 608	4 404 539	373 990	-0.03	0.37
30-34	4 708 156	4 566 081	142 075	4 565 835	142 321	-0.01	0.17
35-39	4 631 239	4 522 112	109 127	4 522 115	109 124	0.00	0.00
40-44	4 543 430	4 424 625	118 805	4 424 744	118 686	0.00	-0.10
45-49	4 434 186	4 267 901	166 285	4 268 447	165 739	0.01	-0.33
50-54	4 288 660	4 006 511	282 149	4 008 141	280 519	0.04	-0.58
55-59	4 088 495	3 551 822	536 673	3 557 174	531 321	0.15	-1.00
60-64	3 812 709	2 906 716	905 993	2 916 339	896 370	0.33	-1.06
65-69	3 440 400	2 235 295	1 205 105	2 246 432	1 193 968	0.50	-0.92
70-74	2 957 402	1 618 941	1 338 461	1 632 440	1 324 962	0.83	-1.01
75-79	2 368 311	1 051 438	1 316 873	1 068 497	1 299 814	1.62	-1.30
80-84	1 711 595	586 826	1 124 769	602 909	1 108 686	2.74	-1.43
85-89	1 064 931	157 209	907 722	202 796	862 135	29.00	-5.02
			Mujeres				
12-14	2 951 081	143 210	2 807 871	143 137	2 807 944	-0.05	0.00
15-19	4 909 634	1 010 945	3 898 689	1 010 258	3 899 376	-0.07	0.02
20-24	4 895 499	1 929 796	2 965 703	1 929 175	2 966 324	-0.03	0.02
25-29	4 879 050	2 420 249	2 458 801	2 420 056	2 458 994	-0.01	0.01
30-34	4 859 804	2 544 570	2 315 234	2 544 516	2 315 288	0.00	0.00
35-39	4 834 250	2 584 053	2 250 197	2 583 966	2 250 284	0.00	0.00
40-44	4 796 877	2 566 590	2 230 287	2 566 708	2 230 169	0.00	-0.01
45-49	4 740 002	2 401 408	2 338 594	2 402 206	2 337 796	0.03	-0.03
50-54	4 652 599	2 078 872	2 573 727	2 080 814	2 571 785	0.09	-0.08
55-59	4 518 785	1 651 133	2 867 652	1 654 753	2 864 032	0.22	-0.13
60-64	4 316 501	1 209 276	3 107 225	1 214 191	3 102 310	0.41	-0.16
65-69	4 017 466	833 330	3 184 136	839 057	3 178 409	0.69	-0.18
70-74	3 590 944	537 527	3 053 417	543 872	3 047 072	1.18	-0.21
75-79	3 015 422	320 070	2 695 352	325 968	2 689 454	1.84	-0.22
80-84	2 301 559	170 593	2 130 966	176 002	2 125 557	3.17	-0.25
85-89	1 518 237	45 665	1 472 572	57 577	1 460 660	26.09	-0.81

* 100×[(4)/(2)-1] y 100×[(5)/(3)-1]

Fuente: Calculado con base en los cuadros 2.1, 2.8 y 2.10.

Cuadro 2.10. México: Probabilidades de transición, 2010
(Distribución uniforme de las defunciones)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activo a:		Inactivo a:			Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)
				Hombres					
12-14	1.000000	0.000000	0.235869	0.764131	0.998283	0.998283	0.000000	0.235464	0.762819
15-19	1.000000	0.000000	0.519822	0.480178	0.993880	0.993880	0.000000	0.516641	0.477239
20-24	1.000000	0.000000	0.675498	0.324502	0.989100	0.989100	0.000000	0.668135	0.320965
25-29	1.000000	0.000000	0.690215	0.309785	0.986022	0.986022	0.000000	0.680567	0.305455
30-34	1.000000	0.000000	0.363759	0.636241	0.984512	0.984512	0.000000	0.358125	0.626387
35-39	0.999804	0.000196	0.000000	1.000000	0.982801	0.982609	0.000193	0.000000	0.982801
40-44	0.994900	0.005100	0.000000	1.000000	0.979247	0.974253	0.004994	0.000000	0.979247
45-49	0.981753	0.018247	0.000000	1.000000	0.972595	0.954848	0.017747	0.000000	0.972595
50-54	0.959257	0.040743	0.000000	1.000000	0.961613	0.922434	0.039179	0.000000	0.961613
55-59	0.899326	0.100674	0.000000	1.000000	0.944710	0.849602	0.095108	0.000000	0.944710
60-64	0.853377	0.146623	0.000000	1.000000	0.919670	0.784825	0.134845	0.000000	0.919670
65-69	0.850887	0.149113	0.000000	1.000000	0.883518	0.751774	0.131744	0.000000	0.883518
70-74	0.832748	0.167252	0.000000	1.000000	0.832550	0.693304	0.139246	0.000000	0.832550
75-79	0.784898	0.215102	0.000000	1.000000	0.762683	0.598629	0.164055	0.000000	0.762683
80-84	0.756155	0.243845	0.000000	1.000000	0.670293	0.506845	0.163447	0.000000	0.670293
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.550416	0.000000	0.550416	0.000000	0.550416

Cuadro 2.10
(Concluye)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activa a:		Inactiva a:			Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	(5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Activa (8)	Inactiva (9)
					Mujeres				
12-14	1.000000	0.000000	0.097056	0.902944	0.998973	0.998973	0.000000	0.096957	0.902017
15-19	1.000000	0.000000	0.241110	0.758890	0.997433	0.997433	0.000000	0.240491	0.756942
20-24	1.000000	0.000000	0.231843	0.768157	0.996808	0.996808	0.000000	0.231103	0.765705
25-29	1.000000	0.000000	0.085179	0.914821	0.996471	0.996471	0.000000	0.084878	0.911593
30-34	1.000000	0.000000	0.021300	0.978700	0.995639	0.995639	0.000000	0.021207	0.974432
35-39	1.000000	0.000000	0.024642	0.975358	0.993840	0.993840	0.000000	0.024491	0.969350
40-44	0.980447	0.019553	0.000000	1.000000	0.990688	0.971318	0.019371	0.000000	0.990688
45-49	0.912620	0.087380	0.000000	1.000000	0.985574	0.899454	0.086119	0.000000	0.985574
50-54	0.848346	0.151654	0.000000	1.000000	0.977488	0.829248	0.148240	0.000000	0.977488
55-59	0.781716	0.218284	0.000000	1.000000	0.964847	0.754236	0.210611	0.000000	0.964847
60-64	0.747521	0.252479	0.000000	1.000000	0.945272	0.706611	0.238662	0.000000	0.945272
65-69	0.730894	0.269106	0.000000	1.000000	0.915329	0.669009	0.246321	0.000000	0.915329
70-74	0.709004	0.290996	0.000000	1.000000	0.870347	0.617080	0.253267	0.000000	0.870347
75-79	0.709228	0.290772	0.000000	1.000000	0.804551	0.570610	0.233940	0.000000	0.804551
80-84	0.682895	0.317105	0.000000	1.000000	0.711948	0.486185	0.225762	0.000000	0.711948
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.586206	0.000000	0.586206	0.000000	0.586206

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.4 y B.1 para (5).

Cuadro 2.11. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010
(Distribución uniforme de los eventos)

Grupo de edad	Total	Un activo de edad *x* en la:			Un inactivo de edad *x* en la:				
		Actividad	Inactividad	Total	Actividad	Inactividad	Total	Actividad	Inactividad
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
					Hombres				
12-14	2 939 610	0	0	0	346 682	2 592 928	2 939 610	346 682	2 592 928
15-19	4 880 166	1 151 081	0	1 151 081	969 230	2 759 855	3 729 085	2 120 311	2 759 855
20-24	4 838 674	3 063 273	0	3 063 273	599 640	1 175 761	1 775 401	3 662 913	1 175 761
25-29	4 778 529	4 209 569	0	4 209 569	196 352	372 608	568 960	4 405 921	372 608
30-34	4 708 156	4 534 496	0	4 534 496	31 585	142 075	173 660	4 566 081	142 075
35-39	4 631 239	4 522 112	443	4 522 555	0	108 684	108 684	4 522 112	109 127
40-44	4 543 430	4 424 625	11 312	4 435 937	0	107 493	107 493	4 424 625	118 805
45-49	4 434 186	4 267 901	39 297	4 307 198	0	126 988	126 988	4 267 901	166 285
50-54	4 288 660	4 006 511	83 315	4 089 826	0	198 834	198 834	4 006 511	282 149
55-59	4 088 495	3 551 822	188 265	3 740 087	0	348 408	348 408	3 551 822	536 673
60-64	3 812 709	2 906 716	229 955	3 136 671	0	676 038	676 038	2 906 716	905 993
65-69	3 440 400	2 235 295	180 082	2 415 377	0	1 025 023	1 025 023	2 235 295	1 205 105
70-74	2 957 402	1 618 941	147 741	1 766 682	0	1 190 720	1 190 720	1 618 941	1 338 461
75-79	2 368 311	1 051 438	126 711	1 178 149	0	1 190 162	1 190 162	1 051 438	1 316 873
80-84	1 711 595	586 826	81 481	668 307	0	1 043 288	1 043 288	586 826	1 124 769
85-89	1 064 931	157 209	157 209	314 418	0	750 513	750 513	157 209	907 722
90 o más	724 451	0	0	0	0	724 451	724 451	0	724 451

Cuadro 2.11
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 081	0	0	0	143 210	2 807 871	2 951 081	143 210	2 807 871
15-19	4 909 634	476 511	0	476 511	534 434	3 898 689	4 433 123	1 010 945	3 898 689
20-24	4 895 499	1 540 930	0	1 540 930	388 866	2 965 703	3 354 569	1 929 796	2 965 703
25-29	4 879 050	2 310 872	0	2 310 872	109 377	2 458 801	2 568 178	2 420 249	2 458 801
30-34	4 859 804	2 519 647	0	2 519 647	24 923	2 315 234	2 340 157	2 544 570	2 315 234
35-39	4 834 250	2 555 982	0	2 555 982	28 071	2 250 197	2 278 268	2 584 053	2 250 197
40-44	4 796 877	2 566 590	25 340	2 591 930	0	2 204 947	2 204 947	2 566 590	2 230 287
45-49	4 740 002	2 401 408	109 711	2 511 119	0	2 228 883	2 228 883	2 401 408	2 338 594
50-54	4 652 599	2 078 872	170 568	2 249 440	0	2 403 159	2 403 159	2 078 872	2 573 727
55-59	4 518 785	1 651 133	202 286	1 853 419	0	2 665 366	2 665 366	1 651 133	2 867 652
60-64	4 316 501	1 209 276	174 714	1 383 990	0	2 932 511	2 932 511	1 209 276	3 107 225
65-69	4 017 466	833 330	129 560	962 890	0	3 054 576	3 054 576	833 330	3 184 136
70-74	3 590 944	537 527	91 526	629 053	0	2 961 891	2 961 891	537 527	3 053 417
75-79	3 015 422	320 070	54 450	374 520	0	2 640 902	2 640 902	320 070	2 695 352
80-84	2 301 559	170 593	32 145	202 738	0	2 098 821	2 098 821	170 593	2 130 966
85-89	1 518 237	45 665	45 664	91 329	0	1 426 908	1 426 908	45 665	1 472 572
90 o más	1 118 484	0	0	0	0	1 118 484	1 118 484	0	1 118 484

Fuente: Cuadros 2.8 y 2.10.

$$ {}_5L^{a}_{25} = {}_5L^{aa}_{25} + {}_5L^{ia}_{25} = 2\,310\,872 + 109\,377 = 2\,420\,249 $$

$$ {}_5L^{i}_{25} = {}_5L^{ai}_{25} + {}_5L^{ii}_{25} = 0 + 2\,458\,801 = 2\,458\,801 $$

Los ingresos a la actividad, aplicando (2.42):

$$ {}_5H^{ia}_{25} = \frac{{}_5L_{25}}{5}\,(\alpha_{30} - \alpha_{25}) = \frac{4\,879\,050}{5}\,(0.518467 - 0.473632) = 43\,751 $$

y la tasa de acceso:

$$ {}_5m^{ia}_{25} = \frac{{}_5H^{ia}_{25}}{{}_5L^{i}_{25}} = \frac{43\,751}{2\,458\,801} = 0.017794 $$

Las defunciones de activos:

$$ {}_5d^{a}_{25} = {}_5d_{25}\left[\frac{\alpha_{25} + \alpha_{30}}{2}\right] = 3\,450 \times \left[\frac{0.473632 + 0.518467}{2}\right] = 1\,711 $$

y las de inactivos:

$$ {}_5d^{i}_{25} = {}_5d_{25} - {}_5d^{a}_{25} = 3\,450 - 1\,711 = 1\,739 $$

Como ejemplo de un intervalo descendente tomemos nuevamente el caso masculino para el grupo de edades 35–39 años. Los años-persona vividos específicos son:

$$ {}_5L^{ai}_{35} = {}_5L_{35}\left(\tfrac{\alpha_{35}-\alpha_{40}}{2}\right) = 4\,631\,239 \times \left(\tfrac{0.976532-0.976341}{2}\right) = 443 $$

$$ {}_5L^{aa}_{35} = {}_5L_{35}\,\alpha_{35} - {}_5L^{ai}_{35} = 4\,631\,239 \times 0.976369 - 443 = 4\,522\,112 $$

$$ {}_5L^{ia}_{35} = 0 $$

$$ {}_5L^{ii}_{35} = {}_5L_{35}\,\iota_{35} - {}_5L^{ia}_{35} = 4\,631\,239 \times 0.023468 - 0 = 108\,684 $$

y los totales en la actividad e inactividad

$$ {}_5L^{a}_{35} = {}_5L^{aa}_{35} + {}_5L^{ia}_{35} = 4\,522\,112 + 0 = 4\,522\,112 $$

$$ {}_5L^{i}_{35} = {}_5L^{ai}_{35} + {}_5L^{ii}_{35} = 443 + 108\,684 = 109\,127 $$

Los retiros de la actividad, aplicando el símil de (2.42):

$$ {}_5H^{ai}_{35} = \frac{{}_5L_{35}}{5}\,(\alpha_{35} - \alpha_{40}) = \frac{4\,631\,239}{5}\,(0.976532 - 0.976341) = 177 $$

y la tasa de salida:

$$ {}_5m^{ai}_{35} = \frac{{}_5H^{ai}_{25}}{{}_5L^{a}_{35}} = \frac{177}{4\,522\,112} = 0.000039 $$

Las defunciones de activos:

$$ {}_5d^{a}_{35} = {}_5d_{35}\left[\frac{\alpha_{25}+\alpha_{30}}{2}\right] = 16\,068 \times \left[\frac{0.976532+0.976341}{2}\right] = 15\,689 $$

y las de inactivos:

$$ {}_5d^{i}_{25} = {}_5d_{25} - {}_5d^{a}_{25} = 16\,068 - 15\,689 = 379 $$

Los resultados para los años-persona vividos se presentan en el cuadro 2.11, y para los eventos y sus tasas en el cuadro 2.12, las cuales se reproducen en la gráfica 2.5, donde se aprecia una estrecha similitud, para ambos sexos, con las obtenidas por el método de los eventos.

Seguramente llamará la atención del eventual lector que las tasas de retiro de 85–89 años sean iguales para ambos sexos y exactamente iguales a 0.4. Esto no es sino resultado del modelo de distribución uniforme y de que hemos supuesto que la actividad económica cesa a los 90 años. En efecto, como $\alpha_{90} = 0$, los retiros son:

$$ {}_5H^{ai}_{85} = \frac{{}_5L_{85}}{5}\alpha_{85} $$

los años-persona vividos

$$ {}_5L^{a}_{85} = {}_5L^{aa}_{85} = {}_5L_{85}\,\alpha_{85} - {}_5L^{ai}_{85} = {}_5L_{85}\left[\alpha_{85} - \frac{\alpha_{85}-\alpha_{90}}{2}\right] = {}_5L_{85}\frac{\alpha_{85}}{2} $$

y la tasa:

$$ {}_5m^{ai}_{85} = \frac{{}_5H^{ai}_{85}}{{}_5L^{a}_{85}} = \frac{\frac{{}_5L_{85}\,\alpha_{85}}{5}}{\frac{{}_5L_{85}\,\alpha_{85}}{2}} = \frac{2}{5} = 0.4 $$

en general se tiene que ${}_nm^{ai}_{\theta-n} = 2/n$.

En la gráfica 2.6 se presenta la proporción que representan las tasas obtenidas de manera exponencial y suponiendo una distribución uniforme de los eventos con respecto al enfoque de estos. Tanto en las tasas de ingreso como en las de retiro se podrá notar el mismo perfil para ambos sexos (gráficas 2.3 a 2.5); acaso difieren las masculinas de entrada de 20 a 34 años. En la misma gráfica 2.6 se puede ver que mientras en las mujeres los tres tipos de tasas se alejan apenas algo más de 5%, las de ingreso masculinas son más de 10% inferiores entre 20 y 34 años de edad, incluso más de 30% en el grupo 25–29 años.[8]

[8] Por motivos de claridad, en la gráfica 2.6 se omiten las proporciones 85–89 años para distribución uniforme: 2.217 para hombres y 1.982 para mujeres.

Cuadro 2.12. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Distribución uniforme de los eventos)

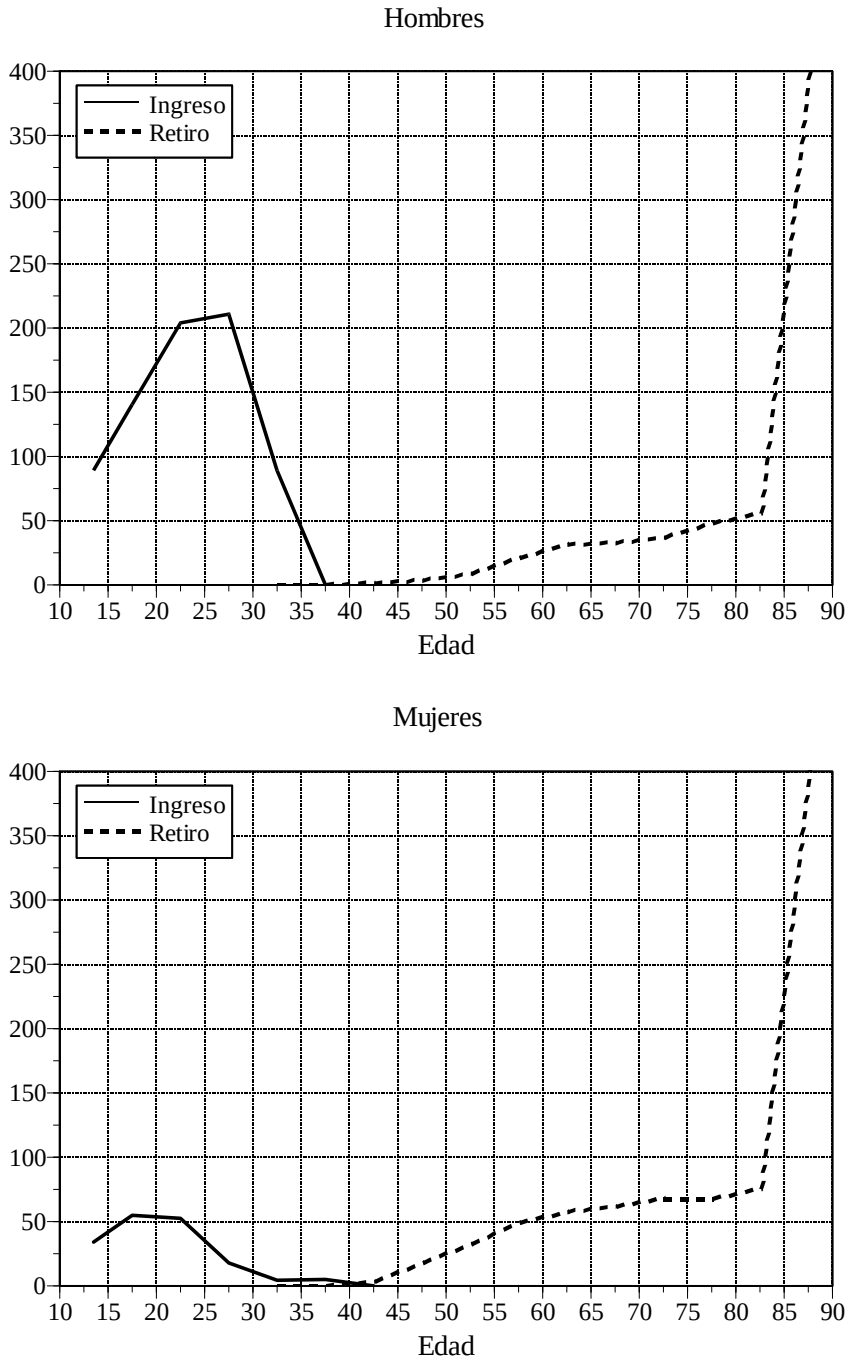
Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	231 121	0	1 683	198	1 485	0.089135	0.000000	0.000573
15-19	387 692	0	5 991	2 603	3 388	0.140476	0.000000	0.001228
20-24	239 856	0	10 606	8 029	2 577	0.204001	0.000000	0.002192
25-29	78 541	0	13 452	12 403	1 049	0.210787	0.000000	0.002815
30-34	12 634	0	14 698	14 254	444	0.088925	0.000000	0.003122
35-39	0	177	16 068	15 689	379	0.000000	0.000039	0.003470
40-44	0	4 525	19 056	18 558	498	0.000000	0.001023	0.004194
45-49	0	15 719	24 641	23 717	924	0.000000	0.003683	0.005557
50-54	0	33 326	33 570	31 361	2 209	0.000000	0.008318	0.007828
55-59	0	75 306	46 496	40 393	6 103	0.000000	0.021202	0.011372
60-64	0	91 982	63 818	48 653	15 165	0.000000	0.031645	0.016738
65-69	0	72 033	85 106	55 295	29 811	0.000000	0.032225	0.024737
70-74	0	59 096	108 094	59 173	48 921	0.000000	0.036503	0.036550
75-79	0	50 684	127 542	56 624	70 918	0.000000	0.048204	0.053853
80-84	0	32 593	135 144	46 334	88 810	0.000000	0.055541	0.078958
85-89	0	62 884	123 522	18 235	105 287	0.000000	0.400000	0.115990
90 o más	0	0	151 225	0	151 225	0.000000	0.000000	0.208744

Cuadro 2.12
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	95 474	0	1 010	49	961	0.034002	0.000000	0.000342
15-19	213 774	0	2 524	520	2 004	0.054832	0.000000	0.000514
20-24	155 547	0	3 130	1 234	1 896	0.052449	0.000000	0.000639
25-29	43 751	0	3 450	1 711	1 739	0.017794	0.000000	0.000707
30-34	9 969	0	4 248	2 224	2 024	0.004306	0.000000	0.000874
35-39	11 228	0	5 974	3 193	2 781	0.004990	0.000000	0.001236
40-44	0	10 136	8 975	4 802	4 173	0.000000	0.003949	0.001871
45-49	0	43 884	13 775	6 979	6 796	0.000000	0.018274	0.002906
50-54	0	68 227	21 187	9 467	11 720	0.000000	0.032819	0.004554
55-59	0	80 914	32 338	11 816	20 522	0.000000	0.049005	0.007156
60-64	0	69 886	48 575	13 608	34 967	0.000000	0.057792	0.011253
65-69	0	51 824	71 039	14 735	56 304	0.000000	0.062189	0.017683
70-74	0	36 610	99 570	14 905	84 665	0.000000	0.068108	0.027728
75-79	0	21 780	130 640	13 867	116 773	0.000000	0.068048	0.043324
80-84	0	12 858	154 904	11 482	143 422	0.000000	0.075372	0.067304
85-89	0	18 266	158 425	4 765	153 660	0.000000	0.400000	0.104348
90 o más	0	0	224 435	0	224 435	0.000000	0.000000	0.200660

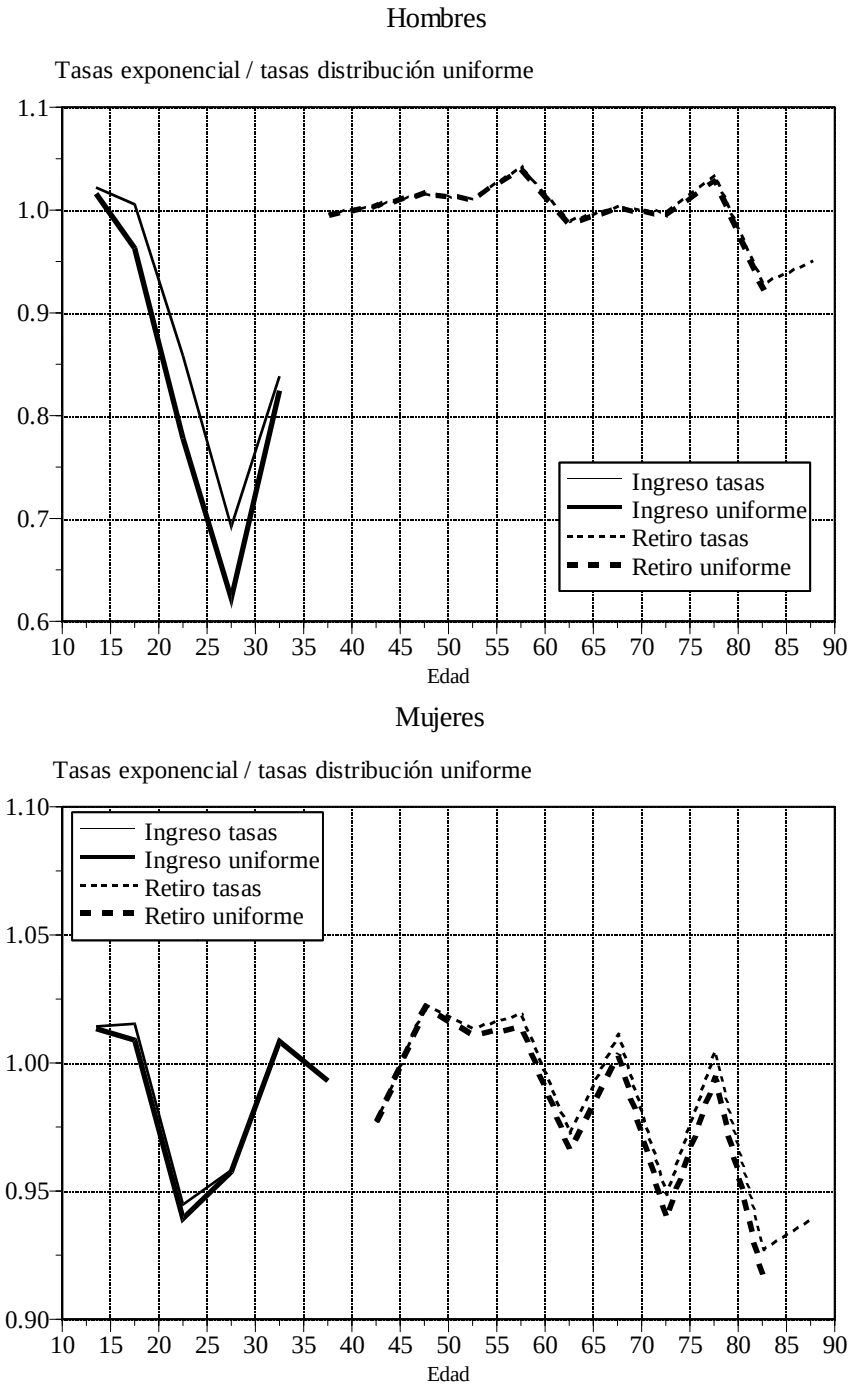
Fuente: Cuadros 2.10 y 2.11.

Gráfica 2.5. México: Tasas de ingreso y retiro en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2010
(Por mil, distribución uniforme de los eventos)



Fuente: Cuadro 2.12.

Gráfica 2.6. México: Desviación proporcional en las tasas de ingreso y de retiro calculadas con el método exponencial respecto de la distribución uniforme de los eventos, 2010



Fuente: Cuadros 2.7 y 2.12.

Generalización del tiempo vivido para los tres enfoques

Al aplicar (2.38) a un intervalo ascendente, como ${}_np_x^{aa} = {}_np_x$ y ${}_nm_x^{ai} = 0$, se tiene:

$$ {}_nL_x^{aa} = \ell_x^a \frac{1 - {}_n p_x}{{}_nm_x} = \ell_x \; \alpha_x \; \frac{{}_nq_x}{{}_nm_x} = \frac{{}_nd_x}{{}_nm_x} \alpha_x = {}_nL_x \, \alpha_x $$

el mismo resultado que en (2.36). De la misma manera, al aplicar (2.36) a un intervalo descendente (${}_np_x^{ii} = {}_np_x$ y ${}_nm_x^{ia} = 0$):

$$ {}_nL_x^{ii} = \ell_x^i \frac{1 - {}_n p_x}{{}_nm_x} = \ell_x \; \iota_x \; \frac{{}_nq_x}{{}_nm_x} = \frac{{}_nd_x}{{}_nm_x} \iota_x = {}_nL_x \, \iota_x $$

el mismo resultado que en (2.38). Así, dado que en un intervalo ascendente:

$$ {}_n\widehat{p}_x^{aa} = 1 \qquad \text{y} \qquad {}_nm_x^{ai} = -\frac{\ln\{{}_n\widehat{p}_x^{aa}\}}{n} = 0 $$

y en uno descendente:

$$ {}_n\widehat{p}_x^{ii} = 1 \qquad \text{y} \qquad {}_nm_x^{ia} = -\frac{\ln\{{}_n\widehat{p}_x^{ii}\}}{n} = 0 $$

podemos generalizar (2.35) a (2.38) como:

$$ \begin{aligned} {}_nm_x^{ai} &= -\tfrac{\ln\{{}_n\widehat{p}_x^{aa}\}}{n} & {}_nm_x^{ia} &= -\tfrac{\ln\{{}_n\widehat{p}_x^{ii}\}}{n} \\ {}_nL_x^{aa} &= \ell_x^a \tfrac{1-{}_np_x^{aa}}{{}_nm_x^{ai}+{}_nm_x} & {}_nL_x^{ai} &= {}_nL_x \, \alpha_x - {}_nL_x^{aa} \\ {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i \tfrac{1-{}_np_x^{ii}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x} & {}_nL_x^{ia} &= {}_nL_x \, \iota_x - {}_nL_x^{ii} \end{aligned} \tag{2.47} $$

Dado que (2.36) y (2.38) se obtuvieron a partir de las ecuaciones compensadoras (2.26), las igualdades para los años-persona vividos en (2.47) son válidas tanto para el método de los eventos como para los de las tasas de distribución uniforme de los eventos. No obstante, no se debe perder de vista que las tasas de ingreso y retiro en el caso de los eventos y de distribución uniforme se calculan con (2.23), mientras que bajo el enfoque de las tasas se hacen con el primer renglón en (2.47).

En la gráfica 2.7 se muestra la desviación de las proporciones de tabla por los métodos de las tasas y distribución uniforme respecto de las observadas. Se puede ver muy poca distorsión para ambos sexos a partir de 25 años de edad, pero un fuerte sesgo en el grupo 12–14, y en 85–89 cuando se supone que los eventos se reparten de manera constante en cada intervalo etario.

¿Cuál es el efecto de la longitud h para el intervalo previo al calcular α_{12} con (2.7)? Tenemos la respuesta en la gráfica 2.8, donde podemos ver que, aunque la probabilidad ${}_3\widehat{p}_{12}^{ia}$ —y por ende la tasa de ingreso ${}_3m_{12}^{ia}$— disminuye conforme h crece (gráfica 2.2), el

alejamiento de la proporción de participación de tabla aumenta. El patrón exhibido para ambos sexos en la gráfica 2.8 es un indicador de que la selección de $h = 0$ —y por tanto hacer $\alpha_{12} = 0$— es adecuada.

2.5 Esperanzas de vida

Definamos ahora por T_x a los años-persona vividos por la cohorte de la tabla a partir de la edad exacta x y por T_x^a y T_x^i a los pasados en la actividad y en la inactividad, respectivamente. Sean además T_x^{aa} y T_x^{ai} los años-persona vividos en la actividad y en la inactividad a partir de la edad x, respectivamente, por los activos de esa edad x y T_x^{ia} y T_x^{ii} los correspondientes a los inactivos. Estas funciones biométricas equivalen a los años-persona vividos del acápite anterior haciendo $n = \omega - x$, con ω la edad límite de la vida humana:

$$\begin{array}{ll} T_x = {}_{\omega-x}L_x & \\ T_x^a = {}_{\omega-x}L_x^a & T_x^i = {}_{\omega-x}L_x^i \\ T_x^{aa} = {}_{\omega-x}L_x^{aa} & T_x^{ai} = {}_{\omega-x}L_x^{ai} \\ T_x^{ia} = {}_{\omega-x}L_x^{ia} & T_x^{ii} = {}_{\omega-x}L_x^{ii} \end{array}$$

con lo cual, por extensión de (2.18) y (2.19):

$$T_x = T_x^a + T_x^i \qquad T_x^a = T_x^{aa} + T_x^{ia} \qquad T_x^i = T_x^{ai} + T_x^{ii} \tag{2.48}$$

No obstante, solo tres tiempos vividos acumulados pueden evaluarse como la suma de los correspondientes a los grupos de edad contenidos:

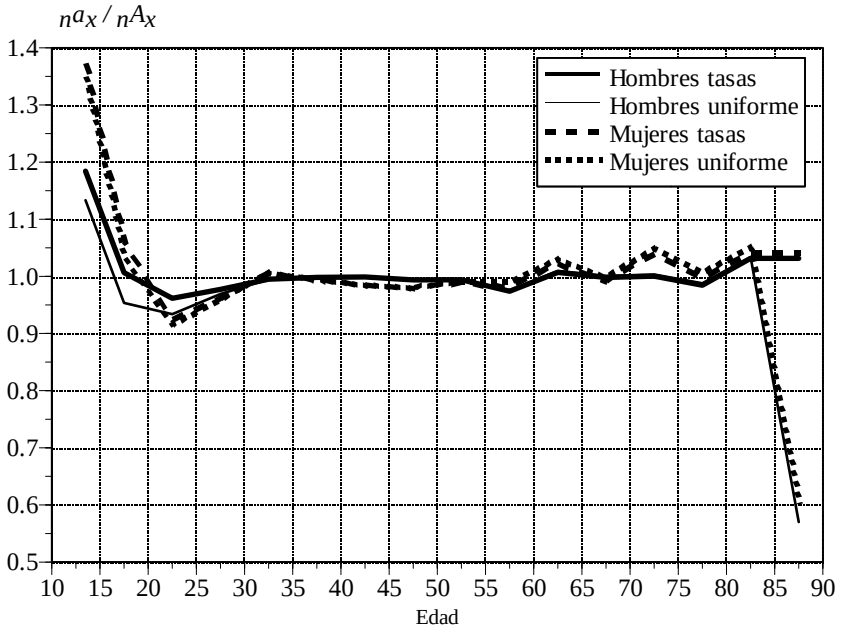
$$T_x = \sum_{y=x}^{\omega-n} {}_nL_y \qquad T_x^a = \sum_{y=x}^{\omega-n} {}_nL_y^a \qquad T_x^i = \sum_{y=x}^{\omega-n} {}_nL_y^i \tag{2.49}$$

pues, dado que un activo (inactivo) de edad x puede transitar entre actividad e inactividad el resto de su vida, T_x^{aa}, T_x^{ai}, T_x^{ia} y T_x^{ii} además de los valores de ${}_nL_x^{aa}$, ${}_nL_x^{ai}$, ${}_nL_x^{ia}$ y ${}_nL_x^{ii}$, respectivamente, comprenden parte de todas estas funciones para edades superiores a $x+n$. Para poder deducir los valores de T_x^{aa}, T_x^{ai}, T_x^{ia} y T_x^{ii}, definamos primero las esperanzas de vida.

Denotemos por e_x la esperanza de vida a la edad x, es decir, los años que, en promedio, espera vivir a partir de la edad x cada uno de los supervivientes a la edad x, por e_x^{aa} y e_x^{ai} la esperanza de vida activa e inactiva, respectivamente, para un activo de edad x, es decir, los años que, en promedio, espera vivir en la actividad e inactividad a partir de la edad x un activo de edad x, y por e_x^{ia} y e_x^{ii} las correspondientes a un inactivo de edad x. De su definición, claramente sus valores están dados por:

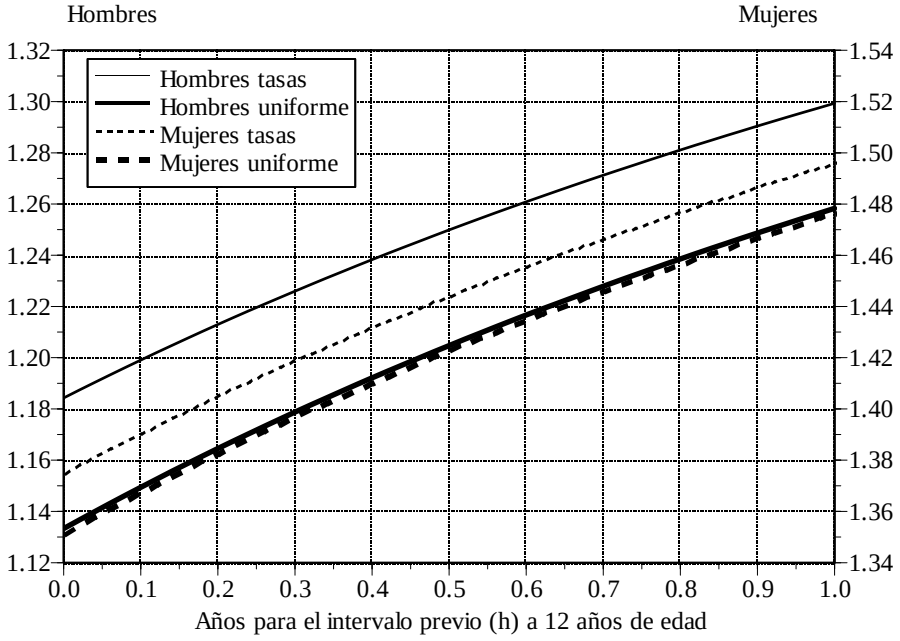
$$\begin{array}{ll} e_x = \frac{T_x}{\ell_x} \quad e_x^{aa} = \frac{T_x^{aa}}{\ell_x^a} & e_x^{ai} = \frac{T_x^{ai}}{\ell_x^a} \\ e_x^{ia} = \frac{T_x^{ia}}{\ell_x^i} & e_x^{ii} = \frac{T_x^{ii}}{\ell_x^i} \end{array} \tag{2.50}$$

Grafica 2.7. México: Desviación relativa en las proporciones de participación de tabla respecto de las observadas, 2010



Fuente: Elaborado con base en los cuadros 2.1, 2.6, y 2.11.

Gráfica 2.8. México: Desviación relativa en las proporciones de participación de 12-14 años de tabla respecto de las observadas para distintos valores del intervalo etario previo a la edad de 12 años, 2010



Fuente: Elaborado con base en los cuadros 2.1, 2.6 y 2.11.

Al cabo de n años, si sobreviven, los activos de edad x pueden encontrarse activos o inactivos al final del periodo, por lo que los años que esperan vivir en la actividad son:

$$T_x^{aa} = {}_nL_x^{aa} + \ell_x^a \, {}_np_x^{aa} \, e_{x+n}^{aa} + \ell_x^a \, {}_np_x^{ai} \, e_{x+n}^{ia}$$

de donde, generalizando:

$$\begin{aligned} T_x^{aa} &= {}_nL_x^{aa} + \ell_x^a \, {}_np_x^{aa} \, e_{x+n}^{aa} + \ell_x^a \, {}_np_x^{ai} \, e_{x+n}^{ia} \\ T_x^{ai} &= {}_nL_x^{ai} + \ell_x^a \, {}_np_x^{aa} \, e_{x+n}^{ai} + \ell_x^a \, {}_np_x^{ai} \, e_{x+n}^{ii} \\ T_x^{ia} &= {}_nL_x^{ia} + \ell_x^i \, {}_np_x^{ia} \, e_{x+n}^{aa} + \ell_x^i \, {}_np_x^{ii} \, e_{x+n}^{ia} \\ T_x^{ii} &= {}_nL_x^{ii} + \ell_x^i \, {}_np_x^{ia} \, e_{x+n}^{ai} + \ell_x^i \, {}_np_x^{ii} \, e_{x+n}^{ii} \end{aligned} \tag{2.51}$$

y, al dividir por ℓ_x^a las ecuaciones de los dos primeros renglones y por ℓ_x^i las de los dos últimos, de acuerdo con (2.50):

$$\begin{aligned} e_x^{aa} &= {}_ne_x^{aa} + {}_np_x^{aa} \, e_{x+n}^{aa} + {}_np_x^{ai} \, e_{x+n}^{ia} & e_x^{ai} &= {}_ne_x^{ai} + {}_np_x^{aa} \, e_{x+n}^{ai} + {}_np_x^{ai} \, e_{x+n}^{ii} \\ e_x^{ia} &= {}_ne_x^{ia} + {}_np_x^{ia} \, e_{x+n}^{aa} + {}_np_x^{ii} \, e_{x+n}^{ia} & e_x^{ii} &= {}_ne_x^{ii} + {}_np_x^{ia} \, e_{x+n}^{ai} + {}_np_x^{ii} \, e_{x+n}^{ii} \end{aligned} \tag{2.52}$$

donde ${}_ne_x^{aa} = {}_nL_x^{aa}/\ell_x^a$, ${}_ne_x^{ai} = {}_nL_x^{ai}/\ell_x^i$, ${}_ne_x^{ia} = {}_nL_x^{ia}/\ell_x^i$ y ${}_ne_x^{ii} = {}_nL_x^{ii}/\ell_x^i$ son las esperanzas de vida parcial entre x y $x+n$.

Si aceptamos la continuidad de la mortalidad en la participación, haciendo $n = \omega - x$ en (2.20):

$$T_x^{aa} + T_x^{ai} = T_x \, \alpha_x \qquad \text{y} \qquad T_x^{ia} + T_x^{ii} = T_x \, \iota_x$$

de donde,

$$e_x^{aa} + e_x^{ai} = e_x \qquad \text{y} \qquad e_x^{ia} + e_x^{ii} = e_x \tag{2.53}$$

En tanto medidas per cápita se puede ver una clara analogía con (2.11).

¿Cuál es la relación entre las esperanzas de vida activa y los años netos de vida activa que vimos en el acápite 1.4? Al despejar en (2.50) y sustituir en (2.48):

$$T_x^a = \ell_x^a \, e_x^{aa} + \ell_x^i \, e_x^{ia} = \ell_x \left(\alpha_x \, e_x^{aa} + \iota_x \, e_x^{ia} \right)$$

de donde por (1.20):

$$\begin{aligned} e_x^a &= \tfrac{T_x^a}{\ell_x} = \alpha_x \, e_x^{aa} + \iota_x \, e_x^{ia} \\ e_x^i &= \tfrac{T_x^i}{\ell_x} = \alpha_x \, e_x^{ai} + \iota_x \, e_x^{ii} \end{aligned} \tag{2.54}$$

es decir, una media ponderada, pues $\alpha_x + \iota_x = 1$ por (2.3).

Si aceptamos el supuesto fundamental del método tradicional y suponemos la continuidad de la mortalidad en la participación en la actividad económica, por (2.47) las esperanzas parciales de vida activa son:

$$\begin{aligned} {}_ne_x^{aa} &= \tfrac{1-{}_np_x^{aa}}{{}_nm_x^{ai}+{}_nm_x} \qquad & {}_ne_x^{ai} &= {}_ne_x - {}_ne_x^{aa} \\ {}_ne_x^{ii} &= \tfrac{1-{}_np_x^{ii}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x} \qquad & {}_ne_x^{ia} &= {}_ne_x - {}_ne_x^{ii} \end{aligned} \tag{2.55}$$

donde ${}_ne_x = {}_nL_x/\ell_x$ es la esperanza de vida parcial en la tabla de mortalidad. Se puede ver que (2.55) satisface (2.53) para las esperanzas parciales:

$${}_ne_x^{aa} + {}_ne_x^{ai} = {}_ne_x \qquad \text{y} \qquad {}_ne_x^{ia} + {}_ne_x^{ii} = {}_ne_x$$

Si recordamos que en un intervalo ascendente ${}_np_x^{aa} = {}_np_x$ y ${}_nm_x^{ai} = 0$, al aplicar (2.55):

$${}_ne_x^{aa} = \frac{1-{}_np_x}{{}_nm_x} = {}_ne_x \qquad \text{y} \qquad {}_ne_x^{ai} = {}_ne_x - {}_ne_x^{aa} = 0 \tag{2.55'}$$

y de la misma manera, para un intervalo descendente:

$${}_ne_x^{ii} = {}_ne_x \qquad \text{y} \qquad {}_ne_x^{ia} = {}_ne_x - {}_ne_x^{ii} = 0 \tag{2.55''}$$

con lo que se cumplen (2.36) y (2.38), respectivamente.

Las ecuaciones (2.52) se aplican de manera recursiva. Al no haber activos y no estar definida la división entre cero, matemáticamente las esperanzas e_θ^{aa} y e_θ^{ai} no existen; sin embargo, para simplificar la aplicación de (2.52) podemos suponer que ambas son iguales a cero, sin que ello propicie error alguno en la determinación de las esperanzas para las edades anteriores:

$$e_\theta^{aa} = 0 \qquad e_\theta^{ai} = 0 \qquad e_\theta^{ia} = 0 \quad \text{y} \quad e_\theta^{ii} = e_\theta \tag{2.56}$$

Para la edad inicial β tampoco se pueden determinar las esperanzas e_β^{aa} y e_β^{ai} mediante (2.50) porque no está definida la división entre cero cuando adoptamos $\alpha_\beta = 0$; no obstante, como el primer intervalo de edades es forzosamente ascendente (${}_np_\beta^{aa} = {}_np_\beta$ y ${}_np_\beta^{ai} = 0$), al reemplazar (2.55) en (2.52):

$$e_\beta^{aa} = {}_ne_\beta + {}_np_\beta\, e_{\beta+n}^{aa} \quad \text{y} \quad e_\beta^{ai} = {}_np_\beta\, e_{\beta+n}^{ai} \tag{2.57}$$

porque ${}_ne_\beta^{aa} = {}_ne_\beta$ y ${}_ne_\beta^{ai} = 0$. Esta ecuación tiene la siguiente explicación: dado que un infinitésimo de tiempo dx después de la edad exacta β ya hay activos, las esperanzas de vida activa e inactiva para los activos a la edad exacta $\beta + dx$ son iguales a los valores obtenidos mediante (2.57), pues un infinitésimo de tiempo es demasiado pequeño para que cambien significativamente los valores de ${}_ne_\beta$ y ${}_np_\beta$; o bien, al ser la tabla de vida activa un modelo probabilístico, las esperanzas de vida activa e inactiva solo dependen de las probabilidades de transición. Nótese que por (2.55') ${}_3e_{12}^{aa}$ no depende de α_{12} y, por ende, tampoco de h. No

obstante, los valores de ${}_3e_{12}^{ia}$ y ${}_3e_{12}^{ii}$ sí dependen de h, porque ${}_3p_{12}^{ii}$ está en función del valor de ι_{12} de acuerdo con (2.16).

Por ejemplo, por el método de los eventos, con la información de los cuadros 2.2 y 2.4 tenemos para los hombres:

$$ {}_5e_{85}^{aa} = \frac{{}_5L_{85}^{aa}}{\ell_{85}^{a}} = \frac{273\,275}{81\,003} = 3.37 $$

sustituyendo este resultado y (2.56) en (2.52):

$$ e_{85}^{aa} = {}_5e_{85}^{aa} + {}_5p_{85}^{aa}\, e_{90}^{aa} + {}_5p_{85}^{ai}\, e_{90}^{ia} = 3.37 + 0 \times 0 + 0.553792 \times 0 = 3.37 $$

$$ e_{85}^{ia} = {}_5e_{85}^{ia} + {}_5p_{85}^{ia}\, e_{90}^{aa} + {}_5p_{85}^{ii}\, e_{90}^{ia} = 0 + 0 \times 0 + 0.553792 \times 0 = 0 $$

despejando en (2.53):

$$ e_{85}^{ai} = e_{85} - e_{85}^{aa} = 6.50 - 3.37 = 3.13 $$

$$ e_{85}^{ii} = e_{85} - e_{85}^{ia} = 6.50 - 0 = 6.50 $$

A los 80 años:

$$ {}_5e_{80}^{aa} = \frac{{}_5L_{80}^{aa}}{\ell_{80}^{a}} = \frac{566\,018}{159\,753} = 3.54 $$

nuevamente por (2.52):

$$ \begin{aligned} e_{80}^{aa} &= {}_5e_{80}^{aa} + {}_5p_{80}^{aa}\, e_{85}^{aa} + {}_5p_{80}^{ai}\, e_{85}^{ia} = 3.54 + 0.507050 \times 3.37 + 0.203797 \times 0 \\ &= 3.54 + 1.71 = 5.25 \\ e_{80}^{ai} &= e_{80} - e_{80}^{aa} = 8.53 - 5.25 = 3.28 \\ e_{80}^{ia} &= {}_5e_{80}^{ia} + {}_5p_{80}^{ia}\, e_{85}^{aa} + {}_5p_{80}^{ii}\, e_{85}^{ia} = 0 + 0 \times 0 + 0.670563 \times 0 = 0 \\ e_{80}^{ai} &= e_{80} - e_{80}^{ia} = 8.53 - 0 = 8.53 \end{aligned} $$

Al aplicar (2.54), los años netos de vida activa e inactiva son:

$$ e_{80}^{a} = \alpha_{80}\, e_{80}^{aa} + \iota_{80}\, e_{80}^{ia} = 0.390458 \times 5.25 + 0.609542 \times 0 = 2.05 $$

$$ e_{80}^{i} = \alpha_{80}\, e_{80}^{ai} + \iota_{80}\, e_{80}^{ii} = 0.390458 \times 3.28 + 0.609542 \times 8.53 = 6.48 $$

prácticamente los mismos valores obtenidos en el acápite 1.4 (columnas 5 y 6 del cuadro 1.4).

No se debe perder de vista que, para calcular las esperanzas de vida e_{12}^{aa}, no se puede usar el cociente ${}_3L_{12}^{aa}/\ell_{12}^{a}$ para evaluar ${}_3e_{12}^{aa}$, porque la división por cero no está definida ($\ell_{12}^{a} = 0$), siendo necesario utilizar la primera ecuación en (2.55).

En los cuadros 2.13 a 2.15 y en la gráfica 2.9 se presentan las esperanzas de vida activa para los tres métodos —de eventos, de tasas y de distribución uniforme de los eventos.[9] Un primer aspecto que salta a la vista es que solo las esperanzas de vida activa, tanto para un activo como para un inactivo, son funciones monótonas decrecientes respecto a la edad en ambos sexos, igual que el patrón de las esperanzas de vida total (e_x) a partir de 12 años. Llama también la atención que las esperanzas de vida activa para un inactivo (e_x^{ia}) sean ligeramente inferiores en todas las edades bajo el supuesto de distribución uniforme de los eventos (compárese la columna 4 de los cuadros 2.13 a 2.15), excepto en 30–34 años de mujeres; asimismo para los activos masculinos (e_x^{ia}) y en los femeninos excepto de 55 a 74 años.

En la gráfica 2.10 se presenta el porcentaje de la vida restante que un activo, un inactivo o cualquier persona (años netos) espera pasar en la actividad.[10] Es interesante observar que una vez que una persona es activa, la mayor parte de la supervivencia remanente espera pasarla en la actividad, tanto si es hombre como si es mujer. En cambio, mientras los varones inactivos de 20 años de edad o menos esperan pasar poco menos de 75% del resto de sus vidas en la actividad, las inactivas de 12 años esperan hacerlo algo más de la tercera parte y las veinteañeras casi un quinto. El patrón peculiar del porcentaje de la vida restante que un activo espera pasar en la actividad (el ascenso a partir de 60 años en mujeres y 65 años en hombres) es resultado del patrón unimodal de participación por edad en México en 2010.[11]

Es claro el efecto de la mayor participación masculina, pues al estar las α_x cercanas a uno, en tanto ponderadores, propician que la media (años netos) esté muy próxima a la función que multiplican en (2.54) (vida activa para un activo e_x^{aa}) hasta 45 años, cuando los niveles de participación comienzan a disminuir aceleradamente (gráfica 1.1) y los años netos a alejarse de la esperanza de vida activa para un activo. El alejamiento es solo resultado del descenso de las α_x, pues a partir de 35 años la esperanza de vida activa para un inactivo es nula porque ya no hay ingresos a la actividad (el supuesto fundamental del enfoque tradicional), y para las mujeres se extrae la misma conclusión de 55 años en adelante. En el caso de un patrón unimodal de participación —Como los de ambos sexos en México en 2010— podemos concluir, al despejar en (2.54) y dado que el segundo sumando para los años netos de vida activa es cero, que el exceso proporcional de la esperanza de vida activa respecto a los años netos a partir de la edad modal (el tramo monótono decreciente) es igual —bajo el enfoque de los eventos— al inverso de la proporción instantánea de participación ($1/\alpha_x = e_x^{aa}/e_x^a$).

[9] Debido a la gran similitud en los valores de los cuadros 2.13 a 2.15, sólo se ilustran gráficamente las esperanzas de vida activa por el método de las tasas.

[10] En ambos paneles de la gráfica 2.10 sólo se muestran los porcentajes de la tabla de vida activa por el método de las tasas. El eventual lector notará —en los cuadros 2.13 a 2.15— la escasa diferencia entre los tres enfoques, excepto a los 80 y 85 años de edad cuando sí son marcados en la esperanza de vida activa para un activo (compárese la columna 3 de los cuadros 2.13 a 2.15).

[11] Como se muestra en el apartado 2.5.1, a partir de la edad modal η, la esperanza de vida activa para un activo es simplemente T_x^a/ℓ_x^a, de donde, la fracción que representan de la esperanza de vida total es el cociente que resulta de dividir la proporción de participación de tabla de x años o más ($_{\omega-x}a_x = T_x^a/T_x$) entre el cociente de proporciones instantáneas $_{\omega-x}a_x/\alpha_x$.

Cuadro 2.13. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Método de los eventos)

Edad	Para un activo de edad *x* en la: Actividad (1)	Inactividad (2)	% actividad (3)[a]	Para un inactivo de edad *x* en la: Actividad (4)	Inactividad (5)	% actividad (6)[b]	Total (7)
			Hombres				
12	53.46	7.97	87.0	46.05	15.38	75.0	61.43
15	50.55	7.98	86.4	44.35	14.18	75.8	58.53
20	45.84	8.03	85.1	40.30	13.57	74.8	53.87
25	41.32	8.12	83.6	32.06	17.38	64.8	49.44
30	36.87	8.23	81.7	13.20	31.90	29.3	45.10
35	32.41	8.36	79.5	0.00	40.77	0.0	40.77
40	27.94	8.50	76.7	0.00	36.44	0.0	36.44
45	23.60	8.55	73.4	0.00	32.16	0.0	32.16
50	19.57	8.42	69.9	0.00	27.99	0.0	27.99
55	15.97	8.03	66.5	0.00	24.00	0.0	24.00
60	13.23	7.03	65.3	0.00	20.26	0.0	20.26
65	11.23	5.57	66.8	0.00	16.80	0.0	16.80
70	9.14	4.54	66.8	0.00	13.68	0.0	13.68
75	7.13	3.79	65.3	0.00	10.92	0.0	10.92
80	5.25	3.28	61.6	0.00	8.53	0.0	8.53
85	3.37	3.13	51.9	0.00	6.50	0.0	6.50
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	50.01	17.01	74.6	23.03	43.99	34.4	67.02
15	47.06	17.02	73.4	20.35	43.73	31.8	64.08
20	42.17	17.07	71.2	12.74	46.50	21.5	59.24
25	37.30	17.12	68.5	4.28	50.14	7.9	54.42
30	32.42	17.18	65.4	1.23	48.37	2.5	49.61
35	27.55	17.26	61.5	0.65	44.17	1.4	44.81
40	22.71	17.36	56.7	0.00	40.07	0.0	40.07
45	18.38	17.04	51.9	0.00	35.42	0.0	35.42
50	15.06	15.84	48.7	0.00	30.90	0.0	30.90
55	12.60	13.96	47.4	0.00	26.56	0.0	26.56
60	10.83	11.60	48.3	0.00	22.43	0.0	22.43
65	9.48	9.09	51.1	0.00	18.57	0.0	18.57
70	7.96	7.09	52.9	0.00	15.05	0.0	15.05
75	6.71	5.20	56.4	0.00	11.91	0.0	11.91
80	5.02	4.16	54.7	0.00	9.18	0.0	9.18
85	3.27	3.61	47.5	0.00	6.88	0.0	6.88
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Cuadro B.1 para (7).

Cuadro 2.14. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Método de las tasas)

Edad	Para un activo de edad *x* en la: Actividad (1)	Inactividad (2)	% actividad (3)[a]	Para un inactivo de edad *x* en la: Actividad (4)	Inactividad (5)	% actividad (6)[b]	Total (7)
			Hombres				
12	53.33	8.09	86.8	45.72	15.71	74.4	61.43
15	50.42	8.11	86.1	43.88	14.65	75.0	58.53
20	45.72	8.16	84.9	39.41	14.46	73.2	53.87
25	41.19	8.25	83.3	30.87	18.57	62.4	49.44
30	36.74	8.36	81.5	12.53	32.57	27.8	45.10
35	32.28	8.50	79.2	0.00	40.77	0.0	40.77
40	27.80	8.64	76.3	0.00	36.44	0.0	36.44
45	23.47	8.69	73.0	0.00	32.16	0.0	32.16
50	19.46	8.53	69.5	0.00	27.99	0.0	27.99
55	15.89	8.12	66.2	0.00	24.00	0.0	24.00
60	13.27	6.99	65.5	0.00	20.26	0.0	20.26
65	11.25	5.56	66.9	0.00	16.80	0.0	16.80
70	9.17	4.51	67.0	0.00	13.68	0.0	13.68
75	7.17	3.75	65.7	0.00	10.92	0.0	10.92
80	5.42	3.11	63.5	0.00	8.53	0.0	8.53
85	3.48	3.02	53.5	0.00	6.50	0.0	6.50
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	49.99	17.03	74.6	22.86	44.16	34.1	67.02
15	47.04	17.04	73.4	20.12	43.96	31.4	64.08
20	42.15	17.09	71.2	12.36	46.88	20.9	59.24
25	37.28	17.14	68.5	4.10	50.33	7.5	54.42
30	32.40	17.20	65.3	1.24	48.37	2.5	49.61
35	27.53	17.28	61.4	0.62	44.19	1.4	44.81
40	22.69	17.38	56.6	0.00	40.07	0.0	40.07
45	18.28	17.14	51.6	0.00	35.42	0.0	35.42
50	15.05	15.85	48.7	0.00	30.90	0.0	30.90
55	12.65	13.90	47.7	0.00	26.56	0.0	26.56
60	11.00	11.43	49.1	0.00	22.43	0.0	22.43
65	9.59	8.98	51.6	0.00	18.57	0.0	18.57
70	8.18	6.87	54.3	0.00	15.05	0.0	15.05
75	6.82	5.09	57.3	0.00	11.91	0.0	11.91
80	5.23	3.95	57.0	0.00	9.18	0.0	9.18
85	3.40	3.48	49.5	0.00	6.88	0.0	6.88
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Cuadro B.1 para (7).

Cuadro 2.15. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Distribución uniforme de los eventos)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:			Para un inactivo de edad *x* en la:			Total
	Actividad (1)	Inactividad (2)	% actividad (3)[a]	Actividad (4)	Inactividad (5)	% actividad (6)[b]	(7)
			Hombres				
12	53.21	8.19	86.7	45.31	16.09	73.8	61.39
15	50.29	8.20	86.0	43.40	15.09	74.2	58.50
20	45.59	8.25	84.7	38.88	14.96	72.2	53.84
25	41.06	8.35	83.1	30.42	18.99	61.6	49.41
30	36.61	8.46	81.2	12.41	32.66	27.5	45.07
35	32.15	8.60	78.9	0.00	40.74	0.0	40.74
40	27.67	8.74	76.0	0.00	36.41	0.0	36.41
45	23.34	8.79	72.6	0.00	32.13	0.0	32.13
50	19.32	8.64	69.1	0.00	27.97	0.0	27.97
55	15.74	8.24	65.6	0.00	23.98	0.0	23.98
60	13.09	7.15	64.7	0.00	20.24	0.0	20.24
65	11.01	5.78	65.6	0.00	16.79	0.0	16.79
70	8.85	4.82	64.8	0.00	13.67	0.0	13.67
75	6.72	4.21	61.5	0.00	10.92	0.0	10.92
80	4.65	3.89	54.4	0.00	8.54	0.0	8.54
85	1.94	4.57	29.8	0.00	6.51	0.0	6.51
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	49.98	16.99	74.6	22.81	44.17	34.1	66.97
15	47.03	17.01	73.4	20.07	43.97	31.3	64.04
20	42.15	17.05	71.2	12.33	46.87	20.8	59.20
25	37.28	17.11	68.5	4.09	50.29	7.5	54.38
30	32.40	17.17	65.4	1.24	48.33	2.5	49.57
35	27.53	17.24	61.5	0.62	44.15	1.4	44.77
40	22.68	17.35	56.7	0.00	40.03	0.0	40.03
45	18.28	17.11	51.7	0.00	35.39	0.0	35.39
50	15.05	15.82	48.7	0.00	30.87	0.0	30.87
55	12.64	13.89	47.6	0.00	26.52	0.0	26.52
60	10.95	11.45	48.9	0.00	22.40	0.0	22.40
65	9.48	9.06	51.1	0.00	18.55	0.0	18.55
70	7.98	7.05	53.1	0.00	15.03	0.0	15.03
75	6.46	5.44	54.3	0.00	11.90	0.0	11.90
80	4.57	4.62	49.7	0.00	9.18	0.0	9.18
85	1.98	4.90	28.8	0.00	6.89	0.0	6.89
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	0.0	4.98

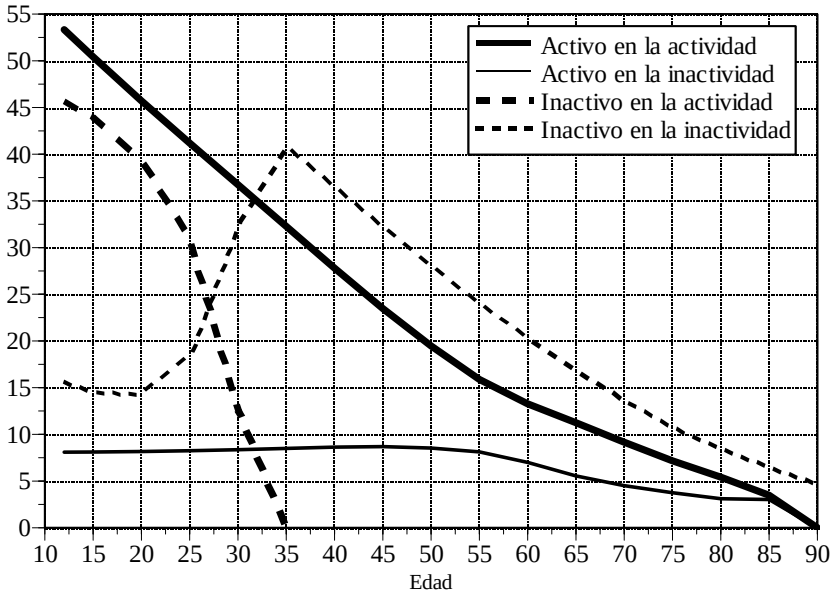
[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

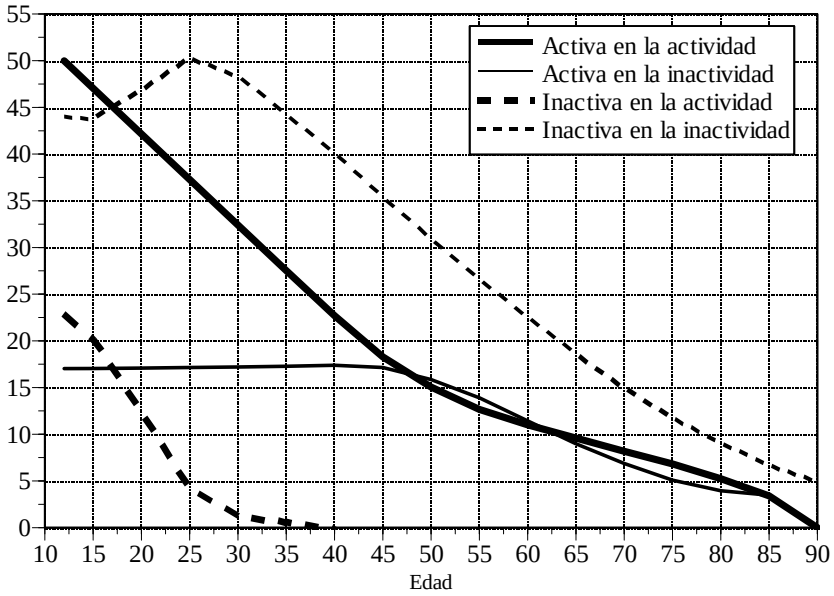
Fuente: Calculado con base en los cuadros 2.10 y 2.12.

Gráfica 2.9. México: Esperanzas de vida activa por edad y sexo, 2010

Hombres

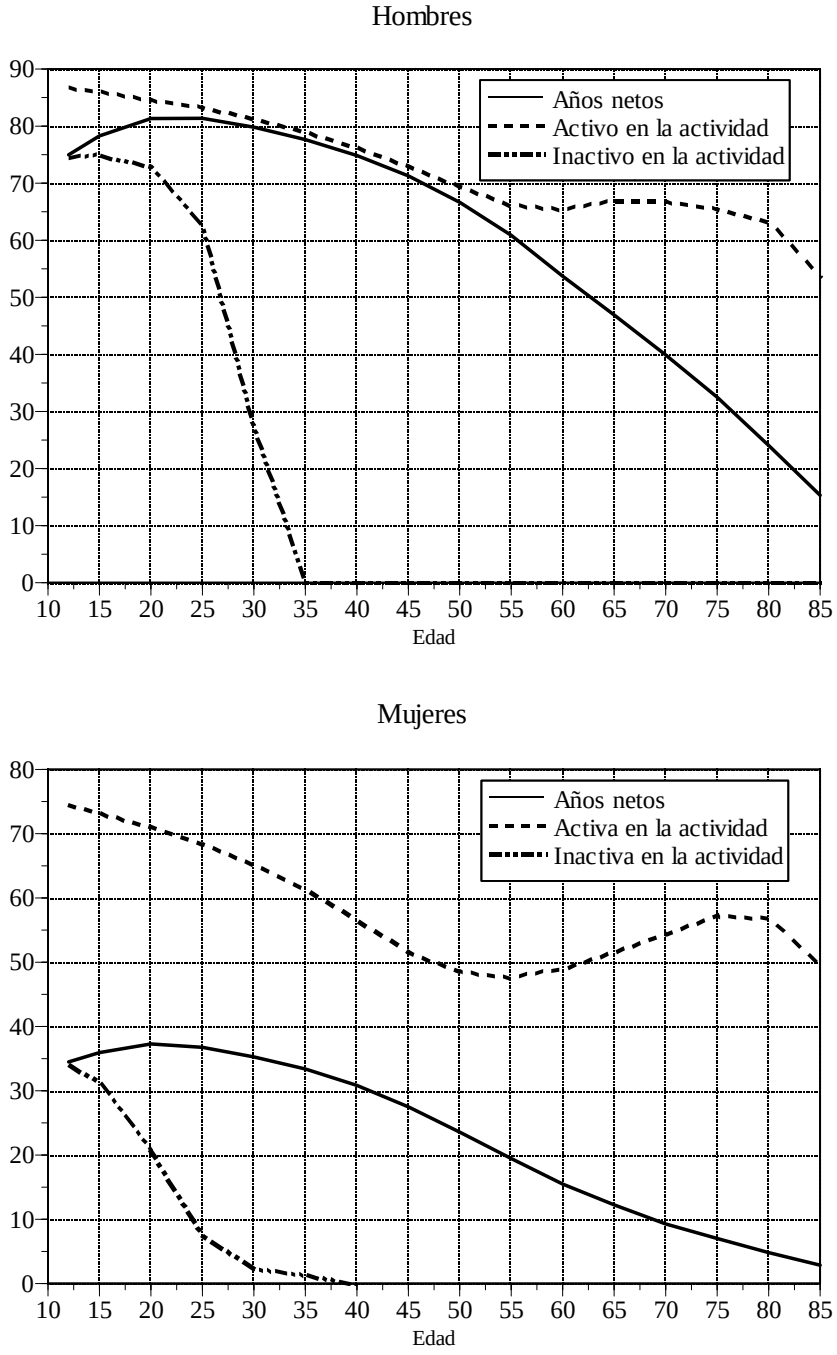


Mujeres



Fuente: Cuadro 2.9.

Gráfica 2.10. México: Porcentaje de la vida restante que una persona espera pasar en la actividad por edad y sexo, 2010



Fuente: Cuadros 1.4 y 2.9.

En el cuadro 2.16 se presentan los años netos de vida activa e inactiva obtenidos por el método directo (cuadro 1.4) y por el enfoque tradicional para construir una tabla de vida activa, y en la gráfica 2.11 la proporción que los obtenidos por los métodos de las tasas y de distribución uniforme representan de los calculados por el método directo, error realmente despreciable, pues en ningún caso excede 4% para ambos enfoques, excepto en los hombres a partir de 75 años y en mujeres de 80 años para el reparto constante de eventos. Esta proximidad se debe a la escasa diferencia entre las proporciones observadas (${}_nA_x$) y las proporciones de tabla (${}_na_x$) (gráfica 2.7).[12] En cambio, en el método de los eventos, al haber supuesto que las proporciones de tabla son iguales a las observadas, tenemos la coincidencia prácticamente estricta en hombres sobre todo el rango de edades, y una pequeña subestimación (menor a 0.7%) en las mujeres antes de 45 años; esto último obedece a haber usado (2.31) en 40–44 años.

El efecto que la selección de h en (2.7) tiene en la esperanza de vida activa para un inactivo de 12 años (e_{12}^{ia}) es menor en ambos procedimientos: solo de 46.05 ($h = 0$) a 46.15 ($h = 1$) años en hombres, y de 23.03 a 23.05 en mujeres por el método de los eventos, de 45.72 a 45.81 en hombres y de 22.86 a 22.88 en mujeres, respectivamente, para el algoritmo de las tasas, y de 45.39 a 45.31 en hombres y de 22.83 a 22.81 en mujeres con la distribución uniforme de los eventos; la leve diferencia proviene de la disminución que se tiene en ${}_3p_{12}^{ii}$ (véase 2.16) al introducirla en (2.55) para determinar ${}_3e_{12}^{ii}$.

2.5.1 El caso especial de un patrón unimodal

Veremos a continuación una manera simplificada de determinar las esperanzas de vida activa cuando se tiene un patrón unimodal de participación por edad. Denotemos por η la edad en la que α_x alcanza la moda (máximo absoluto) y dividamos el rango de edades en dos intervalos: antes y después de la moda.

i) Si $x \geq \eta$

Analicemos primero el tramo descendente de la curva, es decir, después de η. Si se acepta el supuesto tradicional y se hace $n = \omega - x$, por (2.30) o (2.38):

$$T_x^{ia} = 0 \qquad \text{y} \qquad T_x^{aa} = T_x^a$$

de donde, por (2.50) y al adoptar la continuidad de la mortalidad en (2.53):

$$\begin{aligned} e_x^{aa} &= \tfrac{T_x^a}{\ell_x^a} & e_x^{ai} &= e_x - e_x^{aa} \\ e_x^{ia} &= 0 & e_x^{ii} &= e_x \end{aligned} \tag{2.58}$$

[12] Con el fin de hacer más nítida la gráfica 2.11, se omiten las proporciones a los 85 años bajo el supuesto de distribución uniforme de los eventos: 0.570 para hombres y 0.605 para mujeres.

Cuadro 2.16. México: Años netos de vida activa e inactiva por el método directo y por el método tradicional, 2010

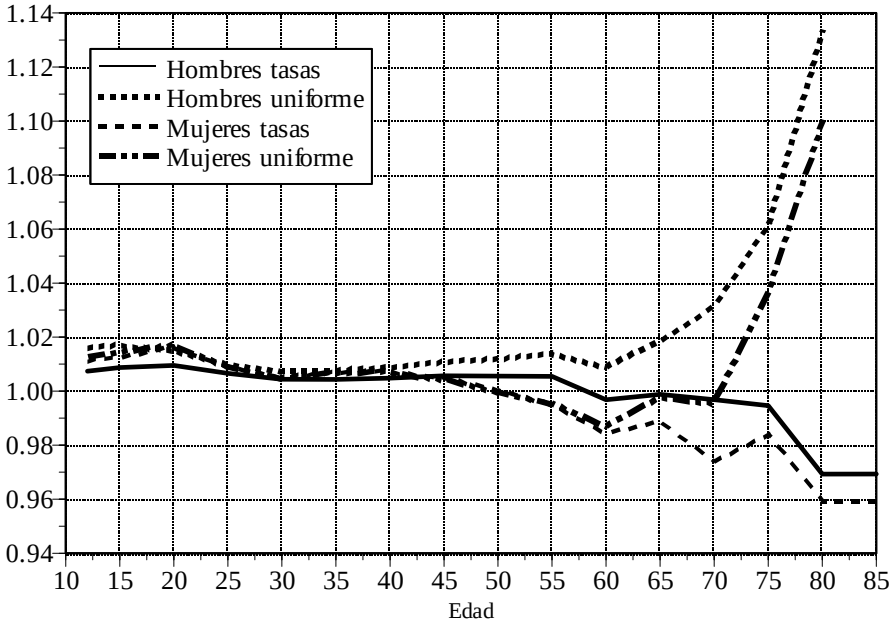
Edad	Método directo		Método de los eventos		Método de las tasas		Distribución uniforme	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (5)	Inactiva (6)
				Hombres				
12	46.05	15.37	46.05	15.38	45.72	15.71	45.31	16.09
15	45.82	12.71	45.81	12.72	45.42	13.10	45.03	13.47
20	43.82	10.06	43.81	10.06	43.40	10.47	43.13	10.72
25	40.22	9.21	40.22	9.22	39.96	9.48	39.80	9.61
30	36.00	9.10	35.99	9.11	35.85	9.26	35.72	9.36
35	31.66	9.12	31.65	9.12	31.52	9.25	31.39	9.35
40	27.28	9.16	27.28	9.16	27.14	9.30	27.02	9.40
45	22.93	9.23	22.93	9.23	22.80	9.36	22.67	9.46
50	18.66	9.33	18.66	9.33	18.56	9.43	18.43	9.54
55	14.61	9.39	14.61	9.39	14.53	9.47	14.40	9.58
60	10.88	9.38	10.88	9.38	10.92	9.34	10.77	9.47
65	7.89	8.92	7.89	8.92	7.89	8.91	7.73	9.06
70	5.46	8.22	5.46	8.22	5.48	8.20	5.29	8.38
75	3.55	7.37	3.55	7.37	3.57	7.35	3.34	7.58
80	2.05	6.48	2.05	6.48	2.12	6.41	1.82	6.73
85	1.00	5.50	1.00	5.50	1.03	5.47	0.57	5.94
90	0.00	4.79	0.00	4.79	0.00	4.79	0.00	4.79

Cuadro 2.16
(Concluye)

Edad	Método directo		Método de los eventos		Método de las tasas		Distribución uniforme	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (5)	Inactiva (6)
				Mujeres				
12	23.11	43.90	23.03	43.99	22.86	44.16	22.81	44.17
15	23.03	41.06	22.94	41.14	22.73	41.35	22.69	41.36
20	22.09	37.15	22.01	37.23	21.74	37.51	21.71	37.49
25	20.00	34.42	19.92	34.50	19.81	34.61	19.81	34.57
30	17.49	32.12	17.40	32.20	17.40	32.21	17.39	32.17
35	14.96	29.86	14.87	29.94	14.85	29.96	14.85	29.93
40	12.35	27.72	12.27	27.80	12.26	27.81	12.26	27.78
45	9.74	25.69	9.74	25.69	9.69	25.74	9.68	25.70
50	7.28	23.62	7.28	23.62	7.28	23.63	7.27	23.59
55	5.17	21.39	5.17	21.39	5.19	21.37	5.18	21.34
60	3.47	18.95	3.47	18.95	3.53	18.90	3.51	18.89
65	2.27	16.30	2.27	16.30	2.30	16.27	2.27	16.27
70	1.40	13.66	1.40	13.66	1.43	13.62	1.40	13.63
75	0.83	11.08	0.83	11.08	0.85	11.06	0.80	11.10
80	0.44	8.74	0.44	8.74	0.46	8.72	0.40	8.78
85	0.20	6.68	0.20	6.68	0.20	6.68	0.12	6.77
90	0.00	4.98	0.00	4.98	0.00	4.98	0.00	4.98

Fuente: Cuadros 1.4, 2.13, 2.14 y 2.15.

Grafica 2.11. México: Proporción que representan los años netos de vida activa estimados por el método tradicional, respecto de los deducidos con el método directo, por edad y sexo, 2010



Fuente: Elaborado con base en el cuadro 2.16.

La utilidad de este resultado es clara: por (2.49) basta con acumular los años-persona vividos en la actividad (${}_nL_x^a$), para deducir las cuatro esperanzas de vida activa para todas las edades a partir de η, ya que seguramente se dispone de la esperanza de vida total (e_x) en la tabla de vida de donde se extrae la ley de mortalidad. Conviene destacar que solo bajo el supuesto tradicional, y en un intervalo en que las proporciones de participación son monótonas decrecientes —se supone que no hay ingresos a la actividad—, la esperanza de vida activa para un activo es el cociente del tiempo vivido en la actividad dividido entre los activos, es decir, la primera ecuación en (2.58).

ii) Si $x < \eta$

Si hacemos $n = \eta - x$, por (2.27) o (2.36), (2.16) y (2.10):

$$ {}_{\eta-x}L_x^{ai} = 0 \qquad {}_{\eta-x}p_x^{aa} = {}_{\eta-x}p_x = \frac{\ell_\eta}{\ell_x} \qquad \text{y} \qquad {}_{\eta-x}p_x^{aa} = 0 $$

con lo cual, al aplicar (2.52)

$$
\begin{aligned}
e_x^{ai} &= {}_{\eta-x}e_x^{ai} + {}_{\eta-x}p_x^{aa}\, e_\eta^{ai} + {}_{\eta-x}p_x^{ai}\, e_\eta^{ii} \\
&= 0 + \tfrac{\ell_\eta}{\ell_x}\left(e_\eta - \tfrac{T_\eta^a}{\ell_\eta^a}\right) + 0 = \tfrac{T_\eta}{\ell_x} - \tfrac{\ell_\eta\, T_\eta^a}{\ell_x\, \ell_\eta^a} \\
&= \tfrac{\mathcal{T}}{\ell_x} \qquad \text{con } \ \mathcal{T} = T_\eta - \tfrac{T_\eta^a}{\alpha_\eta}
\end{aligned}
$$

Si despejamos en (2.48) y sustituimos el último resultado:

$$
T_x^{ii} = T_x^i - T_x^{ai} = T_x^i - \ell_x^a\, e_x^{ai} = T_x^i - \mathcal{T}\, \alpha_x
$$

y finalmente:

$$
\begin{aligned}
e_x^{ai} &= \tfrac{\mathcal{T}}{\ell_x} & e_x^{aa} &= e_x - e_x^{ai} \\
e_x^{ii} &= \tfrac{T_x^i - \mathcal{T}\,\alpha_x}{\ell_x^i} & e_x^{ia} &= e_x - e_x^{ii} \\
& \text{con} \quad \mathcal{T} = T_\eta - \frac{T_\eta^a}{\alpha_\eta}
\end{aligned}
\tag{2.59}
$$

Una vez obtenido el tiempo vivido acumulado en la actividad y en la inactividad (T_x^a y T_x^i), basta ahora con determinar $\mathcal{T}$ para obtener rápidamente las esperanzas de vida.

En el cuadro 2.17 se presenta el tiempo vivido acumulado para la tabla de vida activa de México en 2010. Para nuestros datos, tenemos que η es 35 años para hombres y 40 para mujeres. Al valorar (2.58) para los hombres de 65 años bajo el método de los eventos:

$$
\begin{aligned}
e_{65}^{aa} &= \tfrac{T_{65}^a}{\ell_{65}^a} = \tfrac{5\,759\,266}{512\,779} = 11.23 \\
e_{65}^{ai} &= e_{65} - e_{65}^{aa} = 16.80 - 11.23 = 5.57 \\
e_{65}^{ia} &= 0 \\
e_{65}^{ii} &= e_{65} = 16.80
\end{aligned}
$$

y por (2.59):

$$
\mathcal{T} = T_{35} - \frac{T_{35}^a}{\alpha_{35}} = 52\,419\,714 - \frac{42\,628\,004}{0.633081} = 7\,813\,698
$$

de donde, a los 20 años de edad:

$$
\begin{aligned}
e_{20}^{ai} &= \tfrac{\mathcal{T}}{\ell_{20}} = \tfrac{7\,813\,698}{973\,034} = 8.03 \\
e_{20}^{aa} &= e_{20} - e_{20}^{ai} = 53.87 - 8.03 = 45.84 \\
e_{20}^{ii} &= \tfrac{T_{20}^i - \mathcal{T}\,\alpha_{20}}{\ell_{20}^i} = \tfrac{9\,791\,710 - 7\,813\,698 \times 0.633081}{357\,025} = \tfrac{4\,845\,005}{357\,025} = 13.57 \\
e_{20}^{ia} &= e_{20} - e_{20}^{ii} = 53.87 - 13.57 = 40.30
\end{aligned}
$$

Estos resultados coinciden con los valores del cuadro 2.13.

Conviene hacer un breve comentario acerca de los datos extraídos de los censos de población o de encuestas de hogares por muestreo de visita única como los que hemos venido

Cuadro 2.17. México: Tiempo vivido acumulado en la tabla de vida activa, 2010

Edad	Método de los eventos		Método de las tasas		Total
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Actividad (3)	Inactividad (4)	(5)
			Hombres		
T	7 813 698		7 936 872		
12	45 157 940	15 083 672	44 834 213	15 407 399	60 241 612
15	44 852 013	12 449 769	44 471 886	12 829 896	57 301 782
20	42 628 004	9 791 710	42 233 194	10 186 520	52 419 714
25	38 704 429	8 875 045	38 459 603	9 119 871	47 579 474
30	34 158 214	8 642 071	34 015 965	8 784 320	42 800 285
35	29 567 540	8 524 254	29 447 256	8 644 538	38 091 794
40	25 044 725	8 415 109	24 924 448	8 535 386	33 459 834
45	20 615 193	8 299 643	20 498 610	8 416 226	28 914 836
50	16 319 711	8 158 231	16 229 247	8 248 695	24 477 942
55	12 288 222	7 897 003	12 221 321	7 963 904	20 185 225
60	8 642 830	7 448 383	8 670 272	7 420 941	16 091 213
65	5 759 266	6 512 436	5 766 204	6 505 498	12 271 702
70	3 521 130	5 302 881	3 532 210	5 291 801	8 824 011
75	1 904 353	3 956 263	1 914 613	3 946 003	5 860 616
80	839 293	2 651 069	865 870	2 624 492	3 490 362
85	273275	1 510 014	281928	1 501 361	1 783 289
90	0	727 857	0	727 857	727 857
			Mujeres		
T	16 736 769		16 756 559		
12	22 664 800	43 291 565	22 496 443	43 459 922	65 956 365
15	22 558 803	40 446 401	22 350 742	40 654 462	63 005 204
20	21 581 932	36 513 259	21 315 102	36 780 089	58 095 191
25	19 474 004	33 725 569	19 368 316	33 831 257	53 199 573
30	16 952 965	31 367 386	16 946 335	31 374 016	48 320 351
35	14 424 429	29 035 644	14 401 254	29 058 819	43 460 073
40	11 826 975	26 797 945	11 816 282	26 808 638	38 624 920
45	9 299 978	24 526 576	9 249 501	24 577 053	33 826 554
50	6 852 598	22 231 633	6 849 392	22 234 839	29 084 231
55	4 753 211	19 674 912	4 774 477	19 653 646	24 428 123
60	3 081 946	16 822 259	3 130 422	16 773 783	19 904 205
65	1 906 668	13 673 905	1 928 038	13 652 535	15 580 573
70	1 071 055	10 482 956	1 099 747	10 454 264	11 554 011
75	556 740	7 396 382	565 759	7 387 363	7 953 122
80	237 574	4 692 375	247 523	4 682 426	4 929 949
85	75 029	2 552 629	78 171	2 549 487	2 627 658
90	0	1 118 245	0	1 118 245	1 118 245

Fuente: Cuadros 2.4 y 2.6.

utilizando.[13] Al estar la información ubicada en un momento en el tiempo, la edad es una variable categórica igual que la condición de actividad porque estamos trabajando con información transversal. En realidad, solo en el caso longitudinal, la anualidad de las tasas respecto del tiempo y respecto de la edad son equivalentes; no obstante, los datos longitudinales de condición de actividad se remiten a las historias de vida recogidas en encuestas, cuya muestra es, por lo general, pequeña y restringe estadísticamente la significancia de la información requerida para construir una tabla de vida activa.

En el campo de la demografía es común invocar al supuesto de *traslación*, es decir, suponer —en el caso de información transversal— que la anualidad respecto del tiempo es equivalente a la anualidad en relación con la edad. Esta suposición descansa en el principio de que las personas envejecen en la misma cantidad en que transcurre el tiempo calendario; con lo cual, la edad reportada en el censo —variable categórica— se asimila a una variable continua, tal y como lo hemos considerado tanto en el capítulo anterior como en lo que va de este.

Además, como los datos se refieren a un momento en el tiempo, está implícito un supuesto de estabilidad, esto es, que al ligar las proporciones de participación ${}_nA_x$ e ${}_nI_x$ de grupos etarios sucesivos (generaciones vecinas), se acepta que esas proporciones permanecen invariables en el tiempo, pues no hemos introducido cambios temporales en ellas. En los capítulos siguientes se presentan alternativas para desechar el supuesto de estabilidad. Los supuestos de traslación y de estabilidad son pagos que debemos hacer al utilizar información tan sencilla como las proporciones de participación en un momento dado en el tiempo.

2.6 Mortalidad distinta

En el anexo B se presenta la estimación de los niveles de mortalidad por condición de actividad alrededor de 2010 en México, los cuales fueron estimados a partir de las defunciones captadas en el registro civil, una reconstrucción demográfica de la población del país y la participación en la actividad por edad del censo de 2010. Las tasas de mortalidad por condición de actividad se reproducen en las dos últimas columnas del cuadro 2.21 (véase el anexo B).

2.6.1 Probabilidades de transición y tiempo vivido total

El supuesto de continuidad de la mortalidad en la participación en la actividad económica nos ha permitido establecer las diferentes relaciones de la tabla de vida activa. En este acápite vamos a generalizar los dos enfoques —de eventos y de tasas— cuando se acepta que la mortalidad es diferente entre activos e inactivos. De las tasas de mortalidad extraemos las probabilidades de fallecer para los activos ${}_nq_x^a$ y los inactivos ${}_nq_x^i$ y las de sobrevivencia ${}_np_x^{a\delta}$

[13] En el acápite 3.1 se describen las encuestas de visita múltiple.

y ${}_np_x^{i\delta}$, donde el subíndice δ indica que se refiere exclusivamente a la mortalidad, es decir, sin transiciones entre la actividad y la inactividad.

Las probabilidades de supervivencia o de mortalidad se pueden calcular con la fórmula de Chin Long Chiang (Keyfitz, 1977: 431), la cual nos permite convertir tasas de mortalidad en probabilidades de fallecer:

$$ {}_nq_x = \frac{n\ {}_nm_x}{1 + (n - {}_nf_x)\ {}_nm_x} $$

donde ${}_nf_x$ son los años vividos a partir de la edad x, en promedio, por cada una de las defunciones ocurridas entre las edades x y $x+n$. El valor de ${}_nf_x$ varía de cero a n; es igual a cero si todas las defunciones ${}_nd_x$ ocurren exactamente al inicio del intervalo (a la edad exacta x), de tal manera que ninguna de ellas vive tiempo alguno a partir de ese momento; y es igual a n si todos y cada uno de los decesos acontecen al final del periodo (a la edad exacta $x+n$). Al cociente ${}_nf_x/n$ se le conoce como factor de separación, ya que con él se desagregan los decesos —en las generaciones más recientes y más antiguas—, cuando en las muertes de las estadísticas vitales no se distingue el año de nacimiento. Si aceptamos que ${}_nf_x$ es igual para activos e inactivos, por la fórmula de Chiang tenemos:

$$ {}_nq_x^a = \frac{n\ {}_nm_x^{a\delta}}{1 + (n - {}_nf_x)\ {}_nm_x^{a\delta}} \qquad {}_nq_x^i = \frac{n\ {}_nm_x^{i\delta}}{1 + (n - {}_nf_x)\ {}_nm_x^{i\delta}} \tag{2.60} $$

donde ${}_nm_x^{a\delta}$ y ${}_nm_x^{i\delta}$ son las tasas de mortalidad de activos e inactivos, respectivamente, que se reproducen en las dos últimas columnas del cuadro 2.21.

Es bien conocido el hecho de que, si se supone distribución uniforme de las defunciones en la tabla de mortalidad, ${}_nf_x = n/2$, con lo cual:

$$ {}_nq_x^a = \frac{n\ {}_nm_x^{a\delta}}{1 + \frac{n}{2}\ {}_nm_x^{a\delta}} \qquad {}_nq_x^i = \frac{n\ {}_nm_x^{i\delta}}{1 + \frac{n}{2}\ {}_nm_x^{i\delta}} \tag{2.60'} $$

y las probabilidades de supervivencia:

$$ {}_np_x^{a\delta} = 1 - {}_nq_x^a = \frac{1 - \frac{n}{2}\ {}_nm_x^{a\delta}}{1 + \frac{n}{2}\ {}_nm_x^{a\delta}} \qquad {}_np_x^{i\delta} = \frac{1 - \frac{n}{2}\ {}_nm_x^{i\delta}}{1 + \frac{n}{2}\ {}_nm_x^{i\delta}} \tag{2.60''} $$

tal y como lo establecimos en el apartado 2.4.3 para la mortalidad general.

En tanto complementarias, las probabilidades de supervivencia y de mortalidad satisfacen la conocida propiedad:

$$ {}_np_x^{a\delta} + {}_nq_x^a = 1 \qquad {}_np_x^{i\delta} + {}_nq_x^i = 1 \qquad {}_np_x + {}_nq_x = 1 \tag{2.61} $$

Las probabilidades para el caso de México en 2010 se presentan en el cuadro 2.18, donde los valores de ${}_nf_x$ se tomaron del cuadro B.1. Ejemplifiquemos el cálculo de las probabilidades con los hombres del grupo 25–29 años. Del cuadro B.1 tenemos que ${}_5f_{25} = 2.5528$, con lo cual, por (2.60):

$$ {}_5q^a_{25} = \frac{5\,{}_5m^{a\delta}_{25}}{1+\,(5-{}_5f_{25})\,{}_5m^{a\delta}_{25}} = \frac{5\times 0.002547}{1+(5-2.5528)\times 0.002547} = 0.012656 $$

y

$$ {}_5q^i_{25} = \frac{5{}_5\,m^{i\delta}_{25}}{1+\,(5-{}_5f_{25})\,{}_5m^{i\delta}_{25}} = \frac{5\times 0.008049}{1+(5-2.5528)\times 0.008049} = 0.038975 $$

o bien,

$$ {}_5\,p^{a\delta}_{25} = 1-\,{}_5q^a_{25} = 0.987344 \qquad \text{y} \qquad {}_5\,p^{i\delta}_{25} = 1-\,{}_5q^i_{25} = 0.961025 $$

En lugar de la continuidad de la mortalidad, supondremos que una persona mantiene, a lo largo del intervalo genérico de n años, el riesgo de fallecer correspondiente al estado de presencia al inicio del periodo, supuesto que llamaremos de la *permanencia de la mortalidad* y que es consistente con el supuesto de homogeneidad de la tabla de vida activa. De esta manera, los activos (inactivos) al inicio de un intervalo de edad mantendrán la mortalidad de los activos (inactivos) al cabo de todo el intervalo de edades, aunque pasen a ser inactivos (activos) durante los n años.[14] Si aceptamos este supuesto, es claro que la suma de los activos y los inactivos que sobrevivan al final del intervalo debe ser igual al total de supervivientes:

$$ \ell^a_x\,{}_np^{a\delta}_x + \ell^i_x\,{}_np^{i\delta}_x = \ell_{x+n} \tag{2.62} $$

de donde, dividiendo ambos lados entre ℓ_x, por (2.2):

$$ \alpha_x\,{}_np^{a\delta}_x + \iota_x\,{}_np^{i\delta}_x = {}_np_x \qquad \alpha_x\,{}_nq^a_x + \iota_x\,{}_nq^i_x = {}_nq_x \tag{2.63} $$

La segunda igualdad se deriva del hecho de que ${}_np^{a\delta}_x + {}_nq^a_x = 1$, ${}_np^{i\delta}_x + {}_nq^i_x = 1$ y ${}_np_x + {}_nq_x = 1$. En las ecuaciones anteriores se puede ver que la probabilidad de supervivencia (mortalidad) total es la media de las probabilidades de activos e inactivos, ponderadas por las proporciones instantáneas de participación al inicio del intervalo de edades.

Si aceptamos la permanencia de la mortalidad, tenemos el equivalente a (2.11):

$$ {}_np^{aa}_x + {}_np^{ai}_x = {}_np^{a\delta}_x \qquad \text{y} \qquad {}_np^{ia}_x + {}_np^{ii}_x = {}_np^{i\delta}_x \tag{2.64} $$

y adoptamos la independencia estocástica entre los riesgos de fallecer y de moverse entre actividad e inactividad, la nueva versión para (2.10) es:

$$ \begin{aligned} {}_np^{aa}_x &= {}_n\widehat{p}^{aa}_x\,{}_np^{a\delta}_x \qquad & {}_np^{ai}_x &= {}_n\widehat{p}^{ai}_x\,{}_np^{a\delta}_x \\ {}_np^{ia}_x &= {}_n\widehat{p}^{ia}_x\,{}_np^{i\delta}_x \qquad & {}_np^{ii}_x &= {}_n\widehat{p}^{ii}_x\,{}_np^{i\delta}_x \end{aligned} \tag{2.65} $$

[14] En el capítulo 3 se presenta el modelo donde se acepta que los activos adquieren la mortalidad de los inactivos al salir de la actividad, y los inactivos adoptan el riesgo de fallecer de los activos al ingresar.

Al retomar las ecuaciones (2.12):

$$\begin{aligned} \ell^a_{x+n} &= \ell^a_x \, {}_np^{aa}_x + \ell^i_x \, {}_np^{ia}_x \\ \ell^i_{x+n} &= \ell^a_x \, {}_np^{ai}_x + \ell^i_x \, {}_np^{ii}_x \end{aligned}$$

sustituir (2.64) y dividir ambos lados entre los supervivientes al inicio ℓ_x se tiene:

$$\begin{aligned} \alpha_{x+n} \; {}_np_x &= \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{aa}_x \; {}_np^{a\delta}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ia}_x \; {}_np^{i\delta}_x \\ \iota_{x+n} \; {}_np_x &= \alpha_x \, {}_n\widehat{p}^{ai}_x \; {}_np^{a\delta}_x + \iota_x \, {}_n\widehat{p}^{ii}_x \; {}_np^{i\delta}_x \end{aligned} \tag{2.66}$$

Supongamos nuevamente que no hay retiros en los intervalos de edad donde las proporciones aumentan, ni ingresos en donde disminuyen.

i) Si $\alpha_{x+n} > \alpha_x$

$$\begin{aligned} {}_n\widehat{p}^{aa}_x &= 1 & {}_n\widehat{p}^{ai}_x &= 0 \\ {}_n\widehat{p}^{ia}_x &= \frac{\alpha_{x+n} \; {}_np_x - \alpha_x \; {}_np^{a\delta}_x}{\iota_x \; {}_np^{i\delta}_x} & {}_n\widehat{p}^{ii}_x &= \frac{\iota_{x+n} \; {}_np_x}{\iota_x \; {}_np^{i\delta}_x} \end{aligned} \tag{2.67}$$

donde las dos últimas igualdades se obtienen al despejar en (2.66).

ii) Si $\alpha_{x+n} < \alpha_x$

$$\begin{aligned} {}_n\widehat{p}^{aa}_x &= \frac{\alpha_{x+n} \; {}_np_x}{\alpha_x \; {}_np^{a\delta}_x} & {}_n\widehat{p}^{ai}_x &= \frac{\iota_{x+n} \; {}_np_x - \iota_x \; {}_np^{i\delta}_x}{\alpha_x \; {}_np^{a\delta}_x} \\ {}_n\widehat{p}^{ia}_x &= 0 & {}_n\widehat{p}^{ii}_x &= 1 \end{aligned} \tag{2.68}$$

y las dos primeras igualdades se obtienen al despejar en (2.66).

Por el supuesto de permanencia de la mortalidad, dado que ${}_nq^a_x/{}_nm^{a\delta}_x$ y ${}_nq^i_x/{}_nm^{i\delta}_x$ son los años-persona vividos per cápita por cada activo o inactivo de edad x, respectivamente, entonces:

$${}_nL_x = \ell^a_x \, \frac{{}_nq^a_x}{{}_nm^{a\delta}_x} + \ell^i_x \, \frac{{}_nq^i_x}{{}_nm^{i\delta}_x} \tag{2.69}$$

Mientras (2.19) prevalece, en lugar de (2.20), que requiere de la continuidad en la mortalidad, para la óptica prospectiva y bajo la permanencia de la mortalidad se tiene que:

$${}_nL^{aa}_x + {}_nL^{ai}_x = \ell^a_x \, \frac{{}_nq^a_x}{{}_nm^{a\delta}_x} \quad \text{y} \quad {}_nL^{ia}_x + {}_nL^{ii}_x = \ell^i_x \, \frac{{}_nq^i_x}{{}_nm^{i\delta}_x} \tag{2.70}$$

Por analogía con (2.62), las defunciones totales son:

$${}_nd_x = \ell^a_x \, {}_nq^a_x + \ell^i_x \, {}_nq^i_x \tag{2.71}$$

sin embargo, las de activos e inactivos son:

$$
\begin{aligned}
{}_nd_x^a &= {}_nL_x^{aa}\ {}_nm_x^{a\delta} + {}_nL_x^{ia}\ {}_nm_x^{i\delta} \\
{}_nd_x^i &= {}_nL_x^{ai}\ {}_nm_x^{a\delta} + {}_nL_x^{ii}\ {}_nm_x^{i\delta}
\end{aligned}
\tag{2.72}
$$

donde en los sumandos ${}_nL_x^{ia}\ {}_nm_x^{i\delta}$ y ${}_nL_x^{ai}\ {}_nm_x^{a\delta}$ echamos mano del supuesto de permanencia de la mortalidad. Nótese que por ello no se pueden obtener como el producto del tiempo vivido en la actividad e inactividad (${}_nL_x^a$ y ${}_nL_x^i$) por las respectivas tasas de mortalidad (${}_nm_x^{a\delta}$ y ${}_nm_x^{i\delta}$).[15]

Las tasas de mortalidad total ${}_nm_x$ se obtienen ahora como:

$$
{}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x} \tag{2.73}
$$

donde ${}_nd_x$ se obtiene con (2.71), o la suma de las dos igualdades en (2.72), y los años-persona vividos ${}_nL_x$ con (2.69).

No se debe perder de vista que las tasas de mortalidad calculadas con (2.73) no corresponden a una tabla de vida que se construyera para el total de la población, sino a una tabla de mortalidad general elaborada a partir de la mezcla del riesgo de fallecer de activos e inactivos.

2.6.2 Tiempo vivido, eventos y tasas: el enfoque de los eventos

Veamos por separado los intervalos ascendentes y descendentes.

i) Si $\alpha_{x+n} > \alpha_x$

Dada la ausencia de retiros, los años-persona vividos entre x y $x+n$ son:

$$
\begin{aligned}
{}_nL_x^{aa} &= \ell_x^a\ \tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} \\
{}_nL_x^{ai} &= 0 \\
{}_nL_x^{ia} &= {}_nL_x^a - {}_nL_x^{aa} = {}_nL_x\ {}_na_x - \ell_x^a\ \tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} = \ell_x^i\ \tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}}\ {}_na_x - \ell_x^a\ \tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}}\ {}_ni_x \\
{}_nL_x^{ii} &= {}_nL_x^i = \left[\ell_x^a\ \tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} + \ell_x^i\ \tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}}\right]\ {}_ni_x
\end{aligned}
\tag{2.74}
$$

Las proporciones de tabla ${}_na_x$ pueden tomarse como iguales a las observadas ${}_nA_x$, y si los años-persona vividos ${}_nL_x^{ia}$ resultaran negativos, se podría tomar la media aritmética de las proporciones instantáneas $(\alpha_x + \alpha_{x+n})/2$ para ${}_na_x$ (véase 2.28). Para ser consistente con el desarrollo en el apartado 2.4.3, (2.28) debiera usarse en todos los intervalos etarios si se supone una distribución uniforme de los eventos. Es claro que la suma de los dos últimos renglones en (2.74) satisface la segunda igualdad en (2.70).

[15] El eventual lector puede probar que la suma de las defunciones en (2.72) iguala al total, utilizando (2.70) y (2.71).

Como las ecuaciones (2.26) no dependen de la continuidad de la mortalidad y no hay retiros, los ingresos son:

$$ {}_nH_x^{ia} = \ell_{x+n}^a - \ell_x^a + {}_nd_x^a \tag{2.75} $$

Las tasas de ingreso se valoran con (2.23).

ii) Si $\alpha_{x+n} < \alpha_x$

Ahora no hay ingresos y los años-persona vividos entre x y $x+n$ son:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{aa} &= {}_nL_x^a = {}_nL_x\,{}_na_x = \left[\ell_x^a\,\tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} + \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}}\right]{}_na_x \\ {}_nL_x^{ai} &= {}_nL_x^i - {}_nL_x^{ii} = {}_nL_x\,{}_ni_x - \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}} \\ &= \ell_x^a\,\tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}}\,{}_ni_x - \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}}\,{}_na_x \\ {}_nL_x^{ia} &= 0 \\ {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}} \end{aligned} \tag{2.76} $$

Nuevamente, las proporciones de tabla ${}_na_x$ se pueden hacer iguales a las observadas ${}_nA_x$, y si los años-persona vividos ${}_nL_x^{ai}$ resultaran negativos, o se supone un reparto equitativo de los eventos, se puede tomar la media aritmética de las proporciones instantáneas $(\alpha_x + \alpha_{x+n})/2$ para ${}_na_x$ (véase 2.31). Al despejar ahora en la segunda ecuación en (2.26) tenemos los retiros:

$$ {}_nH_x^{ia} = \ell_{x+n}^i - \ell_x^i + {}_nd_x^i \tag{2.77} $$

Las probabilidades masculinas de supervivencia total del grupo 25–29 años, de acuerdo con (2.71), son:

$$ {}_5p_{25} = \alpha_{25}\,{}_5p_{25}^{a\delta} + \iota_{25}\,{}_5p_{25}^{i\delta} = 0.880934 \times 0.987344 + 0.119066 \times 0.961025 = 0.984210 $$

Por (2.67) tenemos que:

$$ {}_5\widehat{p}_{25}^{ia} = \frac{\alpha_{30}\,{}_5p_{25} - \alpha_{25}\,{}_5p_{25}^{a\delta}}{\iota_{25}\,{}_5p_{25}^{a\delta}} = \frac{0.963115 \times 0.984210 - 0.880934 \times 0.987344}{0.119066 \times 0.961025} = 0.682741 $$

y

$$ {}_5\widehat{p}_{25}^{ii} = 1 - {}_5\widehat{p}_{25}^{ia} = 1 - 0.646394 = 0.317259 $$

Las probabilidades con mortalidad son:

$$ \begin{aligned} {}_5p_{25}^{aa} &= {}_5\widehat{p}_{25}^{aa}\,{}_5\widehat{p}_{25}^{a\delta} = 1 \times 0.987344 = 0.987344 \\ {}_5p_{25}^{ai} &= {}_5\widehat{p}_{25}^{ai}\,{}_5\widehat{p}_{25}^{a\delta} = 0 \times 0.987344 = 0 \\ {}_5p_{25}^{ia} &= {}_5\widehat{p}_{25}^{ia}\,{}_5\widehat{p}_{25}^{i\delta} = 0.682741 \times 0.961025 = 0.656131 \\ {}_5p_{25}^{ii} &= {}_5\widehat{p}_{25}^{ii}\,{}_5\widehat{p}_{25}^{i\delta} = 0.317259 \times 0.961025 = 0.304894 \end{aligned} $$

y los supervivientes a los 30 años:

$$\ell^a_{30} = \ell^a_{25}\,{}_5p^{aa}_{25} + \ell^i_{25}\,{}_5p^{ia}_{25} = 847\,360 \times 0.987344 + 114\,528 \times 0.656131 = 911\,781$$

$$\ell^i_{30} = \ell^a_{25}\,{}_5p^{ai}_{25} + \ell^i_{25}\,{}_5p^{ii}_{25} = 847\,360 \times 0 + 114\,528 \times 0.304894 = 34\,919$$

En ambos tipos de intervalos de edad, las esperanzas de vida se obtienen al valorar (2.52), pues no dependen de la continuidad de la mortalidad en la participación. Las esperanzas de vida parcial se determinan al sustituir los resultados de (2.65) y (2.74) o (2.76) en las ecuaciones inmediatamente después de (2.52). En los cuadros 2.18 a 2.22 se presenta la tabla de vida activa bajo la perspectiva de los eventos, es decir, con ${}_nf_x$ de la tabla de mortalidad al valorar (2.60) y (2.61), y en los cuadros 2.23 a 2.27 suponiendo una distribución uniforme de los eventos, esto es, mediante (2.60), (2.60'), (2.28) y (2.31).

Sigamos con nuestro ejemplo general de los eventos. Los años-persona vividos por el mismo grupo 25–29 años de hombres, de acuerdo con (2.74) son:

$$\begin{aligned}
{}_5L^{aa}_{25} &= \ell^a_{25}\,\frac{{}_5q^a_{25}}{{}_5m^{a\delta}_{25}} = 847\,360\frac{0.012656}{0.002547} = 4\,210\,557\\
{}_5L^{ai}_{25} &= 0\\
{}_5L^{ia}_{25} &= \ell^i_{25}\,\frac{{}_5q^i_{25}}{{}_5m^{i\delta}_{25}}\,{}_5a_{25} - \ell^a_{25}\,\frac{{}_5q^a_{25}}{{}_5m^{a\delta}_{25}}\,{}_5i_{25}\\
&= 34\,919 \times \frac{0.038975}{0.008049} \times 0.951252 - 847\,360 \times \frac{0.012656}{0.002547} \times 0.048748 = 322\,279
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_5L^{ii}_{25} &= \left[\ell^a_{25}\,\frac{{}_5q^a_{25}}{{}_5m^{a\delta}_{25}} + \ell^i_{25}\,\frac{{}_5q^i_{25}}{{}_5m^{i\delta}_{25}}\right]\,{}_5i_{25}\\
&= \left[4\,201\,746 + 529\,580\right] \times 0.048748 = 232\,288
\end{aligned}$$

de donde

$${}_5e^{aa}_{25} = 4.969030 \qquad {}_5e^{ai}_{25} = 0 \qquad {}_5e^{ia}_{25} = 2.813969 \qquad {}_5e^{ii}_{25} = 2.028231$$

y por (2.52):

$$\begin{aligned}
e^{aa}_{25} &= {}_5e^{aa}_{25} + {}_5p^{aa}_{25}\,e^{aa}_{30} + {}_5p^{ai}_{25}\,e^{ia}_{30} = 4.969030 + 0.987344 \times 36.74 + 0 \times 11.10 = 41.24\\
e^{ai}_{25} &= {}_5e^{ai}_{25} + {}_5p^{aa}_{25}\,e^{ai}_{30} + {}_5p^{ai}_{25}\,e^{ii}_{30} = 0 + 0.987344 \times 8.40 + 0 \times 25.21 = 8.29\\
e^{ia}_{25} &= {}_5e^{ia}_{25} + {}_5p^{ia}_{25}\,e^{aa}_{30} + {}_5p^{ii}_{25}\,e^{ia}_{30} = 2.813969 + 0.656131 \times 36.74 + 0.304894 \times 11.10 = 30.31\\
e^{ii}_{25} &= {}_5e^{ii}_{25} + {}_5p^{ia}_{25}\,e^{ai}_{30} + {}_5p^{ii}_{25}\,e^{ii}_{30} = 2.028231 + 0.656131 \times 8.40 + 0.304894 \times 25.21 = 15.23
\end{aligned}$$

Las defunciones son por (2.72):

$$\begin{aligned}
{}_5d^a_{25} &= {}_5L^{aa}_{25}\,{}_5m^{a\delta}_{25} + {}_5L^{ia}_{25}\,{}_5m^{i\delta}_{25} = 4\,210\,557 \times 0.002547 + 322\,279 \times 0.008049 = 13\,318\\
{}_5d^i_{25} &= {}_5L^{ai}_{25}\,{}_5m^{a\delta}_{25} + {}_5L^{ii}_{25}\,{}_5m^{i\delta}_{25} = 0 \times 0.002547 + 232\,288 \times 0.008049 = 1\,870
\end{aligned}$$

Cuadro 2.18. México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta, 2010

(Método de los eventos)

Grupo de edad	Supervivencia			Al estado puro				Con mortalidad			
				Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activos (1)	Inactivos (2)	Total* (3)	Activo (4)	Inactivo (5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)	Activo (10)	Inactivo (11)
					Hombres						
12-14	0.998832	0.998221	0.998221	1.000000	0.000000	0.235869	0.764131	0.998832	0.000000	0.235449	0.762771
15-19	0.993566	0.994155	0.994016	1.000000	0.000000	0.519889	0.480111	0.993566	0.000000	0.516850	0.477305
20-24	0.989795	0.986180	0.988469	1.000000	0.000000	0.674745	0.325255	0.989795	0.000000	0.665420	0.320760
25-29	0.987344	0.961025	0.984210	1.000000	0.000000	0.682741	0.317259	0.987344	0.000000	0.656131	0.304894
30-34	0.986032	0.928606	0.983914	1.000000	0.000000	0.325864	0.674136	0.986032	0.000000	0.302599	0.626007
35-39	0.984542	0.910509	0.982805	0.998040	0.001960	0.000000	1.000000	0.982612	0.001930	0.000000	0.910509
40-44	0.981408	0.902538	0.979542	0.993008	0.006992	0.000000	1.000000	0.974546	0.006862	0.000000	0.902538
45-49	0.975695	0.886556	0.973142	0.979184	0.020816	0.000000	1.000000	0.955385	0.020310	0.000000	0.886556
50-54	0.965844	0.901257	0.962850	0.956283	0.043717	0.000000	1.000000	0.923621	0.042224	0.000000	0.901257
55-59	0.950212	0.903715	0.946249	0.895576	0.104424	0.000000	1.000000	0.850986	0.099225	0.000000	0.903715
60-64	0.924449	0.907747	0.921487	0.850643	0.149357	0.000000	1.000000	0.786376	0.138073	0.000000	0.907747
65-69	0.882983	0.888754	0.884702	0.852544	0.147456	0.000000	1.000000	0.752782	0.130201	0.000000	0.888754
70-74	0.825662	0.849682	0.835333	0.842501	0.157499	0.000000	1.000000	0.695621	0.130041	0.000000	0.849682
75-79	0.735425	0.802470	0.769118	0.820857	0.179143	0.000000	1.000000	0.603679	0.131746	0.000000	0.802470
80-84	0.574034	0.752560	0.682853	0.899499	0.100501	0.000000	1.000000	0.516343	0.057691	0.000000	0.752560
85-89	0.356693	0.686622	0.589211	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.356693	0.000000	0.686622

Cuadro 2.18

(Concluye)

Grupo de edad	Superviviencia			Al estado puro				Con mortalidad			
				Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activas (1)	Inactivas (2)	Total* (3)	Activa (4)	Inactiva (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Activa (8)	Inactiva (9)	Activa (10)	Inactiva (11)
						Mujeres					
12-14	0.999589	0.998951	0.998951	1.000000	0.000000	0.097056	0.902944	0.999589	0.000000	0.096954	0.901997
15-19	0.998653	0.997133	0.997281	1.000000	0.000000	0.240997	0.759003	0.998653	0.000000	0.240306	0.756827
20-24	0.998116	0.995827	0.996548	1.000000	0.000000	0.231287	0.768713	0.998116	0.000000	0.230322	0.765505
25-29	0.997958	0.994893	0.996345	1.000000	0.000000	0.083844	0.916156	0.997958	0.000000	0.083416	0.911478
30-34	0.997696	0.993429	0.995642	1.000000	0.000000	0.019120	0.980880	0.997696	0.000000	0.018995	0.974434
35-39	0.997026	0.990193	0.993806	1.000000	0.000000	0.021084	0.978916	0.997026	0.000000	0.020877	0.969316
40-44	0.996010	0.984484	0.990712	0.975232	0.024768	0.000000	1.000000	0.971341	0.024670	0.000000	0.984484
45-49	0.994101	0.976776	0.985954	0.905141	0.094859	0.000000	1.000000	0.899801	0.094299	0.000000	0.976776
50-54	0.991703	0.966432	0.978650	0.837180	0.162820	0.000000	1.000000	0.830234	0.161469	0.000000	0.966432
55-59	0.988368	0.952310	0.967100	0.764894	0.235106	0.000000	1.000000	0.755997	0.232371	0.000000	0.952310
60-64	0.983920	0.933270	0.949510	0.721378	0.278622	0.000000	1.000000	0.709779	0.274142	0.000000	0.933270
65-69	0.978318	0.903916	0.921749	0.688631	0.311369	0.000000	1.000000	0.673701	0.304617	0.000000	0.903916
70-74	0.965408	0.864619	0.882275	0.647950	0.352050	0.000000	1.000000	0.625536	0.339872	0.000000	0.864619
75-79	0.940716	0.808960	0.825324	0.622232	0.377768	0.000000	1.000000	0.585344	0.355372	0.000000	0.808960
80-84	0.884737	0.738243	0.751148	0.579783	0.420217	0.000000	1.000000	0.512955	0.371782	0.000000	0.738243
85-89	0.787260	0.649590	0.657872	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.787260	0.000000	0.649590

* Calculada con la primera de las ecuaciones (2.63) del texto.

Fuente: Cuadros 2.1 y B.2.

Cuadro 2.19. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010
(Método de los eventos con mortalidad distinta)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	978 967	230 908	748 059	983 166	95 422	887 744
20	973 109	616 057	357 052	980 493	308 624	671 869
25	961 888	847 360	114 528	977 108	462 789	514 319
30	946 700	911 781	34 919	973 536	504 746	468 790
35	931 472	909 612	21 860	969 293	512 488	456 805
40	915 455	893 796	21 659	963 288	520 500	442 788
45	896 726	871 045	25 681	954 341	505 583	448 758
50	872 642	832 184	40 458	940 936	454 924	486 012
55	840 224	768 623	71 601	920 848	377 694	543 154
60	795 062	654 088	140 974	890 552	285 536	605 016
65	732 640	514 359	218 281	845 588	202 667	642 921
70	648 168	387 200	260 968	779 420	136 537	642 883
75	541 436	269 345	272 091	687 663	85 409	602 254
80	416 428	162 598	253 830	567 545	49 994	517 551
85	284 359	83 956	200 403	426 311	25 645	400 666
90	167 548	0	167 548	280 458	0	280 458

Fuente: Cuadro B.1 para primer renglón de (1) y (4).

las entradas a la actividad:

$$ {}_5H_{25}^{ia} = \ell_{30}^{a} - \ell_{25}^{a} + {}_5d_{25}^{a} = 911\,781 - 847\,360 + 13\,318 = 77\,739 $$

y la tasa de ingreso:

$$ {}_5m_{25}^{ia} = \frac{{}_5H_{25}^{ia}}{{}_5L_{25}^{i}} = \frac{77\,739}{232\,288} = 0.334666 $$

Cabe mencionar que, debido a que los valores de ${}_5L_{35}^{ai}$ para hombres y de ${}_5L_{40}^{ai}$ para mujeres fueron negativos, usamos (2.31) para estimar ${}_5a_{35} = 0.969728$ en vez de ${}_5A_{35} = 0.978087$ en los varones y ${}_5a_{40} = 0.529248$, en lugar de ${}_5A_{35} = 0.543472$ en las féminas. En los restantes grupos de edad igualamos las proporciones de tabla $({}_na_x)$ a las observadas $({}_nA_x)$.

Cuadro 2.20. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010

(Método de los eventos con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 937 085	0	0	0	305 641	2 631 444	2 937 085	305 641	2 631 444
15-19	4 871 720	1 151 296	0	1 151 296	1 067 999	2 652 425	3 720 424	2 219 295	2 652 425
20-24	4 830 105	3 065 517	0	3 065 517	849 842	914 746	1 764 588	3 915 359	914 746
25-29	4 765 124	4 210 557	0	4 210 557	322 279	232 288	554 567	4 532 836	232 288
30-34	4 691 957	4 527 396	0	4 527 396	47 158	117 403	164 561	4 574 554	117 403
35-39	4 615 025	4 475 319	38 274	4 513 593	0	101 432	101 432	4 475 319	139 706
40-44	4 528 677	4 413 626	15 253	4 428 879	0	99 798	99 798	4 413 626	115 051
45-49	4 421 398	4 280 479	24 260	4 304 739	0	116 659	116 659	4 280 479	140 919
50-54	4 279 579	4 019 151	74 361	4 093 512	0	186 067	186 067	4 019 151	260 428
55-59	4 082 057	3 634 747	117 637	3 752 384	0	329 673	329 673	3 634 747	447 310
60-64	3 802 539	2 870 751	282 126	3 152 877	0	649 662	649 662	2 870 751	931 788
65-69	3 413 403	2 215 878	211 771	2 427 649	0	985 754	985 754	2 215 878	1 197 525
70-74	2 902 742	1 583 686	188 955	1 772 641	0	1 130 101	1 130 101	1 583 686	1 319 056
75-79	2 287 472	1 027 863	143 734	1 171 597	0	1 115 875	1 115 875	1 027 863	1 259 609
80-84	1 614 913	535 460	103 516	638 976	0	975 937	975 937	535 460	1 079 453
85-89	984 479	254 903	25 309	280 212	0	704 267	704 267	254 903	729 576
90 o más	802 694	0	0	0	0	802 694	802 694	0	802 694

Cuadro 2.20
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 949 532	0	0	0	105 938	2 843 594	2 949 532	105 938	2 843 594
15-19	4 903 312	476 806	0	476 806	498 733	3 927 773	4 426 506	975 539	3 927 773
20-24	4 888 225	1 541 688	0	1 541 688	563 056	2 783 481	3 346 537	2 104 744	2 783 481
25-29	4 871 455	2 311 635	0	2 311 635	205 391	2 354 429	2 559 820	2 517 026	2 354 429
30-34	4 851 102	2 520 950	0	2 520 950	2 812	2 327 340	2 330 152	2 523 762	2 327 340
35-39	4 822 892	2 558 861	0	2 558 861	32 006	2 232 025	2 264 031	2 590 867	2 232 025
40-44	4 780 978	2 530 321	67 335	2 597 656	0	2 183 322	2 183 322	2 530 321	2 250 657
45-49	4 718 030	2 434 842	86 129	2 520 971	0	2 197 059	2 197 059	2 434 842	2 283 188
50-54	4 621 674	2 083 861	181 968	2 265 829	0	2 355 845	2 355 845	2 083 861	2 537 813
55-59	4 474 041	1 652 839	225 377	1 878 216	0	2 595 825	2 595 825	1 652 839	2 821 202
60-64	4 251 117	1 155 567	261 358	1 416 925	0	2 834 192	2 834 192	1 155 567	3 095 550
65-69	3 921 535	813 817	189 164	1 002 981	0	2 918 554	2 918 554	813 817	3 107 718
70-74	3 463 127	494 639	176 814	671 453	0	2 791 674	2 791 674	494 639	2 968 488
75-79	2 862 976	302 253	112 579	414 832	0	2 448 144	2 448 144	302 253	2 560 723
80-84	2 155 724	152 197	83 569	235 766	0	1 919 958	1 919 958	152 197	2 003 527
85-89	1 422 690	70 718	43 650	114 368	0	1 308 322	1 308 322	70 718	1 351 972
90 o más	1 397 768	0	0	0	0	1 397 768	1 397 768	0	1 397 768

Fuente: Cuadros 2.18 y 2.19.

Cuadro 2.21. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Método de los eventos con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas de movilidad Ingreso (6)	Tasas de movilidad Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
				Hombres					
12-14	231 090	0	1 745	182	1 563	0.087819	0.000000	0.000389	0.000594
15-19	387 890	0	5 858	2 741	3 117	0.146240	0.000000	0.001291	0.001175
20-24	239 966	0	11 221	8 663	2 558	0.262331	0.000000	0.002051	0.002796
25-29	77 739	0	15 188	13 318	1 870	0.334666	0.000000	0.002547	0.008049
30-34	11 280	0	15 228	13 449	1 779	0.096079	0.000000	0.002813	0.015150
35-39	0	1 874	16 017	13 942	2 075	0.000000	0.000419	0.003115	0.019287
40-44	0	6 190	18 729	16 561	2 168	0.000000	0.001402	0.003752	0.021152
45-49	0	17 810	24 084	21 051	3 033	0.000000	0.004161	0.004918	0.024973
50-54	0	35 654	32 418	27 907	4 511	0.000000	0.008871	0.006944	0.021470
55-59	0	77 467	45 162	37 068	8 094	0.000000	0.021313	0.010198	0.020912
60-64	0	94 734	62 422	44 995	17 427	0.000000	0.033000	0.015674	0.020018
65-69	0	72 220	84 472	54 939	29 533	0.000000	0.032592	0.024793	0.024634
70-74	0	57 547	106 732	60 308	46 424	0.000000	0.036337	0.038081	0.034712
75-79	0	44 228	125 008	62 519	62 489	0.000000	0.043029	0.060825	0.048165
80-84	0	20 601	132 069	58 041	74 028	0.000000	0.038473	0.108394	0.064356
85-89	0	34 825	116 811	49 131	67 680	0.000000	0.136621	0.192745	0.089173
90 o más	0	0	167 548	0	167 548	0.000000	0.000000	0.000000	0.208732

Cuadro 2.21
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas de movilidad Ingreso (6)	Tasas de movilidad Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
				Mujeres					
12-14	95 459	0	1 033	37	996	0.033570	0.000000	0.000137	0.000350
15-19	213 617	0	2 673	415	2 258	0.054386	0.000000	0.000270	0.000575
20-24	155 218	0	3 385	1 053	2 332	0.055764	0.000000	0.000377	0.000838
25-29	43 113	0	3 572	1 156	2 416	0.018311	0.000000	0.000409	0.001026
30-34	8 908	0	4 243	1 166	3 077	0.003828	0.000000	0.000461	0.001322
35-39	9 600	0	6 005	1 588	4 417	0.004301	0.000000	0.000596	0.001979
40-44	0	12 894	8 947	2 023	6 924	0.000000	0.005096	0.000799	0.003147
45-49	0	47 778	13 405	2 881	10 524	0.000000	0.019623	0.001183	0.004744
50-54	0	73 759	20 088	3 471	16 617	0.000000	0.035395	0.001666	0.006925
55-59	0	88 292	30 296	3 866	26 430	0.000000	0.053418	0.002339	0.009979
60-64	0	79 125	44 964	3 744	41 220	0.000000	0.068473	0.003240	0.014245
65-69	0	62 565	66 168	3 565	62 603	0.000000	0.076878	0.004381	0.021166
70-74	0	47 649	91 757	3 479	88 278	0.000000	0.096331	0.007034	0.031176
75-79	0	31 726	120 118	3 689	116 429	0.000000	0.104965	0.012206	0.046997
80-84	0	20 629	141 234	3 720	137 514	0.000000	0.135541	0.024441	0.070560
85-89	0	22 272	145 853	3 373	142 480	0.000000	0.314941	0.047703	0.107311
90 o más	0	0	280 458	0	280 458	0.000000	0.000000	0.000000	0.200647

Fuente: Cuadros 2.18 a 2.20 y cuadro B.3 para las columnas (9) y (10).

Cuadro 2.22. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Método de los eventos con mortalidad distinta)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:				Para un inactivo de edad *x* en la:			
	Actividad	Inactividad	Total	% actividad	Actividad	Inactividad	Total	% actividad
	(1)	(2)	(3)	(4)[a]	(5)	(6)	(7)	(8)[b]
				Hombres				
12	53.43	8.15	61.58	86.8	45.74	15.27	61.01	75.0
15	50.49	8.16	58.65	86.1	43.97	13.98	57.95	75.9
20	45.80	8.21	54.01	84.8	39.55	12.97	52.51	75.3
25	41.24	8.29	49.54	83.3	30.31	15.23	45.53	66.6
30	36.74	8.40	45.14	81.4	11.10	25.21	36.31	30.6
35	32.22	8.52	40.75	79.1	0.00	30.78	30.78	0.0
40	27.79	8.57	36.36	76.4	0.00	28.71	28.71	0.0
45	23.45	8.59	32.04	73.2	0.00	26.70	26.70	0.0
50	19.40	8.43	27.83	69.7	0.00	24.99	24.99	0.0
55	15.77	8.00	23.77	66.4	0.00	22.63	22.63	0.0
60	12.98	6.89	19.87	65.3	0.00	19.94	19.94	0.0
65	10.92	5.25	16.17	67.5	0.00	16.89	16.89	0.0
70	8.79	4.02	12.80	68.6	0.00	13.93	13.93	0.0
75	6.75	2.96	9.71	69.5	0.00	11.30	11.30	0.0
80	4.86	2.07	6.93	70.2	0.00	8.97	8.97	0.0
85	3.04	2.01	5.05	60.2	0.00	6.80	6.80	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	4.79	0.0
				Mujeres				
12	50.09	18.94	69.04	72.6	22.87	43.54	66.41	34.4
15	47.11	18.95	66.07	71.3	20.17	43.03	63.20	31.9
20	42.17	18.98	61.15	69.0	12.52	44.98	57.50	21.8
25	37.25	19.01	56.26	66.2	4.05	47.62	51.68	7.8
30	32.32	19.05	51.37	62.9	1.05	45.48	46.53	2.3
35	27.39	19.10	46.48	58.9	0.54	41.21	41.75	1.3
40	22.46	19.15	41.61	54.0	0.00	37.06	37.06	0.0
45	18.12	18.76	36.88	49.1	0.00	32.63	32.63	0.0
50	14.78	17.68	32.46	45.5	0.00	28.40	28.40	0.0
55	12.29	16.07	28.36	43.3	0.00	24.37	24.37	0.0
60	10.47	14.15	24.62	42.5	0.00	20.57	20.57	0.0
65	9.05	12.07	21.12	42.8	0.00	17.02	17.02	0.0
70	7.47	10.29	17.76	42.1	0.00	13.81	13.81	0.0
75	6.15	8.43	14.57	42.2	0.00	10.95	10.95	0.0
80	4.46	6.97	11.43	39.0	0.00	8.51	8.51	0.0
85	2.76	5.63	8.38	32.9	0.00	6.50	6.50	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	4.98	0.0

[a] 100×(1)/(3)

[b] 100×(5)/(7)

Fuente: Cuadros 2.19 a 2.21.

Cuadro 2.23. México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta, 2010

(Distribución uniforme de los eventos)

Grupo de edad	Supervivencia			Al estado puro				Con mortalidad			
				Activo a		Inactivo a		Activo a		Inactivo a	
	Activos (1)	Inactivos (2)	Total* (3)	Activo (4)	Inactivo (5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)	Activo (10)	Inactivo (11)
					Hombres						
12-14	0.998832	0.998219	0.998219	1.000000	0.000000	0.235869	0.764131	0.998832	0.000000	0.235449	0.762770
15-19	0.993568	0.994141	0.994006	1.000000	0.000000	0.519887	0.480113	0.993568	0.000000	0.516841	0.477300
20-24	0.989798	0.986115	0.988447	1.000000	0.000000	0.674731	0.325269	0.989798	0.000000	0.665362	0.320753
25-29	0.987346	0.960549	0.984155	1.000000	0.000000	0.682601	0.317399	0.987346	0.000000	0.655672	0.304877
30-34	0.986033	0.927016	0.983856	1.000000	0.000000	0.324748	0.675252	0.986033	0.000000	0.301046	0.625970
35-39	0.984544	0.908003	0.982748	0.997980	0.002020	0.000000	1.000000	0.982556	0.001989	0.000000	0.908003
40-44	0.981414	0.899551	0.979477	0.992937	0.007063	0.000000	1.000000	0.974482	0.006932	0.000000	0.899551
45-49	0.975709	0.882472	0.973038	0.979066	0.020934	0.000000	1.000000	0.955284	0.020425	0.000000	0.882472
50-54	0.965874	0.898117	0.962733	0.956137	0.043863	0.000000	1.000000	0.923509	0.042366	0.000000	0.898117
55-59	0.950275	0.900635	0.946045	0.895322	0.104678	0.000000	1.000000	0.850803	0.099472	0.000000	0.900635
60-64	0.924587	0.904678	0.921057	0.850118	0.149882	0.000000	1.000000	0.786008	0.138578	0.000000	0.904678
65-69	0.883270	0.883976	0.883480	0.851090	0.148910	0.000000	1.000000	0.751742	0.131528	0.000000	0.883976
70-74	0.826147	0.840298	0.831844	0.838491	0.161509	0.000000	1.000000	0.692716	0.133430	0.000000	0.840298
75-79	0.736019	0.785057	0.760662	0.811179	0.188821	0.000000	1.000000	0.597042	0.138976	0.000000	0.785057
80-84	0.573582	0.722815	0.664546	0.876073	0.123927	0.000000	1.000000	0.502500	0.071083	0.000000	0.722815
85-89	0.349653	0.635412	0.551042	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.349653	0.000000	0.635412

Cuadro 2.23

(Concluye)

Grupo de edad	Superviviencia			Al estado puro				Con mortalidad			
				Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activas (1)	Inactivas (2)	Total* (3)	Activa (4)	Inactiva (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Activa (8)	Inactiva (9)	Activa (10)	Inactiva (11)
						Mujeres					
12-14	0.999589	0.998950	0.998950	1.000000	0.000000	0.097056	0.902944	0.999589	0.000000	0.096954	0.901996
15-19	0.998653	0.997130	0.997277	1.000000	0.000000	0.240997	0.759003	0.998653	0.000000	0.240305	0.756824
20-24	0.998116	0.995820	0.996543	1.000000	0.000000	0.231285	0.768715	0.998116	0.000000	0.230319	0.765502
25-29	0.997958	0.994883	0.996340	1.000000	0.000000	0.083839	0.916161	0.997958	0.000000	0.083410	0.911473
30-34	0.997697	0.993412	0.995633	1.000000	0.000000	0.019112	0.980889	0.997697	0.000000	0.018986	0.974426
35-39	0.997026	0.990155	0.993788	1.000000	0.000000	0.021064	0.978936	0.997026	0.000000	0.020856	0.969299
40-44	0.996011	0.984389	0.990669	0.975188	0.024812	0.000000	1.000000	0.971298	0.024713	0.000000	0.984389
45-49	0.994102	0.976560	0.985853	0.905047	0.094953	0.000000	1.000000	0.899709	0.094393	0.000000	0.976560
50-54	0.991706	0.965964	0.978410	0.836972	0.163028	0.000000	1.000000	0.830030	0.161676	0.000000	0.965964
55-59	0.988373	0.951321	0.966518	0.764431	0.235569	0.000000	1.000000	0.755543	0.232830	0.000000	0.951321
60-64	0.983929	0.931225	0.948123	0.720319	0.279681	0.000000	1.000000	0.708742	0.275187	0.000000	0.931225
65-69	0.978331	0.899489	0.918385	0.686109	0.313891	0.000000	1.000000	0.671242	0.307089	0.000000	0.899489
70-74	0.965438	0.855389	0.874667	0.642344	0.357656	0.000000	1.000000	0.620143	0.345295	0.000000	0.855389
75-79	0.940778	0.789723	0.808484	0.609495	0.390505	0.000000	1.000000	0.573400	0.367378	0.000000	0.789723
80-84	0.884830	0.700102	0.716374	0.552884	0.447116	0.000000	1.000000	0.489208	0.395622	0.000000	0.700102
85-89	0.786899	0.576942	0.589572	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.786899	0.000000	0.576942

* Calculada con la primera de las ecuaciones (2.63) del texto.

Fuente: Cuadros 2.1 y B.2.

Cuadro 2.24. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010
(Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	978 966	230 908	748 058	983 166	95 422	887 744
20	973 098	616 050	357 048	980 489	308 623	671 866
25	961 856	847 332	114 524	977 099	462 785	514 314
30	946 616	911 700	34 916	973 522	504 739	468 783
35	931 334	909 478	21 856	969 271	512 476	456 795
40	915 267	893 613	21 654	963 250	520 479	442 771
45	896 483	870 809	25 674	954 261	505 540	448 721
50	872 313	831 870	40 443	940 761	454 839	485 922
55	839 804	768 239	71 565	920 450	377 530	542 920
60	794 493	653 620	140 873	889 632	285 240	604 392
65	731 773	513 751	218 022	843 481	202 162	641 319
70	646 507	386 208	260 299	774 641	135 700	638 941
75	537 794	267 533	270 261	677 553	84 153	593 400
80	409 080	159 729	249 351	547 790	48 253	499 537
85	271 853	80 264	191 589	392 423	23 606	368 817
90	149 802	0	149 802	231 362	0	231 362

Fuente: Cuadro B.1 para primer renglón de (1) y (4).

2.6.3 Tiempo vivido, eventos y tasas: el enfoque de las tasas

i) Si $\alpha_{x+n} > \alpha_x$

Retomemos la primera ecuación para intervalos ascendentes inmediata posterior a (2.34). Si reemplazamos la tasa instantánea de mortalidad total por la correspondiente a los inactivos:

$$_{y+\Delta y}p_x^{ii} = {}_yp_x^{ii}\ \left[1 - \mu^{ia}(x+y)\,\Delta y - \mu^{i\delta}(x+y)\,\Delta y\right]$$

Siguiendo pasos análogos al caso de igual mortalidad llegamos a:

$$_np_x^{ii} = e^{-\int_0^n \left[\mu^{ia}(x+y)+\mu^{i\delta}(x+y)\right] dy}$$

Si suponemos nuevamente que las tasas instantáneas de ingreso y de mortalidad permanecen constantes a lo largo del intervalo de n años:

$$_np_x^{ii} = e^{-n\left[{}_nm_x^{ia} + {}_nm_x^{i\delta}\right]} = e^{-n\,{}_nm_x^{ia}}e^{-n\,{}_nm_x^{i\delta}} \tag{2.78}$$

Cuadro 2.25. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010
(Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 511	0	0	0	346 670	2 592 841	2 939 511	346 670	2 592 841
15-19	4 880 157	1 150 827	0	1 150 827	969 480	2 759 850	3 729 330	2 120 307	2 759 850
20-24	4 837 386	3 064 539	0	3 064 539	597 399	1 175 448	1 772 847	3 661 938	1 175 448
25-29	4 771 178	4 209 853	0	4 209 853	189 291	372 034	561 325	4 399 144	372 034
30-34	4 694 877	4 526 667	0	4 526 667	26 535	141 675	168 210	4 553 202	141 675
35-39	4 616 501	4 507 722	4 526	4 512 248	0	104 253	104 253	4 507 722	108 779
40-44	4 529 376	4 410 940	15 604	4 426 544	0	102 832	102 832	4 410 940	118 436
45-49	4 421 988	4 256 161	45 001	4 301 162	0	120 826	120 826	4 256 161	165 827
50-54	4 280 294	3 998 694	89 686	4 088 380	0	191 914	191 914	3 998 694	281 600
55-59	4 085 741	3 549 431	196 263	3 745 694	0	340 047	340 047	3 549 431	536 310
60-64	3 815 664	2 908 969	235 901	3 144 870	0	670 794	670 794	2 908 969	906 695
65-69	3 445 700	2 238 740	180 089	2 418 829	0	1 026 871	1 026 871	2 238 740	1 206 960
70-74	2 960 750	1 620 774	142 407	1 763 181	0	1 197 569	1 197 569	1 620 774	1 339 976
75-79	2 367 184	1 050 938	110 168	1 161 106	0	1 206 078	1 206 078	1 050 938	1 316 246
80-84	1 702 331	583 650	44 717	628 367	0	1 073 964	1 073 964	583 650	1 118 681
85-89	1 054 138	155 616	115 205	270 821	0	783 317	783 317	155 616	898 522
90 o más	717 676	0	0	0	0	717 676	717 676	0	717 676

Cuadro 2.25
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 051	0	0	0	143 209	2 807 842	2 951 051	143 209	2 807 842
15-19	4 909 131	476 788	0	476 788	534 052	3 898 291	4 432 343	1 010 840	3 898 291
20-24	4 893 970	1 541 658	0	1 541 658	387 534	2 964 778	3 352 312	1 929 192	2 964 778
25-29	4 876 547	2 311 559	0	2 311 559	107 449	2 457 539	2 564 988	2 419 008	2 457 539
30-34	4 856 979	2 520 784	0	2 520 784	22 307	2 313 888	2 336 195	2 543 091	2 313 888
35-39	4 831 302	2 558 569	0	2 558 569	23 906	2 248 827	2 272 733	2 582 475	2 248 827
40-44	4 793 781	2 564 931	32 275	2 597 206	0	2 196 575	2 196 575	2 564 931	2 228 850
45-49	4 737 554	2 400 166	120 078	2 520 244	0	2 217 310	2 217 310	2 400 166	2 337 388
50-54	4 653 026	2 079 061	185 702	2 264 763	0	2 388 263	2 388 263	2 079 061	2 573 965
55-59	4 525 204	1 653 476	223 200	1 876 676	0	2 648 528	2 648 528	1 653 476	2 871 728
60-64	4 332 783	1 213 834	200 906	1 414 740	0	2 918 043	2 918 043	1 213 834	3 118 949
65-69	4 045 303	839 104	160 754	999 858	0	3 045 445	3 045 445	839 104	3 206 199
70-74	3 630 485	543 447	123 328	666 775	0	2 963 710	2 963 710	543 447	3 087 038
75-79	3 063 359	325 158	83 148	408 306	0	2 655 053	2 655 053	325 158	2 738 201
80-84	2 350 531	174 222	53 150	227 372	0	2 123 159	2 123 159	174 222	2 176 309
85-89	1 559 462	46 904	58 550	105 454	0	1 454 008	1 454 008	46 904	1 512 558
90 o más	1 153 080	0	0	0	0	1 153 080	1 153 080	0	1 153 080

Fuente: Cuadros 2.23 y 2.24.

Cuadro 2.26. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas de movilidad Ingreso (6)	Tasas de movilidad Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
				Hombres					
12-14	231 114	0	1 747	206	1 541	0.089135	0.000000	0.000389	0.000594
15-19	387 767	0	5 869	2 625	3 244	0.140503	0.000000	0.001291	0.001175
20-24	239 237	0	11 242	7 955	3 287	0.203528	0.000000	0.002051	0.002796
25-29	76 614	0	15 241	12 246	2 995	0.205933	0.000000	0.002547	0.008049
30-34	10 914	0	15 282	13 136	2 146	0.077035	0.000000	0.002813	0.015150
35-39	0	1 823	16 067	14 042	2 025	0.000000	0.000404	0.003115	0.019287
40-44	0	6 254	18 784	16 550	2 234	0.000000	0.001418	0.003752	0.021152
45-49	0	18 008	24 171	20 932	3 239	0.000000	0.004231	0.004918	0.024973
50-54	0	35 865	32 508	27 765	4 743	0.000000	0.008969	0.006944	0.021470
55-59	0	78 421	45 312	36 199	9 113	0.000000	0.022094	0.010198	0.020912
60-64	0	94 275	62 720	45 594	17 126	0.000000	0.032408	0.015674	0.020018
65-69	0	72 038	85 266	55 505	29 761	0.000000	0.032178	0.024793	0.024634
70-74	0	56 955	108 714	61 721	46 993	0.000000	0.035141	0.038081	0.034712
75-79	0	43 882	128 715	63 923	64 792	0.000000	0.041755	0.060825	0.048165
80-84	0	16 201	137 227	63 264	73 963	0.000000	0.027758	0.108394	0.064356
85-89	0	50 269	122 050	29 994	92 056	0.000000	0.323032	0.192745	0.089173
90 o más	0	0	149 802	0	149 802	0.000000	0.000000	0.000000	0.208732

Cuadro 2.26

(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas de movilidad Ingreso (6)	Tasas de movilidad Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
				Mujeres					
12-14	95 472	0	1 033	50	983	0.034002	0.000000	0.000137	0.000350
15-19	213 637	0	2 677	436	2 241	0.054803	0.000000	0.000270	0.000575
20-24	155 068	0	3 390	906	2 484	0.052303	0.000000	0.000377	0.000838
25-29	43 009	0	3 577	1 055	2 522	0.017501	0.000000	0.000409	0.001026
30-34	8 929	0	4 251	1 192	3 059	0.003859	0.000000	0.000461	0.001322
35-39	9 574	0	6 021	1 571	4 450	0.004257	0.000000	0.000596	0.001979
40-44	0	12 888	8 988	2 050	6 938	0.000000	0.005025	0.000799	0.003147
45-49	0	47 861	13 500	2 840	10 660	0.000000	0.019941	0.001183	0.004744
50-54	0	73 846	20 311	3 463	16 848	0.000000	0.035519	0.001666	0.006925
55-59	0	88 423	30 819	3 868	26 951	0.000000	0.053477	0.002339	0.009979
60-64	0	79 145	46 151	3 933	42 218	0.000000	0.065202	0.003240	0.014245
65-69	0	62 786	68 840	3 676	65 164	0.000000	0.074825	0.004381	0.021166
70-74	0	47 724	97 088	3 823	93 265	0.000000	0.087817	0.007034	0.031176
75-79	0	31 931	129 763	3 969	125 794	0.000000	0.098201	0.012206	0.046997
80-84	0	20 389	155 367	4 258	151 109	0.000000	0.117029	0.024441	0.070560
85-89	0	21 369	161 061	2 237	158 824	0.000000	0.455590	0.047703	0.107311
90 o más	0	0	231 362	0	231 362	0.000000	0.000000	0.000000	0.200647

Fuente: Cuadros 2.23 a 2.25 y cuadro B.3 para las columnas (8) y (9).

Cuadro 2.27. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Distribución uniforme de los eventos con mortalidad distinta)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:				Para un inactivo de edad *x* en la:			
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Total (3)	% actividad (4)[a]	Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	% actividad (8)[b]
				Hombres				
12	53.40	8.44	61.84	86.4	45.24	16.07	61.30	73.8
15	50.46	8.45	58.91	85.7	43.27	14.99	58.26	74.3
20	45.77	8.51	54.27	84.3	38.37	14.47	52.84	72.6
25	41.22	8.59	49.81	82.7	28.91	17.01	45.92	63.0
30	36.71	8.70	45.41	80.8	10.45	26.42	36.88	28.3
35	32.20	8.83	41.02	78.5	0.00	31.49	31.49	0.0
40	27.72	8.92	36.64	75.7	0.00	29.42	29.42	0.0
45	23.38	8.94	32.32	72.3	0.00	27.43	27.43	0.0
50	19.36	8.75	28.12	68.9	0.00	25.75	25.75	0.0
55	15.76	8.29	24.05	65.5	0.00	23.39	23.39	0.0
60	13.09	7.02	20.12	65.1	0.00	20.69	20.69	0.0
65	11.00	5.37	16.37	67.2	0.00	17.61	17.61	0.0
70	8.83	4.12	12.96	68.2	0.00	14.59	14.59	0.0
75	6.69	3.13	9.82	68.1	0.00	11.89	11.89	0.0
80	4.63	2.35	6.98	66.3	0.00	9.46	9.46	0.0
85	1.94	3.11	5.05	38.4	0.00	7.13	7.13	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	4.79	0.0
				Mujeres				
12	50.38	19.32	69.70	72.3	22.83	44.40	67.23	34.0
15	47.40	19.33	66.73	71.0	20.05	43.98	64.03	31.3
20	42.46	19.36	61.81	68.7	12.22	46.16	58.38	20.9
25	37.53	19.39	56.92	65.9	3.92	48.71	52.62	7.4
30	32.60	19.43	52.04	62.7	1.09	46.42	47.50	2.3
35	27.67	19.48	47.15	58.7	0.53	42.19	42.72	1.2
40	22.75	19.53	42.28	53.8	0.00	38.03	38.03	0.0
45	18.35	19.19	37.54	48.9	0.00	33.59	33.59	0.0
50	15.12	17.99	33.11	45.7	0.00	29.34	29.34	0.0
55	12.70	16.26	28.96	43.9	0.00	25.28	25.28	0.0
60	11.02	14.13	25.15	43.8	0.00	21.45	21.45	0.0
65	9.54	12.01	21.55	44.3	0.00	17.85	17.85	0.0
70	8.03	10.05	18.08	44.4	0.00	14.56	14.56	0.0
75	6.49	8.28	14.77	44.0	0.00	11.60	11.60	0.0
80	4.58	6.93	11.51	39.8	0.00	9.02	9.02	0.0
85	1.99	6.40	8.39	23.7	0.00	6.82	6.82	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	4.98	0.0

[a] 100×(1)/(3)

[b] 100×(5)/(7)

Fuente: Cuadros 2.24 a 2.26.

En lugar de la fórmula de Chiang y para ser consistentes con la ecuación, debemos usar ahora el modelo exponencial para convertir las tasas de mortalidad en probabilidades de fallecer:

$$ {}_np_x^{a\delta} = e^{-n\,{}_nm_x^{a\delta}} \qquad \text{y} \qquad {}_np_x^{i\delta} = e^{-n\,{}_nm_x^{i\delta}} \tag{2.79} $$

Como (2.65) no depende del enfoque de eventos o de tasas, al sustituir (2.79) y (2.65) en (2.78):

$$ {}_np_x^{ii} = e^{-n\left[{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}\right]} = e^{-n\,{}_nm_x^{ia}}\,{}_np_x^{i\delta} = {}_n\widehat{p}_x^{ii}\,{}_np_x^{i\delta} \tag{2.79'} $$

y despejar:

$$ {}_nm_x^{ia} = -\frac{\ln\{{}_n\widehat{p}_x^{ii}\}}{n} = \frac{1}{n}\ln\left\{\frac{\iota_{x+n}\,{}_np_x}{\iota_x\,{}_np_x^{i\delta}}\right\} \tag{2.80} $$

donde en la segunda igualdad incorporamos la última ecuación de (2.67).

De la definición matemática de tiempo vivido, tenemos que los años-persona vividos en la inactividad entre x y $x+n$ por los inactivos de edad x son:

$$ {}_nL_x^{ii} = \int_0^n \ell_x^i\,{}_yp_x^{ii}\,dy = \ell_x^i \int_0^n e^{-\int_0^y\left[\mu^{ia}(x+u)+\mu^{i\delta}(x+u)\right]du}\,dy $$

y si suponemos constancia en las tasas durante el intervalo de n años:

$$ {}_nL_x^{ii} = \ell_x^i \int_0^n e^{-y\left[{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}\right]}\,dy = \ell_x^i\,\frac{1-e^{-n\left[{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}\right]}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}} = \ell_x^i\,\frac{1-{}_np_x^{ii}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}} $$

el mismo resultado que en (2.36), al reemplazar la tasa de mortalidad total por la de los inactivos.

Con (2.63) se obtiene ${}_np_x$ y de manera similar a (2.35) y (2.9):

$$ {}_n\widehat{p}_x^{ii} = e^{-n\,{}_nm_x^{ia}} \qquad \text{y} \qquad {}_n\widehat{p}_x^{ia} = 1-{}_n\widehat{p}_x^{ii} \tag{2.81} $$

Se puede ver que el modelo exponencial en (2.79) y (2.81) concuerda con (2.65) mediante (2.78):

$$ {}_np_x^{ii} = e^{-n\left[{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}\right]} = e^{-n\,{}_nm_x^{ia}}\,e^{-n\,{}_nm_x^{i\delta}} = {}_n\widehat{p}_x^{ii}\,{}_np_x^{i\delta} $$

Como (2.70) no depende del enfoque de eventos o de tasas:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{aa} &= \ell_x^a\,\tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} & {}_nL_x^{ai} &= 0 \\ {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i\,\tfrac{1-{}_np_x^{ii}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}} & {}_nL_x^{ia} &= \ell_x^i\,\tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}} - {}_nL_x^{ii} \end{aligned} \tag{2.82} $$

Las ecuaciones (2.19) y (2.23) tampoco dependen del supuesto de continuidad de la mortalidad, con lo cual a partir de ellas podemos obtener el tiempo vivido en la actividad y la inactividad y los ingresos, pero las defunciones nuevamente con (2.70) y (2.71).

ii) Si $\alpha_{x+n} < \alpha_x$

Siguiendo pasos análogos al caso de intervalos ascendentes tenemos el equivalente a (2.78):

$$ {}_np_x^{aa} = e^{-n\left[{}_nm_x^{ai} + {}_nm_x^{a\delta}\right]} = e^{-n\,{}_nm_x^{ai}} e^{-n\,{}_nm_x^{a\delta}} \tag{2.83} $$

y las tasas de retiro de la actividad:

$$ {}_nm_x^{ai} = -\frac{\ln\{{}_n\widehat{p}_x^{aa}\}}{n} = \frac{1}{n}\ln\left\{\frac{\alpha_{x+n}\,{}_np_x}{\alpha_x\,{}_np_x^{a\delta}}\right\} \tag{2.84} $$

donde introdujimos la primera ecuación en (2.68). Los años-persona vividos son:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{aa} &= \ell_x^a \tfrac{1-{}_np_x^{aa}}{{}_nm_x^{ai}+{}_nm_x^{a\delta}} = {}_nL_x^a & {}_nL_x^{ai} &= \ell_x^a \tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} - {}_nL_x^{aa} \\ {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i \tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}} & {}_nL_x^{ia} &= 0 \end{aligned} \tag{2.85} $$

En realidad, dado que en un intervalo ascendente ${}_np_x^{aa} = {}_np_x^{a\delta}$ y ${}_nm_x^{ai} = 0$, y en uno descendente ${}_np_x^{ii} = {}_np_x^{i\delta}$ y ${}_nm_x^{ia} = 0$, podemos generalizar los años-persona vividos para cualquier intervalo etario como:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{aa} &= \ell_x^a \tfrac{1-{}_np_x^{aa}}{{}_nm_x^{ai}+{}_nm_x^{a\delta}} & {}_nL_x^{ai} &= \ell_x^a \tfrac{{}_nq_x^a}{{}_nm_x^{a\delta}} - {}_nL_x^{aa} \\ {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i \tfrac{1-{}_np_x^{ii}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}} & {}_nL_x^{ia} &= \ell_x^i \tfrac{{}_nq_x^i}{{}_nm_x^{i\delta}} - {}_nL_x^{ii} \end{aligned} \tag{2.86} $$

Estas ecuaciones son incluso válidas para el caso de igual mortalidad.

En ambos tipos de intervalos de edad, las esperanzas de vida se obtienen mediante (2.52), ya que esas ecuaciones no dependen del enfoque de eventos o de tasas. Las esperanzas de vida parcial se determinan al reemplazar los resultados de (2.82) y (2.85) en (2.52). En los cuadros 2.28 a 2.32 se presenta la tabla de vida activa para México en 2010.

El método de las tasas para un intervalo de participación descendente lo ilustraremos con las mujeres de México de 2010 del grupo 40–44 años. Las probabilidades de supervivencia bajo el modelo exponencial son:

$$ {}_5p_{40}^{a\delta} = e^{-5\,{}_5m_{40}^{a\delta}} = e^{-5\,\times 0.000799} = 0.996011 $$

$$ {}_5p_{40}^{i\delta} = e^{-5\,{}_5m_{40}^{i\delta}} = e^{-5\,\times 0.003147} = 0.984389 $$

por (2.63):

Cuadro 2.28. México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta, 2010

(Método de las tasas)

Grupo de edad	Supervivencia			Al estado puro				Con mortalidad			
				Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activos (1)	Inactivos (2)	Total* (3)	Activo (4)	Inactivo (5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)	Activo (10)	Inactivo (11)
					Hombres						
12-14	0.998832	0.998219	0.998219	1.000000	0.000000	0.235869	0.764131	0.998832	0.000000	0.235449	0.762770
15-19	0.993568	0.994141	0.994006	1.000000	0.000000	0.519887	0.480113	0.993568	0.000000	0.516841	0.477300
20-24	0.989798	0.986116	0.988447	1.000000	0.000000	0.674731	0.325269	0.989798	0.000000	0.665363	0.320753
25-29	0.987346	0.960554	0.984156	1.000000	0.000000	0.682603	0.317397	0.987346	0.000000	0.655677	0.304877
30-34	0.986033	0.927050	0.983858	1.000000	0.000000	0.324771	0.675229	0.986033	0.000000	0.301079	0.625971
35-39	0.984545	0.908071	0.982750	0.997981	0.002019	0.000000	1.000000	0.982557	0.001987	0.000000	0.908071
40-44	0.981414	0.899640	0.979480	0.992939	0.007061	0.000000	1.000000	0.974484	0.006930	0.000000	0.899640
45-49	0.975710	0.882615	0.973044	0.979070	0.020930	0.000000	1.000000	0.955289	0.020421	0.000000	0.882615
50-54	0.965878	0.898209	0.962741	0.956141	0.043859	0.000000	1.000000	0.923516	0.042362	0.000000	0.898209
55-59	0.950286	0.900721	0.946062	0.895329	0.104671	0.000000	1.000000	0.850818	0.099468	0.000000	0.900721
60-64	0.924624	0.904754	0.921101	0.850125	0.149875	0.000000	1.000000	0.786046	0.138578	0.000000	0.904754
65-69	0.883410	0.884114	0.883620	0.851089	0.148911	0.000000	1.000000	0.751861	0.131550	0.000000	0.884114
70-74	0.826625	0.840666	0.832278	0.838443	0.161557	0.000000	1.000000	0.693077	0.133547	0.000000	0.840666
75-79	0.737770	0.785979	0.761997	0.810673	0.189327	0.000000	1.000000	0.598090	0.139680	0.000000	0.785979
80-84	0.581601	0.724857	0.668921	0.869683	0.130317	0.000000	1.000000	0.505808	0.075793	0.000000	0.724857
85-89	0.381469	0.640269	0.563859	0.892363	0.107637	0.000000	1.000000	0.000000	0.381469	0.000000	0.640269

Cuadro 2.28

(Concluye)

Grupo de edad	Superviviencia			Al estado puro				Con mortalidad			
				Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activas (1)	Inactivas (2)	Total* (3)	Activa (4)	Inactiva (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Activa (8)	Inactiva (9)	Activa (10)	Inactiva (11)
						Mujeres					
12-14	0.999589	0.998950	0.998950	1.000000	0.000000	0.097056	0.902944	0.999589	0.000000	0.096954	0.901996
15-19	0.998653	0.997130	0.997277	1.000000	0.000000	0.240997	0.759003	0.998653	0.000000	0.240305	0.756824
20-24	0.998116	0.995820	0.996543	1.000000	0.000000	0.231285	0.768715	0.998116	0.000000	0.230319	0.765502
25-29	0.997958	0.994883	0.996340	1.000000	0.000000	0.083839	0.916161	0.997958	0.000000	0.083410	0.911473
30-34	0.997697	0.993412	0.995633	1.000000	0.000000	0.019112	0.980888	0.997697	0.000000	0.018986	0.974426
35-39	0.997026	0.990155	0.993788	1.000000	0.000000	0.021064	0.978936	0.997026	0.000000	0.020856	0.969299
40-44	0.996011	0.984389	0.990669	0.975189	0.024811	0.000000	1.000000	0.971298	0.024712	0.000000	0.984389
45-49	0.994102	0.976561	0.985853	0.905048	0.094952	0.000000	1.000000	0.899710	0.094392	0.000000	0.976561
50-54	0.991706	0.965967	0.978411	0.836974	0.163026	0.000000	1.000000	0.830032	0.161674	0.000000	0.965967
55-59	0.988373	0.951331	0.966524	0.764435	0.235565	0.000000	1.000000	0.755547	0.232826	0.000000	0.951331
60-64	0.983929	0.931253	0.948143	0.720333	0.279667	0.000000	1.000000	0.708756	0.275173	0.000000	0.931253
65-69	0.978332	0.899578	0.918453	0.686159	0.313841	0.000000	1.000000	0.671292	0.307040	0.000000	0.899578
70-74	0.965441	0.855660	0.874891	0.642506	0.357494	0.000000	1.000000	0.620302	0.345140	0.000000	0.855660
75-79	0.940796	0.790584	0.809241	0.610054	0.389946	0.000000	1.000000	0.573936	0.366859	0.000000	0.790584
80-84	0.884965	0.702718	0.718771	0.554649	0.445351	0.000000	1.000000	0.490845	0.394120	0.000000	0.702718
85-89	0.787797	0.584759	0.596973	0.525346	0.474654	0.000000	1.000000	0.000000	0.787797	0.000000	0.584759

* Calculada con la primera de las ecuaciones (2.55) del texto.

Fuente: Cuadros 2.1 y B.2.

Cuadro 2.29. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	978 966	230 908	748 058	983 166	95 422	887 744
20	973 098	616 050	357 048	980 489	308 623	671 866
25	961 856	847 332	114 524	977 099	462 785	514 314
30	946 616	911 700	34 916	973 522	504 739	468 783
35	931 335	909 479	21 856	969 271	512 476	456 795
40	915 269	893 615	21 654	963 250	520 479	442 771
45	896 488	870 814	25 674	954 261	505 540	448 721
50	872 322	831 879	40 443	940 761	454 839	485 922
55	839 819	768 253	71 566	920 452	377 531	542 921
60	794 521	653 644	140 877	889 640	285 243	604 397
65	731 834	513 794	218 040	843 506	202 168	641 338
70	646 664	386 302	260 362	774 721	135 714	639 007
75	538 204	267 737	270 467	677 797	84 184	593 613
80	410 110	160 131	249 979	548 501	48 316	500 185
85	274 332	80 996	193 336	394 247	23 716	370 531
90	154 684	0	154 684	235 355	0	235 355

Fuente: Cuadro B.1 para primer renglón de (1) y (4).

$$ {}_5p_{40} = \alpha_{40}\ {}_5p_{40}^{a\delta} + \iota_{40}\ {}_5p_{40}^{i\delta} = 0.540337 \times 0.996011 + 0.459663 \times 0.984389 = 0.990669 $$

las probabilidades al estado puro por (2.68):

$$ {}_5\widehat{p}_{40}^{aa} = \frac{\alpha_{45}\ {}_5p_{40}}{\alpha_{40}\ {}_5p_{40}^{a\delta}} = \frac{0.529772 \times 0.990669}{0.540337 \times 0.996011} = 0.975189 \qquad {}_5\widehat{p}_{40}^{ia} = 0 $$

$$ {}_5\widehat{p}_{40}^{ai} = \frac{\iota_{45}\ {}_5p_{40} - \iota_{40}\ {}_5p_{40}^{i\delta}}{\alpha_{40}\ {}_5p_{40}^{a\delta}} = \frac{0.470228 \times 0.990669 - 0.459663 \times 0.984389}{0.540337 \times 0.996011} = 0.024811 \qquad {}_5\widehat{p}_{40}^{ii} = 1 $$

y con mortalidad:

$$ \begin{aligned} {}_5p_{40}^{aa} &= {}_5\widehat{p}_{40}^{aa}\ {}_5\widehat{p}_{40}^{a\delta} = 0.975189 \times 0.996011 = 0.971298 \\ {}_5p_{40}^{ai} &= {}_5\widehat{p}_{40}^{ai}\ {}_5\widehat{p}_{40}^{a\delta} = 0.024811 \times 0.996011 = 0.024712 \\ {}_5p_{40}^{ia} &= {}_5\widehat{p}_{40}^{ia}\ {}_5\widehat{p}_{40}^{i\delta} = 0 \times 0.984389 = 0 \\ {}_5p_{40}^{ii} &= {}_5\widehat{p}_{40}^{ii}\ {}_5\widehat{p}_{40}^{i\delta} = 1 \times 0.984389 = 0.984389 \end{aligned} $$

Los supervivientes a los 45 años:

$$\ell^a_{45} = \ell^a_{40}\,{}_5p^{aa}_{40} + \ell^i_{40}\,{}_5p^{ia}_{40} = 520\,479 \times 0.971298 + 442\,771 \times 0 = 505\,540$$

$$\ell^i_{45} = \ell^a_{40}\,{}_5p^{ai}_{40} + \ell^i_{40}\,{}_5p^{ii}_{40} = 520\,479 \times 0.024712 + 0.984389 \times 0 = 448\,721$$

La tasa de retiro, de acuerdo con (2.79), es:

$${}_5m^{ai}_{40} = -\frac{\ln\{\ {}_5\widehat{p}^{aa}_{40}\ \}}{5} = -\frac{\ln\{0.975189\}}{5} = 0.005025$$

los años-persona vividos de acuerdo con (2.85) son:

$${}_5L^{aa}_{40} = \ell^a_{40}\ \frac{1-{}_5p^{aa}_{40}}{{}_5m^{ai}_{40}+{}_5m^{a\delta}_{40}} = 520\,479\frac{1-0.971298}{0.005025+0.000799} = 2\,564\,867$$

$${}_5L^{ai}_{40} = \ell^a_{40}\frac{{}_5q^a_{40}}{{}_5\,m^{a\delta}_{40}} - {}_5L^{aa}_{40} = 520\,479\,\frac{0.003989}{0.000799} - 2\,564\,867 = 32\,333$$

$${}_5L^{ia}_{40} = 0$$

$${}_5L^{ii}_{40} = \ell^i_{40}\ \frac{{}_5q^i_{40}}{{}_5\,m^{i\delta}_{40}} = 442\,771\frac{0.015611}{0.003147} = 2\,196\,530$$

de donde

$${}_5e^{aa}_{40} = 4.927897 \qquad {}_5e^{ai}_{40} = 0.062121 \qquad {}_5e^{ia}_{40} = 0 \qquad {}_5e^{ii}_{40} = 4.960872$$

y por (2.52):

$$\begin{aligned}
e^{aa}_{40} &= {}_5e^{aa}_{40} + {}_5p^{aa}_{40}\,e^{aa}_{45} + {}_5p^{ai}_{40}\,e^{ia}_{45} = 4.927897 + 0.971298 \times 18.35 + 0.024712 \times 0 = 22.75\\
e^{ai}_{40} &= {}_5e^{ai}_{40} + {}_5p^{aa}_{40}\,e^{ai}_{45} + {}_5p^{ai}_{40}\,e^{ii}_{45} = 0.062121 + 0.971298 \times 19.41 + 0.024712 \times 33.55 = 19.06\\
e^{ia}_{40} &= {}_5e^{ia}_{40} + {}_5p^{ia}_{40}\,e^{aa}_{45} + {}_5p^{ii}_{40}\,e^{ia}_{45} = 0 + 0 \times 18.35 + 0.984389 \times 0 = 0\\
e^{ii}_{40} &= {}_5e^{ii}_{40} + {}_5p^{ia}_{40}\,e^{ai}_{45} + {}_5p^{ii}_{40}\,e^{ii}_{45} = 4.960872 + 0 \times 19.41 + 0.984389 \times 33.55 = 37.99
\end{aligned}$$

Las defunciones son por (2.72):

$$\begin{aligned}
{}_5d^a_{40} &= {}_5L^{aa}_{40}\,{}_5m^{a\delta}_{40} + {}_5L^{ia}_{40}\,{}_5m^{i\delta}_{40} = 2\,564\,867 \times 0.000799 + 0 \times 0.003147 = 2\,051\\
{}_5d^i_{40} &= {}_5L^{ai}_{40}\,{}_5m^{a\delta}_{40} + {}_5L^{ii}_{40}\,{}_5m^{i\delta}_{40} = 32\,333 \times 0.000799 + 2\,196\,530 \times 0.003147 = 6\,938
\end{aligned}$$

y los retiros:

$${}_5H^{ia}_{25} = {}_5L^a_{40}\,{}_5m^{ai}_{40} = 2\,564\,867 \times 0.005025 = 12\,888$$

Para el intervalo 85–89 años extrapolamos las tasas de retiro como:

$${}_5m^{ai}_{85} = {}_5m^{ai}_{80}\sqrt{\frac{{}_5m^{ai}_{80}}{{}_5m^{ai}_{75}}}$$

Cuadro 2.30. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 511	0	0	0	362 088	2 577 423	2 939 511	362 088	2 577 423
15-19	4 880 147	1 150 824	0	1 150 824	1 085 972	2 643 351	3 729 323	2 236 796	2 643 351
20-24	4 837 330	3 064 512	0	3 064 512	706 389	1 066 429	1 772 818	3 770 901	1 066 429
25-29	4 771 047	4 209 796	0	4 209 796	226 156	335 095	561 251	4 435 952	335 095
30-34	4 694 724	4 526 592	0	4 526 592	28 741	139 391	168 132	4 555 333	139 391
35-39	4 616 338	4 507 618	4 544	4 512 162	0	104 176	104 176	4 507 618	108 720
40-44	4 529 166	4 410 823	15 602	4 426 425	0	102 741	102 741	4 410 823	118 343
45-49	4 421 652	4 255 989	44 984	4 300 973	0	120 679	120 679	4 255 989	165 663
50-54	4 279 760	3 998 222	89 799	4 088 021	0	191 739	191 739	3 998 222	281 538
55-59	4 084 729	3 547 030	197 941	3 744 971	0	339 758	339 758	3 547 030	537 699
60-64	3 813 719	2 904 580	238 858	3 143 438	0	670 281	670 281	2 904 580	909 139
65-69	3 441 853	2 235 109	181 010	2 416 119	0	1 025 734	1 025 734	2 235 109	1 206 744
70-74	2 953 862	1 617 027	141 735	1 758 762	0	1 195 100	1 195 100	1 617 027	1 336 835
75-79	2 356 098	1 046 724	107 556	1 154 280	0	1 201 818	1 201 818	1 046 724	1 309 374
80-84	1 686 841	580 514	37 588	618 102	0	1 068 739	1 068 739	580 514	1 106 327
85-89	1 039 851	247 883	12 038	259 921	0	779 930	779 930	247 883	791 968
90 o más	741 065	0	0	0	0		741 065	0	741 065

Cuadro 2.30
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 051	0	0	0	145 623	2 805 428	2 951 051	145 623	2 805 428
15-19	4 909 130	476 788	0	476 788	558 346	3 873 996	4 432 342	1 035 134	3 873 996
20-24	4 893 962	1 541 658	0	1 541 658	404 375	2 947 929	3 352 304	1 946 033	2 947 929
25-29	4 876 542	2 311 559	0	2 311 559	108 998	2 455 985	2 564 983	2 420 557	2 455 985
30-34	4 856 968	2 520 784	0	2 520 784	22 371	2 313 813	2 336 184	2 543 155	2 313 813
35-39	4 831 283	2 558 569	0	2 558 569	23 981	2 248 733	2 272 714	2 582 550	2 248 733
40-44	4 793 730	2 564 867	32 333	2 597 200	0	2 196 530	2 196 530	2 564 867	2 228 863
45-49	4 737 447	2 398 716	121 524	2 520 240	0	2 217 207	2 217 207	2 398 716	2 338 731
50-54	4 652 779	2 074 927	189 823	2 264 750	0	2 388 029	2 388 029	2 074 927	2 577 852
55-59	4 524 657	1 646 169	230 491	1 876 660	0	2 647 997	2 647 997	1 646 169	2 878 488
60-64	4 331 600	1 206 635	208 089	1 414 724	0	2 916 876	2 916 876	1 206 635	3 124 965
65-69	4 042 688	833 698	166 151	999 849	0	3 042 839	3 042 839	833 698	3 208 990
70-74	3 625 237	539 529	127 247	666 776	0	2 958 461	2 958 461	539 529	3 085 708
75-79	3 053 458	322 995	85 338	408 333	0	2 645 125	2 645 125	322 995	2 730 463
80-84	2 334 773	172 846	54 556	227 402	0	2 107 371	2 107 371	172 846	2 161 927
85-89	1 539 271	78 783	26 715	105 498	0	1 433 773	1 433 773	78 783	1 460 488
90 o más	1 172 980	0	0	0	0		1 172 980	0	1 172 980

Fuente: Cuadros 2.28 y 2.29.

Cuadro 2.31. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas de movilidad Ingreso (6)	Tasas de movilidad Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
				Hombres					
12-14	231 123	0	1 746	215	1 531	0.089672	0.000000	0.000389	0.000594
15-19	387 903	0	5 868	2 761	3 107	0.146747	0.000000	0.001291	0.001175
20-24	239 542	0	11 242	8 260	2 982	0.224620	0.000000	0.002051	0.002796
25-29	76 911	0	15 240	12 543	2 697	0.229520	0.000000	0.002547	0.008049
30-34	10 948	0	15 281	13 169	2 112	0.078541	0.000000	0.002813	0.015150
35-39	0	1 822	16 066	14 042	2 024	0.000000	0.000404	0.003115	0.019287
40-44	0	6 251	18 781	16 550	2 231	0.000000	0.001417	0.003752	0.021152
45-49	0	18 004	24 166	20 931	3 235	0.000000	0.004230	0.004918	0.024973
50-54	0	35 864	32 503	27 762	4 741	0.000000	0.008970	0.006944	0.021470
55-59	0	78 435	45 298	36 174	9 124	0.000000	0.022113	0.010198	0.020912
60-64	0	94 324	62 687	45 526	17 161	0.000000	0.032474	0.015674	0.020018
65-69	0	72 077	85 170	55 415	29 755	0.000000	0.032248	0.024793	0.024634
70-74	0	56 987	108 460	61 578	46 882	0.000000	0.035242	0.038081	0.034712
75-79	0	43 940	128 094	63 666	64 428	0.000000	0.041978	0.060825	0.048165
80-84	0	16 211	135 778	62 924	72 854	0.000000	0.027925	0.108394	0.064356
85-89	0	5 646	119 647	47 778	71 869	0.000000	0.022777	0.192745	0.089173
90 o más	0	0	154 685	0	154 685			0.000000	0.208732

Cuadro 2.31
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas de movilidad Ingreso (6)	Tasas de movilidad Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
				Mujeres					
12-14	95 473	0	1 033	51	982	0.034032	0.000000	0.000137	0.000350
15-19	213 651	0	2 677	450	2 227	0.055150	0.000000	0.000270	0.000575
20-24	155 082	0	3 390	920	2 470	0.052607	0.000000	0.000377	0.000838
25-29	43 011	0	3 577	1 057	2 520	0.017513	0.000000	0.000409	0.001026
30-34	8 930	0	4 251	1 193	3 058	0.003859	0.000000	0.000461	0.001322
35-39	9 575	0	6 021	1 572	4 449	0.004258	0.000000	0.000596	0.001979
40-44	0	12 888	8 989	2 051	6 938	0.000000	0.005025	0.000799	0.003147
45-49	0	47 863	13 500	2 838	10 662	0.000000	0.019953	0.001183	0.004744
50-54	0	73 852	20 309	3 456	16 853	0.000000	0.035593	0.001666	0.006925
55-59	0	88 438	30 812	3 850	26 962	0.000000	0.053724	0.002339	0.009979
60-64	0	79 165	46 134	3 910	42 224	0.000000	0.065608	0.003240	0.014245
65-69	0	62 802	68 785	3 652	65 133	0.000000	0.075329	0.004381	0.021166
70-74	0	47 735	96 924	3 795	93 129	0.000000	0.088476	0.007034	0.031176
75-79	0	31 925	129 296	3 943	125 353	0.000000	0.098841	0.012206	0.046997
80-84	0	20 376	154 254	4 224	150 030	0.000000	0.117884	0.024441	0.070560
85-89	0	10 142	158 892	3 759	155 133	0.000000	0.128740	0.047703	0.107311
90 o más	0	0	235 355	0	235 355			0.000000	0.200647

Fuente : Cuadros 2.28 a 2.30 y cuadro B.3 para las columnas (8) y (9).

Aquí, sin embargo, cabe una aclaración: como ${}_5p_{85}^{aa} = 0$ por (2.84) ${}_5L_{85}^{aa} = 0$, lo cual es contradictorio porque hay activos a los 85 años de edad. Por ejemplo, para las mujeres:

$$ {}_5m_{85}^{ai} = {}_5m_{80}^{ai}\sqrt{\frac{{}_5m_{80}^{ai}}{{}_5m_{75}^{ai}}} = 0.117884\sqrt{\frac{0.117884}{0.098841}} = 0.128740 $$

al valorar (2.83):

$$ {}_5p_{85}^{aa} = e^{-5\left[{}_5m_{85}^{ai} + {}_5m_{85}^{a\delta}\right]} = e^{-5\,[0.128740+0.047703]} = 0.413866 $$

como por (2.79):

$$ {}_5p_{85}^{a\delta} = e^{-5\,{}_5m_{85}^{a\delta}} = e^{-5\times 0.047703} = 0.787797 \qquad \text{o bien} \qquad {}_5q_{85}^{a} = 1 - {}_5p_{85}^{a\delta} = 0.212203 $$

y los años-persona vividos son, por (2.85):

$$ {}_5L_{85}^{aa} = \ell_{85}^{a}\left[\frac{1 - {}_5p_{85}^{aa}}{{}_5m_{85}^{ai} + {}_5m_{85}^{a\delta}}\right] = 23\,716\left[\frac{1 - 0.413866}{0.128740 + 0.047703}\right] = 78\,783 $$

y

$$ {}_5L_{85}^{ai} = \ell_{85}^{a}\,\frac{{}_5q_{85}^{a}}{{}_5m_{85}^{a\delta}} - {}_5L_{85}^{aa} = 23\,716\left[\frac{0.212203}{0.047703}\right] - 78\,783 = 26\,715 $$

Conviene mencionar que hicimos ${}_5p_{85}^{aa} = 0$ y ${}_5p_{85}^{ai} = {}_5p_{85}^{a\delta}$ para que el monto de supervivientes a los 90 años de edad fuera nulo.

En el cuadro 2.33 contrastamos las esperanzas de vida activa, por los métodos de los eventos, distribución uniforme y de las tasas, bajo las hipótesis de igual o distinta mortalidad entre activos e inactivos. Vemos que, al introducir la mortalidad distinta por condición de actividad, las diferencias son mínimas en las esperanzas de vida activa de un activo, con leve disminución en ambos sexos en todas las edades en el enfoque de los eventos, y aumentos en la mayoría de las edades para los dos procedimientos restantes. En la vida media activa para un inactivo, por el contrario, en todos los casos son menores las esperanzas con mortalidad diferencial —excepto a los 12 años en las mujeres en las perspectivas de tasas y distribución uniforme—, pero las distancias se acrecientan conforme avanza la edad hacia la cima de la participación (η).

En (2.79) adoptamos el modelo de crecimiento exponencial para convertir tasas de mortalidad en probabilidades de supervivencia:[16]

$$ {}_np_x = e^{-n\,{}_nm_x} \tag{2.87} $$

Al construir una tabla de vida, generalmente se supone que las tasas de mortalidad de la tabla (${}_nm_x$) son iguales a las observadas (${}_nM_x$). Lowell Reed y Margaret Merrell (1939)

[16] Retiramos los superíndices $a\delta$ y $i\delta$ para simplificar la notación sin perder generalidad.

Cuadro 2.32. México: Esperanzas de vida activa definitivas, 2010
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:				Para un inactivo de edad *x* en la:			
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Total (3)	% actividad (4)[a]	Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	% actividad (8)[b]
				Hombres				
12	53.47	8.20	61.67	86.7	45.59	15.54	61.13	74.6
15	50.53	8.20	58.74	86.0	43.69	14.40	58.09	75.2
20	45.84	8.26	54.10	84.7	38.85	13.82	52.67	73.8
25	41.29	8.34	49.63	83.2	29.31	16.47	45.78	64.0
30	36.79	8.45	45.24	81.3	10.54	26.26	36.80	28.6
35	32.27	8.57	40.84	79.0	0.00	31.46	31.46	0.0
40	27.80	8.66	36.46	76.3	0.00	29.39	29.39	0.0
45	23.46	8.67	32.14	73.0	0.00	27.40	27.40	0.0
50	19.45	8.47	27.92	69.7	0.00	25.72	25.72	0.0
55	15.85	7.99	23.84	66.5	0.00	23.35	23.35	0.0
60	13.21	6.67	19.88	66.4	0.00	20.65	20.65	0.0
65	11.15	4.92	16.07	69.4	0.00	17.57	17.57	0.0
70	9.04	3.53	12.57	71.9	0.00	14.55	14.55	0.0
75	7.00	2.28	9.29	75.4	0.00	11.85	11.85	0.0
80	5.17	0.95	6.12	84.5	0.00	9.42	9.42	0.0
85	3.06	0.35	3.41	89.9	0.00	7.10	7.10	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	4.79	0.0
				Mujeres				
12	50.37	19.19	69.57	72.4	22.87	44.27	67.14	34.1
15	47.39	19.20	66.60	71.2	20.10	43.85	63.95	31.4
20	42.45	19.23	61.68	68.8	12.25	46.07	58.32	21.0
25	37.53	19.26	56.79	66.1	3.92	48.66	52.58	7.5
30	32.60	19.30	51.91	62.8	1.09	46.38	47.46	2.3
35	27.67	19.35	47.02	58.9	0.53	42.15	42.68	1.2
40	22.75	19.41	42.15	54.0	0.00	37.99	37.99	0.0
45	18.35	19.06	37.41	49.0	0.00	33.55	33.55	0.0
50	15.12	17.85	32.96	45.9	0.00	29.30	29.30	0.0
55	12.72	16.08	28.80	44.2	0.00	25.24	25.24	0.0
60	11.06	13.88	24.94	44.3	0.00	21.41	21.41	0.0
65	9.63	11.64	21.27	45.3	0.00	17.80	17.80	0.0
70	8.21	9.47	17.68	46.4	0.00	14.52	14.52	0.0
75	6.83	7.33	14.16	48.2	0.00	11.56	11.56	0.0
80	5.21	5.27	10.48	49.7	0.00	8.98	8.98	0.0
85	3.32	2.99	6.31	52.6	0.00	6.78	6.78	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	4.98	0.0

[a] 100×(1)/(3)

[b] 100×(5)/(7)

Fuente: Cuadros 2.28 a 2.31.

Cuadro 2.33. México: Esperanzas de vida activa por distintos métodos, 2010

Edad	Método de los eventos			Método de las tasas			Distribución uniforme		
	Mortalidad			Mortalidad		Distinta /	Mortalidad		Distinta /
x	Igual (1)	Distinta (2)	Dist / igual (3)	Igual (4)	Distinta (5)	igual (6)	Igual (7)	Distinta (8)	igual (9)
				Hombres					
				Para un activo de edad *x* en la actividad					
12	53.46	53.43	0.999	53.33	53.47	1.003	53.21	53.40	1.004
15	50.55	50.49	0.999	50.42	50.53	1.002	50.29	50.46	1.003
20	45.84	45.80	0.999	45.72	45.84	1.003	45.59	45.77	1.004
25	41.32	41.24	0.998	41.19	41.29	1.002	41.06	41.22	1.004
30	36.87	36.74	0.997	36.74	36.79	1.001	36.61	36.71	1.003
35	32.41	32.22	0.994	32.28	32.27	1.000	32.15	32.20	1.002
40	27.94	27.79	0.995	27.80	27.80	1.000	27.67	27.72	1.002
45	23.60	23.45	0.993	23.47	23.46	1.000	23.34	23.38	1.002
50	19.57	19.40	0.991	19.46	19.45	0.999	19.32	19.36	1.002
55	15.97	15.77	0.987	15.89	15.85	0.998	15.74	15.76	1.001
60	13.23	12.98	0.981	13.27	13.21	0.995	13.09	13.09	1.000
65	11.23	10.92	0.972	11.25	11.15	0.991	11.01	11.00	0.998
70	9.14	8.79	0.962	9.17	9.04	0.986	8.85	8.83	0.997
75	7.13	6.75	0.947	7.17	7.00	0.977	6.72	6.69	0.996
80	5.25	4.86	0.925	5.42	5.17	0.954	4.65	4.63	0.996
85	3.37	3.04	0.900	3.48	3.06	0.879	1.94	1.94	1.000
				Para un inactivo de edad *x* en la actividad					
12	46.05	45.74	0.993	45.72	45.59	0.997	45.31	45.24	0.998
15	44.35	43.97	0.992	43.88	43.69	0.996	43.40	43.27	0.997
20	40.30	39.55	0.981	39.41	38.85	0.986	38.88	38.37	0.987
25	32.06	30.31	0.945	30.87	29.31	0.950	30.42	28.91	0.950
30	13.20	11.10	0.841	12.53	10.54	0.841	12.41	10.45	0.842

Cuadro 2.33
(Concluye)

Edad x	Método de los eventos: Mortalidad Igual (1)	Método de los eventos: Mortalidad Distinta (2)	Método de los eventos: Dist / igual (3)	Método de las tasas: Mortalidad Igual (4)	Método de las tasas: Mortalidad Distinta (5)	Método de las tasas: Distinta / igual (6)	Distribución uniforme: Mortalidad Igual (7)	Distribución uniforme: Mortalidad Distinta (8)	Distribución uniforme: Distinta / igual (9)
				Mujeres					
				Para una activa de edad x en la actividad					
12	50.01	50.09	1.002	49.99	50.37	1.008	49.98	50.38	1.008
15	47.06	47.11	1.001	47.04	47.39	1.008	47.03	47.40	1.008
20	42.17	42.17	1.000	42.15	42.45	1.007	42.15	42.46	1.007
25	37.30	37.25	0.999	37.28	37.53	1.007	37.28	37.53	1.007
30	32.42	32.32	0.997	32.40	32.60	1.006	32.40	32.60	1.006
35	27.55	27.39	0.994	27.53	27.67	1.005	27.53	27.67	1.005
40	22.71	22.46	0.989	22.69	22.75	1.003	22.68	22.75	1.003
45	18.38	18.12	0.986	18.28	18.35	1.003	18.28	18.35	1.004
50	15.06	14.78	0.982	15.05	15.12	1.004	15.05	15.12	1.005
55	12.60	12.29	0.976	12.65	12.72	1.005	12.64	12.70	1.005
60	10.83	10.47	0.967	11.00	11.06	1.005	10.95	11.02	1.006
65	9.48	9.05	0.954	9.59	9.63	1.005	9.48	9.54	1.006
70	7.96	7.47	0.938	8.18	8.21	1.004	7.98	8.03	1.006
75	6.71	6.15	0.916	6.82	6.83	1.001	6.46	6.49	1.005
80	5.02	4.46	0.888	5.23	5.21	0.995	4.57	4.58	1.004
85	3.27	2.76	0.844	3.40	3.32	0.976	1.98	1.99	1.002
				Para una inactiva de edad x en la actividad					
12	23.03	22.87	0.993	22.86	22.87	1.001	22.81	22.83	1.001
15	20.35	20.17	0.991	20.12	20.10	0.999	20.07	20.05	0.999
20	12.74	12.52	0.982	12.36	12.25	0.991	12.33	12.22	0.991
25	4.28	4.05	0.946	4.10	3.92	0.957	4.09	3.92	0.958
30	1.23	1.05	0.853	1.24	1.09	0.876	1.24	1.09	0.877
35	0.65	0.54	0.835	0.62	0.53	0.853	0.62	0.53	0.854

Fuente: Cuadros 2.13 a 2.15, 2.22, 2.27 y 2.32.

probaron que este modelo de crecimiento exponencial (donde la tasa de mortalidad hace las veces de una tasa de descuento) es más impreciso conforme se amplía el intervalo de edades n, y encontraron empíricamente su famosa fórmula corregida:

$$ {}_np_x = e^{-n\,{}_nM_x - 0.008\,n^3\,[{}_nM_x]^2} \tag{2.88} $$

En el ejemplo de México en 2010 tenemos dos tipos de intervalos de acuerdo a su longitud: uno trienal (12–14) y los demás quinquenales (15–19 a 85–89). En el primer caso, como $n = 3$, tenemos que $3^3 = 27$ y $0.008 \times 3^3 = 0.216$; mientras que en el caso más general de un intervalo quinquenal ($n = 5$), $0.008 \times 5^3 = 0.008 \times 125 = 1$. En la mayoría de los casos la corrección cuadrática en (2.88) es mínima, ya que matemáticamente las tasas de mortalidad son bajas. Si prefiriéramos la fórmula de Reed y Merrell (2.88) en vez de la exponencial simple (2.79), el procedimiento sería obtener primero la probabilidad de supervivencia con (2.88) y después, despejando en (2.85), la de tabla:

$$ {}_nm_x = -\frac{\ln\{{}_np_x\}}{n} $$

Finalmente, deseo resaltar que las ecuaciones vistas en este acápite constituyen generalizaciones del modelo, pues si se supone que la mortalidad es la misma para activos e inactivos se llega a las igualdades vistas en el acápite 2.4. Al suponer la misma mortalidad tenemos que:

$$ {}_np_x^{a\delta} = {}_np_x^{i\delta} = {}_np_x \qquad {}_nq_x^{a} = {}_nq_x^{i} = {}_nq_x \qquad {}_nm_x^{a\delta} = {}_nm_x^{i\delta} = {}_nm_x $$

A manera de ejemplo, tomemos ${}_nL_x^{aa}$ en las ecuaciones (2.86). Al reemplazar las igualdades anteriores, en un intervalo ascendente, como ${}_np_x^{aa} = {}_np_x$ y ${}_nm_x^{ai} = 0$:

$$ {}_nL_x^{aa} = \ell_x^a\,\frac{1 - {}_np_x^{aa}}{{}_nm_x^{ai} + {}_nm_x^{a\delta}} = \ell_x^a\,\frac{1 - {}_np_x}{{}_nm_x} = \alpha_x\ell_x\,\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x} = \alpha_x\frac{{}_nd_x}{{}_nm_x} = {}_nL_x\alpha_x $$

la misma ecuación en (2.27) o (2.36) y donde usamos (2.83).

Es claro que se cumple la igualdad para ${}_nL_x^{ii}$ en (2.36) si se hace ${}_nm_x^{i\delta} = {}_nm_x$. En el caso de los eventos:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i\,\tfrac{1-{}_np_x^{ii}}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x^{i\delta}} = \ell_x^i\,\tfrac{1-{}_n\widehat{p}_x^{ii}\,{}_np_x}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x} = \ell_x\iota_x\tfrac{1-\frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}\,{}_np_x}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x} \\ &= \ell_x\tfrac{\iota_x-\iota_{x+n}\,{}_np_x}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x} = \tfrac{\ell_x^i-\ell_{x+n}^i}{{}_nm_x^{ia}+{}_nm_x} \end{aligned} $$

Dado que no hay retiros, por (2.26) tenemos $\ell_x^i - \ell_{x+n}^i = {}_nH_x^{ia} + {}_nd_x^i$, de donde por (2.23) y la continuidad en la mortalidad:

$$ {}_nL_x^{ii} = \frac{{}_nH_x^{ia} + {}_nd_x^i}{\frac{{}_nH_x^{ia}}{{}_nL_x^i} + \frac{{}_nd_x^i}{{}_nL_x^i}} = {}_nL_x^i $$

la misma ecuación que en (2.27). Siguiendo pasos análogos se puede probar la generalización (2.86) para un intervalo descendente.

2.7 Probabilidades de ingreso y retiro: La propuesta de Wolfbein

A lo largo del capítulo hemos reservado la perspectiva de movimiento a las tasas de ingreso y retiro de la actividad, y el enfoque de transición a las probabilidades. Si se considera la ocurrencia de un solo evento —ingreso o retiro en intervalos de edad complementarios en ausencia de mortalidad—, las probabilidades asociadas se refieren al movimiento, ${}_n\widehat{p}_x^{ia}$ $(\alpha_{x+n} > \alpha_x)$ o ${}_n\widehat{p}_x^{ai}$ $(\alpha_{x+n} < \alpha_x)$ para entrar o salir de la actividad, respectivamente, como ${}_nq_x$ en la mortalidad. En cambio, las probabilidades conjuntas ${}_np_x^{ia}$ o ${}_np_x^{ai}$ expresan la supervivencia al final de los n años. Denotemos por ${}_nq_x^e$ la probabilidad de entrada a la actividad y por ${}_nq_x^s$ la de salida, las cuales, de acuerdo a nuestra notación son:

$$ {}_nq_x^e = \frac{{}_nH_x^{ia}}{\ell_x^i} \qquad \text{y} \qquad {}_nq_x^s = \frac{{}_nH_x^{ai}}{\ell_x^a} \tag{2.89} $$

donde la primera es cero en un intervalo etario de participación descendente y la segunda en uno ascendente. En su artículo original, Wolfbein (1949) retiene estas probabilidades, pero para la mortalidad propone que sea en tanto activos e inactivos, es decir, retira el supuesto de *permanencia* del riesgo de fallecer y mantiene el de *continuidad*. La solución descansa en un viejo principio del análisis demográfico, suponer que los eventos se distribuyen de manera uniforme dentro del intervalo genérico de n años.

Wolfbein usa los años-persona vividos y no los supervivientes a edad exacta. Esto se debe al hecho de que, bajo el modelo de poblaciones estables, los años-persona se asimilan a la población estacionaria por grupos de edad.[17] De esta manera, dado que las proporciones de participación ${}_nA_x$ se obtienen de las personas enumeradas en un censo de población, el producto ${}_nA_x\,{}_nL_x = {}_nL_x^a$ se asemeja a la PEA en la población estacionaria de la tabla de mortalidad. Con el fin de simplificar la exposición, usamos la notación empleada en este capítulo para conceptos equivalentes a los de Wolfbein y, sin pérdida de generalidad, lo hacemos con intervalos entre edades exactas —de x a $x+n$— en lugar de cumplidas.

Wolfbein solo se interesa por los activos en la cohorte de la tabla de mortalidad y omite cualquier referencia a los inactivos. Por el supuesto de la continuidad de la mortalidad, en un intervalo de participación descendente $(\alpha_x > \alpha_{x+n})$ definamos la probabilidad de variación total de los activos como:

[17] Población *estable* es aquella que resulta de mantener invariables en el tiempo los patrones por edad de las tasas de mortalidad y fecundidad. La población estable tiene la propiedad de que la composición etaria permanece constante o *estable* a lo largo del tiempo. Cuando la tasa de crecimiento es nula, los efectivos de personas también prevalecen inalterados, situación conocida como *población estacionaria*.

$$ {}_nq_x^t = \frac{\ell_x^a - \ell_{x+n}^a}{\ell_x^a} = \frac{{}_nH_x^{ai} + {}_nd_x^a}{\ell_x^a} = 1 - {}_np_x^{aa} = {}_nq_x^s + {}_nq_x^{a\delta} \tag{2.90} $$

donde ${}_nq_x^{a\delta} = {}_nd_x^a/\ell_x^a$ es la probabilidad que un activo de x tiene de fallecer *en tanto* activo, a diferencia de ${}_nq_x$ que es para todos los activos, se retiren de la actividad o no. En la segunda igualdad usamos (2.32) y en la tercera (2.12) y el hecho de que ${}_np_x^{ia} = 0$.

Supongamos que los retiros y los decesos se distribuyen de manera uniforme dentro del intervalo de n años, con lo cual el promedio anual es:

$$ h^{ai} = \frac{{}_nH_x^{ai}}{n} \qquad \text{y} \qquad d^a = \frac{{}_nd_x^a}{n} $$

Por (2.26), como solo hay retiros:

$$ \ell_{x+y}^a = \ell_x^a - y\left(h^{ai} + d^a\right) $$

y de la definición de tiempo vivido:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^a &= \int_0^n \left[\ell_x^a - y\left(h^{ai} + d^a\right)\right] dy = n\,\ell_x^a - \tfrac{n^2}{2}\left(h^{ai} + d^a\right) \\ &= n\,\ell_x^a - \tfrac{n^2}{2}\left(\tfrac{{}_nH_x^{ai}}{n} + \tfrac{{}_nd_x^a}{n}\right) = n\,\ell_x^a - \tfrac{n}{2}\left({}_nH_x^{ai} + {}_nd_x^a\right) \end{aligned} $$

pero por (2.32) ${}_nH_x^{ai} + {}_nd_x^a = \ell_x^a - \ell_{x+n}^a$, de donde:

$$ {}_nL_x^a = n\,\ell_x^a - \frac{n}{2}\left[\ell_x^a - \ell_{x+n}^a\right] = \frac{n}{2}\left[\ell_x^a + \ell_{x+n}^a\right] $$

una fórmula bien conocida en la literatura demográfica y actuarial, y que coincide con la primera igualdad en (2.46).

De la definición de tasa y por la continuidad de la mortalidad tenemos:

$$ {}_nd_x^a = {}_nL_x^a\,{}_nm_x = \frac{n}{2}\left[\ell_x^a + \ell_{x+n}^a\right]\,{}_nm_x $$

de donde

$$ {}_nq_x^{a\delta} = \frac{{}_nd_x^a}{{}_n\ell_x^a} = \frac{n}{2}\left[1 + {}_np_x^{aa}\right]\,{}_nm_x $$

pero, bajo la hipótesis de distribución uniforme de las defunciones:

$$ {}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x} = \frac{{}_nq_x}{\frac{n}{2}\left[1 + {}_np_x\right]} = \frac{2}{n}\left[\frac{{}_nq_x}{1 + {}_np_x}\right] $$

con lo cual

$$ {}_nq_x^{a\delta} = {}_nq_x \left[\frac{1 + {}_np_x^{aa}}{1 + {}_np_x} \right] \tag{2.91} $$

Al despejar en la tercera igualdad de (2.90), tenemos ${}_np_x^{aa} = 1 - {}_nq_x^t$ o $1 + {}_np_x^{aa} = 2 - {}_nq_x^t$, y como $1 + {}_np_x = 2 - {}_nq_x$:

$$ {}_nq_x^{a\delta} = {}_nq_x \left[\frac{2 - {}_nq_x^t}{2 - {}_nq_x} \right] \tag{2.92} $$

que es la fórmula (4) de Wolfbein (1949: 290).

Si despejamos en la última igualdad en (2.90) y sustituimos (2.91), (2.11), (2.8) y (2.10):

$$ \begin{aligned} {}_nq_x^s &= 1 - {}_np_x^{aa} - {}_nq_x^{a\delta} = 1 - {}_np_x^{aa} - \left[\tfrac{{}_nq_x}{2 - {}_nq_x} \right] [1 + {}_np_x^{aa}] \\ &= \left[1 - \tfrac{{}_nq_x}{2 - {}_nq_x} \right] - {}_np_x^{aa} \left[1 + \tfrac{{}_nq_x}{2 - {}_nq_x} \right] = \tfrac{2 - 2\,{}_nq_x}{2 - {}_nq_x} - {}_np_x^{aa} \left[\tfrac{2}{2 - {}_nq_x} \right] \\ &= 2 \left[\tfrac{1 - {}_nq_x - {}_np_x^{aa}}{2 - {}_nq_x} \right] = 2 \left[\tfrac{{}_np_x(1 - {}_n\widehat{p}_x^{aa})}{2 - {}_nq_x} \right] = \left[\tfrac{2\,{}_np_x}{1 + {}_np_x} \right] {}_n\widehat{p}_x^{ai} \end{aligned} $$

o bien

$$ {}_nq_x^s = \left[\frac{2}{1 + {}_np_x} \right] {}_np_x^{ai} \tag{2.93} $$

Si seguimos pasos análogos, podemos establecer de manera general que:

$$ \begin{aligned} {}_nq_x^e &= {}_np_x^{ia} \left[\tfrac{2}{1 + {}_np_x} \right] & {}_nq_x^s &= {}_np_x^{ai} \left[\tfrac{2}{1 + {}_np_x} \right] \\ {}_nq_x^{i\delta} &= {}_nq_x \left[\tfrac{1 + {}_np_x^{ii}}{1 + {}_np_x} \right] & {}_nq_x^{a\delta} &= {}_nq_x \left[\tfrac{1 + {}_np_x^{aa}}{1 + {}_np_x} \right] \end{aligned} \tag{2.94} $$

con ${}_np_x^{ai} = 0$ y ${}_np_x^{aa} = {}_np_x$ en un intervalo ascendente y ${}_np_x^{ia} = 0$ y ${}_np_x^{ii} = {}_np_x$ en uno descendente.

Con base en los desarrollos de los acápites previos, las probabilidades de entrada y salida de la actividad son:

$$ {}_nq_x^e = \begin{cases} 1 - {}_np_x^{ii} - {}_nq_x \frac{{}_n\dot{\iota}_x}{\iota_x} & \text{si } \alpha_{x+n} > \alpha_x \\ 0 & \text{si } \alpha_{x+n} < \alpha_x \end{cases} \qquad {}_nq_x^s = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha_{x+n} > \alpha_x \\ 1 - {}_np_x^{aa} - {}_nq_x \frac{{}_n\dot{a}_x}{\alpha_x} & \text{si } \alpha_{x+n} < \alpha_x \end{cases} \tag{2.95} $$

En efecto, dado que ${}_nH_x^{ia} = \ell_x^i - \ell_{x+n}^i - {}_nd_x^i$, al despejar en (2.26) y sustituir en (2.90):

$$ {}_nq_x^e = \frac{{}_nH_x^{ia}}{\ell_x^i} = \frac{\ell_x^i - \ell_{x+n}^i - {}_nd_x^i}{\ell_x^i} = 1 - {}_np_x^{ii} - {}_nq_x \frac{{}_n\dot{\iota}_x}{\iota_x} $$

Cuadro 2.34. México: Probabilidades de ingreso y retiro de la actividad, 2010

Edad $x,x+n-1$	Ingreso Lineal (1)	Ingreso No lineal (2)	Retiro Lineal (3)	Retiro No lineal (4)
		Hombres		
12-14	0.235666	0.235643	0.000000	0.000000
15-19	0.518226	0.518399	0.000000	0.000000
20-24	0.671795	0.673408	0.000000	0.000000
25-29	0.685356	0.688822	0.000000	0.000000
30-34	0.360920	0.363106	0.000000	0.000000
35-39	0.000000	0.000000	0.000194	0.000194
40-44	0.000000	0.000000	0.005047	0.005031
45-49	0.000000	0.000000	0.017993	0.017838
50-54	0.000000	0.000000	0.039945	0.039761
55-59	0.000000	0.000000	0.097808	0.096575
60-64	0.000000	0.000000	0.140475	0.141449
65-69	0.000000	0.000000	0.139867	0.140499
70-74	0.000000	0.000000	0.151925	0.153728
75-79	0.000000	0.000000	0.186075	0.186953
80-84	0.000000	0.000000	0.195758	0.213196
85-89	0.000000	0.000000	0.712827	0.608690
		Mujeres		
12-14	0.097006	0.096993	0.000000	0.000000
15-19	0.240800	0.240780	0.000000	0.000000
20-24	0.231472	0.231642	0.000000	0.000000
25-29	0.085028	0.085167	0.000000	0.000000
30-34	0.021253	0.021223	0.000000	0.000000
35-39	0.024566	0.024601	0.000000	0.000000
40-44	0.000000	0.000000	0.019461	0.019607
45-49	0.000000	0.000000	0.086745	0.086492
50-54	0.000000	0.000000	0.149926	0.149756
55-59	0.000000	0.000000	0.214374	0.214097
60-64	0.000000	0.000000	0.245363	0.246982
65-69	0.000000	0.000000	0.257179	0.257651
70-74	0.000000	0.000000	0.270755	0.277165
75-79	0.000000	0.000000	0.259158	0.263160
80-84	0.000000	0.000000	0.263623	0.282873
85-89	0.000000	0.000000	0.740212	0.659196

Fuente: Cuadro 2.3.

Cuadro 2.35. Mortalidad de activos respecto de la mortalidad total para la población masculina de cinco países
(Cocientes de las respectivas tasas de mortalidad)

Edad	Australia 1971	Inglaterra y Gales 1971	Nueva Zelanda 1961	Noruega 1970-1973	Estados Unidos 1950
25-34*	0.967	1.009	0.899	0.937	0.989
35-44	1.030	0.994	0.907	0.922	1.001
45-54	1.032	1.014	0.928	0.932	1.005
55-64	1.170	1.020	0.955	0.792	0.999

* 20-34 para Noruega
Fuente: Naciones Unidas (1982): 54-55 y 79-90.

porque por (2.17) y (2.24) y las definiciones de ${}_np_x$, ${}_nq_x$ e ι_x:

$$ {}_np_x^{ii} = {}_n\widehat{p}_x^{ii}\,{}_np_x = \frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}\frac{\ell_{x+n}}{\ell_x} = \frac{\ell_{x+n}^i}{\ell_x^i} \qquad \text{y} \qquad \frac{{}_nd_x^i}{\ell_x^i} = \frac{{}_nd_x\,{}_ni_x}{\ell_x\iota_x} = {}_nq_x\frac{{}_ni_x}{\iota_x} $$

De manera análoga se tiene la ecuación para ${}_nq_x^s$ en los intervalos etarios descendentes.

Las probabilidades de mortalidad en tanto activos e inactivos son:

$$ {}_nq_x^{a\delta} = \begin{cases} {}_nq_x & \text{si } \alpha_{x+n} > \alpha_x \\ {}_nq_x\frac{{}_na_x}{\alpha_x} & \text{si } \alpha_{x+n} < \alpha_x \end{cases} \qquad {}_nq_x^{i\delta} = \begin{cases} {}_nq_x\frac{{}_ni_x}{\iota_x} & \text{si } \alpha_{x+n} > \alpha_x \\ {}_nq_x & \text{si } \alpha_{x+n} < \alpha_x \end{cases} \tag{2.96} $$

En el cuadro 2.34 se presentan las probabilidades de ingreso y retiro bajo los supuestos de variación lineal y no lineal (nuestras tablas de mortalidad para 2010) de los supervivientes. Se aprecia poca diferencia entre ambos enfoques.

En su artículo, Wolfbein (1949: 290) diserta sobre la mortalidad distinta entre activos e inactivos, razonando —bajo la aplicación exclusiva al caso masculino— que en los segundos el riesgo de fallecer debe ser superior porque, en su mayoría, están física y mentalmente incapacitados para insertarse en la actividad económica; no obstante, la escasa información publicada disponible revela que ese no es necesariamente el caso y que hay edades cuando la mortalidad es mayor entre los activos, como se muestra en el cuadro 2.35. Se advierte que, incluso en Estados Unidos en 1950 —antes de que la mortalidad ocasionada por vehículo automotor fuera de gran importancia y, presumiblemente, más asociada a la PEA porque pasa más tiempo fuera del hogar—, el riesgo de fallecer era mayor entre los activos de 35 a 54 años de edad. Wolfbein construyó su tabla para los datos del censo de población de Estados Unidos de 1940. Vemos que no solo en los hombres de México (cuadro B.3) hay sobre mortalidad de los activos en la mayoría de los grupos de edad.

En el cuadro 2.36 se presentan las probabilidades de fallecer en tanto activos e inactivos suponiendo variación lineal y no en los supervivientes, y se comparan con las probabilidades de mortalidad general. Las diferencias entre las perspectivas lineal y no lineal son marcadas en varias edades. Las diferencias se deben al distanciamiento con respecto a $n/2$ en los valores de ${}_nf_x$ en las fórmulas (2.60), como se aprecia en el cuadro B.1. Vemos además que en todos los casos las probabilidades específicas son inferiores a las generales, y si bien la conjetura de Wolfbein se cumple para los activos, no se verifica en los inactivos.

Cuadro 2.36. México: Probabilidades de fallecer en tanto activos e inactivos, 2010

Edad	Total	Lineal				No lineal			
		Probabilidades		Respecto del total		Probabilidades		Respecto del total	
		Activos	Inactivos	Activos	Inactivos	Activos	Inactivos	Activos	Inactivos
x,x+n -1	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(7)	(8)
				Hombres					
12-14	0.001717	0.001717	0.001515	1.0000	0.8822	0.001717	0.001538	1.0000	0.8959
15-19	0.006122	0.006122	0.004536	1.0000	0.7409	0.006122	0.004362	1.0000	0.7125
20-24	0.010904	0.010904	0.007241	1.0000	0.6641	0.010904	0.005628	1.0000	0.5161
25-29	0.013980	0.013980	0.009189	1.0000	0.6573	0.013980	0.005724	1.0000	0.4094
30-34	0.015489	0.015489	0.012694	1.0000	0.8195	0.015489	0.010507	1.0000	0.6784
35-39	0.017201	0.017200	0.017201	0.9999	1.0000	0.017200	0.017201	0.9999	1.0000
40-44	0.020761	0.020708	0.020761	0.9975	1.0000	0.020724	0.020761	0.9982	1.0000
45-49	0.027423	0.027176	0.027423	0.9910	1.0000	0.027331	0.027423	0.9967	1.0000
50-54	0.038425	0.037657	0.038425	0.9800	1.0000	0.037841	0.038425	0.9848	1.0000
55-59	0.055369	0.052662	0.055369	0.9511	1.0000	0.053895	0.055369	0.9734	1.0000
60-64	0.080487	0.074834	0.080487	0.9298	1.0000	0.073860	0.080487	0.9177	1.0000
65-69	0.116768	0.108602	0.116768	0.9301	1.0000	0.107971	0.116768	0.9247	1.0000
70-74	0.167900	0.155145	0.167900	0.9240	1.0000	0.153342	0.167900	0.9133	1.0000
75-79	0.237796	0.215672	0.237796	0.9070	1.0000	0.214794	0.237796	0.9033	1.0000
80-84	0.329437	0.297192	0.329437	0.9021	1.0000	0.279754	0.329437	0.8492	1.0000
85-89	0.446208	0.287173	0.446208	0.6436	1.0000	0.391310	0.446208	0.8770	1.0000

Cuadro 2.36

(Concluye)

Edad $x,x+n$ -1	Total (1)	Lineal: Probabilidades: Activas (2)	Lineal: Probabilidades: Inactivas (3)	Lineal: Respecto del total: Activas (4)	Lineal: Respecto del total: Inactivas (5)	No lineal: Probabilidades: Activas (6)	No lineal: Probabilidades: Inactivas (7)	No lineal: Respecto del total: Activas (7)	No lineal: Respecto del total: Inactivas (8)
				Mujeres					
12-14	0.001027	0.001027	0.000977	1.0000	0.9515	0.001027	0.000990	1.0000	0.9641
15-19	0.002568	0.002568	0.002258	1.0000	0.8796	0.002568	0.002278	1.0000	0.8871
20-24	0.003192	0.003192	0.002823	1.0000	0.8843	0.003192	0.002653	1.0000	0.8310
25-29	0.003529	0.003529	0.003379	1.0000	0.9575	0.003529	0.003241	1.0000	0.9182
30-34	0.004362	0.004362	0.004315	1.0000	0.9894	0.004362	0.004346	1.0000	0.9963
35-39	0.006161	0.006161	0.006085	1.0000	0.9877	0.006161	0.006050	1.0000	0.9820
40-44	0.009315	0.009224	0.009315	0.9903	1.0000	0.009079	0.009315	0.9746	1.0000
45-49	0.014433	0.013807	0.014433	0.9566	1.0000	0.014060	0.014433	0.9741	1.0000
50-54	0.022529	0.020841	0.022529	0.9250	1.0000	0.021011	0.022529	0.9326	1.0000
55-59	0.035194	0.031421	0.035194	0.8928	1.0000	0.031699	0.035194	0.9007	1.0000
60-64	0.054822	0.048096	0.054822	0.8773	1.0000	0.046478	0.054822	0.8478	1.0000
65-69	0.084877	0.073963	0.084877	0.8714	1.0000	0.073491	0.084877	0.8659	1.0000
70-74	0.130064	0.112457	0.130064	0.8646	1.0000	0.106047	0.130064	0.8153	1.0000
75-79	0.196123	0.170710	0.196123	0.8704	1.0000	0.166708	0.196123	0.8500	1.0000
80-84	0.288637	0.250592	0.288637	0.8682	1.0000	0.231341	0.288637	0.8015	1.0000
85-89	0.412432	0.259788	0.412432	0.6299	1.0000	0.340804	0.412432	0.8263	1.0000

Fuente: Cuadro 2.3.

3. El enfoque de estados múltiples

En los resultados obtenidos para México en el capítulo anterior, pudimos ver que el supuesto fundamental del método tradicional para construir tablas de vida activa es aceptable casi exclusivamente en patrones unimodales masculinos,[1] donde la ubicación del máximo en las edades centrales de participación (entre 30 y 40 años) hace que el supuesto tenga sentido: los ingresos solo acontecen antes de la edad modal y los retiros únicamente después.

Al aplicar el enfoque tradicional a la pauta unimodal de la población femenina de México en 2010, debimos aceptar que antes de 40 años ninguna mujer sale a la actividad y después ninguna ingresa, supuesto que contradice la observación empírica, pues en las mujeres es más latente la ocurrencia simultánea de entradas y salidas de la actividad, dados los roles propios de las mujeres en la sociedad, como la maternidad y la crianza de los hijos.[2] Cabe preguntarse entonces por la verosimilitud del enfoque tradicional en patrones bimodales y hasta trimodales. Ejemplos de estas peculiares pautas de participación femenina se muestran en la gráfica 3.1, donde consignamos sociedades que tienen diferentes patrones de inserción de la mujer en la actividad económica. En México 1960, la primera moda se encuentra en el grupo 20–24 años y en Costa Rica 2000 y Estados Unidos 2007 en 25–29 años; en cambio, la segunda moda se ubica en 60–64 años para México y 35-39 en Costa Rica, y hasta 45–49 años en Estados Unidos.

Si construyéramos las tablas de vida activa bajo el enfoque tradicional para esas cuatro pautas bimodales, tendríamos patrones realmente inverosímiles donde se alternarían los ingresos y los retiros al menos dos veces:

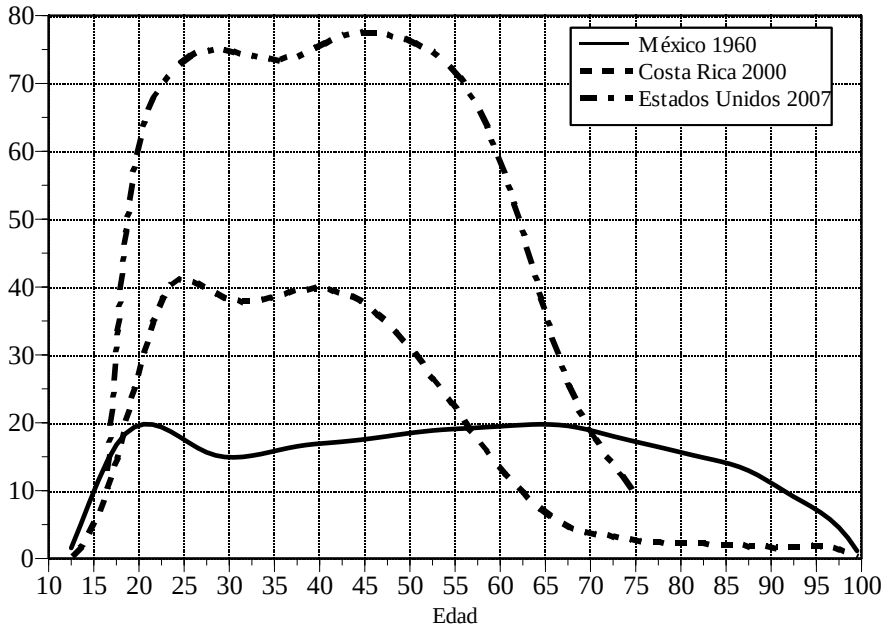
1. En México entradas de 12 hasta 19 años, solo retiros entre 20 y 30 años, nuevamente ingresos de 35 a 64 años y, finalmente, retiros de 65 años hasta el final de la vida activa.

2. Las mujeres de Costa Rica experimentarían solo ingresos hasta 25 años, únicamente retiros en 25–34, solo entradas entre 35 y 40 años, y exclusivamente salidas a partir de 40 años.

[1] Los ingresos y los retiros de la actividad sólo ocurren en intervalos mutuamente excluyentes y exhaustivos del rango de edades de participación.

[2] Con los datos de la ENOE de 2014-2016 encontramos que, de las mujeres que al inicio de un trimestre eran activas y al final eran no activas, 66% especificó que su "inactividad" al final se debía a la maternidad y al cuidado de los hijos.

Grafica 3.1. Patrones bimodales de proporciones de participación femenina para países y años seleccionados



Fuentes. México: Estimaciones propias con base en publicación y muestra de 1.5% del censo de población 1960; Costa Rica: Censo de población de 2000, Instituto Nacional de Estadística y Censos; Estados Unidos: Current Population Survey 2007, Bureau of the Census.

3. En Estados Unidos los accesos ocurrirían de 16 a 29 años, luego retiros en el siguiente quinquenio y otra vez entradas de 35 a 44 años, y solo salidas de 45 a 74 años.

Surge entonces la necesidad de contar con métodos que permitan incorporar la ocurrencia simultánea de ingresos y retiros a lo largo de todo el rango etario de participación, haciendo así más realista la tabla de vida activa para ambos sexos. Ese es el objetivo de este capítulo.[3]

Los algoritmos mostrados descansan en datos provenientes de encuestas de seguimiento sobre la ocupación de las personas. Este tipo de encuestas ha sido de gran utilidad para valorar con precisión los niveles de participación de la población en las actividades económicas y profundizar en la forma como las personas se insertan en los mercados laborales. Estas fuentes de información son de tipo panel, es decir, consisten en dos o más visitas repetidas a las unidades domésticas, de tal suerte que, al cotejar la condición de actividad de cada individuo en dos entrevistas sucesivas, se pueden derivar los ingresos y retiros de la actividad. Esa comparación también permite cuantificar la movilidad de las personas dentro de la

[3]Stuart Garfinkle (1957) desarrolló un ingenioso método para determinar las esperanzas de vida activa femeninas por condición "marital": solteras, casadas y viudas. Sin embargo, la valoración consiste, en su mayoría, en años netos de vida activa.

actividad económica, por ejemplo, del sector formal al informal. A lo largo del capítulo usamos los datos recogidos en la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE) de México.

Dentro del modelo de tablas de vida de estados múltiples, Jacques Ledent (1982) distingue dos enfoques: el de *movimiento*, que se refiere al caso en que se dispone de tasas de eventualidad para un periodo, y el de *transición*, que parte de probabilidades que indican la situación del individuo en dos momentos en el tiempo. En este capítulo utilizamos los datos de la ENOE para ambos enfoques.

Dedicamos el primer acápite a la descripción de la ENOE y al cálculo de tasas de movilidad a partir de la información recabada en esa encuesta, para tres intervalos de observación (trimestral, semestral y anual). En el segundo se presenta la relación general entre las tasas de ingreso y de retiro y las probabilidades de transición, cuya solución supone que la mortalidad no es distinta entre activos e inactivos, y el tercero se refiere al modelo general, esto es, suponiendo que la mortalidad es diferente por condición de actividad. De esta forma se avanza en la complejidad de la construcción de la tabla de vida activa. En el cuarto acápite se analiza el enfoque de probabilidades de transición derivadas de la ENOE para los mismos intervalos de observación (trimestral, semestral y anual) que para las tasas. Después se procede a la construcción de la tabla de vida activa a partir de esas probabilidades. En el último acápite se hace una breve inspección de las diferencias en los resultados de las perspectivas de *movimiento* y *transición*.

3.1 Tasas de movilidad a partir de encuestas de seguimiento

Las encuestas de seguimiento (tipo panel) consisten en dos o más visitas repetidas al mismo hogar, generalmente en intervalos de tiempo de igual longitud cuando el número de visitas son tres o más. La Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE) de México es una encuesta de hogares por muestreo probabilístico bietápico, que consta de cinco visitas a cada unidad doméstica con periodicidad trimestral. Por ejemplo, si la primera de las cinco entrevistas tuvo lugar en mayo de 2005, las siguientes cuatro se llevaron a cabo en agosto y noviembre de ese año y en febrero y mayo de 2006; y el hogar se reemplazó por otro en agosto de 2006. Igual que en los censos de población del país, en la ENOE solo se registra la inserción de la población en la actividad económica a partir de 12 años de edad.

Si para cada uno de los miembros del hogar se compara su situación en dos entrevistas, se pueden asimilar los ingresos a la actividad como los individuos que eran inactivos en una visita y activos en la posterior, y los retiros aquellos que eran activos e inactivos, respectivamente; también se tiene a quienes se encontraban en la misma condición en ambas visitas domiciliarias. Pasemos a ver el cálculo de las tasas de ingreso y retiro.

De manera general, consideremos dos visitas a una vivienda apartadas h años en el tiempo, con $h = 1/4$ si es un trimestre, $h = 1/2$ si es un semestre y $h = 1$ si es un

año. Denotemos por ${}_nO_x^{aa}(t,t+h)$ los activos en el intervalo semiabierto de edades exactas $[x,x+n)$ al inicio del periodo que también eran activos al final, por ${}_nO_x^{ai}(t,t+h)$ los activos que pasaron a ser inactivos y por ${}_nO_x^{a\delta}(t,t+h)$ los que fallecieron durante el periodo h, y por ${}_nO_x^{ia}(t,t+h)$, ${}_nO_x^{ii}(t,t+h)$ y ${}_nO_x^{i\delta}(t,t+h)$ los inactivos en la primera entrevista, que eran activos o inactivos en la segunda visita, o que murieron antes de esta última. Los activos e inactivos totales al inicio del periodo son:

$$\begin{aligned} {}_nO_x^{a\bullet}(t,t+h) &= {}_nO_x^{aa}(t,t+h) + {}_nO_x^{ai}(t,t+h) + {}_nO_x^{a\delta}(t,t+h) \\ {}_nO_x^{i\bullet}(t,t+h) &= {}_nO_x^{ia}(t,t+h) + {}_nO_x^{ii}(t,t+h) + {}_nO_x^{i\delta}(t,t+h) \end{aligned} \tag{3.1}$$

y al final

$$\begin{aligned} {}_nO_x^{\bullet a}(t,t+h) &= {}_nO_x^{aa}(t,t+h) + {}_nO_x^{ia}(t,t+h) \\ {}_nO_x^{\bullet i}(t,t+h) &= {}_nO_x^{ai}(t,t+h) + {}_nO_x^{ii}(t,t+h) \end{aligned} \tag{3.2}$$

Una tasa en demografía se define como el cociente que resulta de dividir los eventos ocurridos en un intervalo de tiempo entre los años-persona vividos por la población expuesta al riesgo durante el mismo intervalo. Si suponemos que al cabo de los h años hay un solo movimiento o ninguno, podemos asimilar ${}_nO_x^{ia}(t,t+h)$ a los ingresos a la actividad (paso de inactivo a activo) y ${}_nO_x^{ai}(t,t+h)$ a los retiros. Cabe hacer una somera discusión sobre este supuesto. Dado que solo hay dos estados —actividad e inactividad— mutuamente excluyentes y exhaustivos, si una persona efectúa un número par de movimientos o ninguno, el resultado es que se encuentra en el mismo estado al cabo de los h años; si es non, el individuo se encuentra en estados opuestos al inicio y al final. Si efectúa un número par de desplazamientos o ninguno y muere, fallece en el estado inicial; si es non, perece en el opuesto. En la realidad, no es plausible que una persona efectúe varios movimientos en un periodo de tiempo breve. Es claro que el número de traslados aumentará conforme alarguemos el intervalo de tiempo. Por ejemplo, es difícil que alguien ingrese y se retire de la actividad en un mes, pues por lo general el puesto de trabajo se ocupa —al menos— por un mes. En cambio, si consideramos un año, una persona desocupada bien puede desistir de buscar empleo durante unos meses y, antes de cumplirse el año, volver a intentarlo.

Las tasas que presentamos aquí se calcularon para periodos intertrimestrales, intersemestrales e interanuales, con el fin de comparar las diferencias en su cuantía entre los tres tipos de intervalo temporal. Adelante, cuando presentamos el enfoque de transición (acápite 3.4), se considera la ocurrencia de movimientos múltiples en cualquier intervalo —al menos al nivel teórico.

El cálculo de los años-persona vividos generalmente se hace mediante modelos de crecimiento, siendo los más comunes el aritmético y el exponencial.[4] Si ${}_nK_x^a(t,t+h)$ son los

[4]Quizás el eventual lector esté más familiarizado con el crecimiento geométrico. Es bien conocida la equivalencia matemática entre los modelos geométrico y exponencial. Aquí preferimos el segundo por consistencia con la definición de tasa en demografía (véase Partida, 2018, capítulo 1).

años-persona vividos en la actividad en el intervalo semiabierto de edades exactas $[x, x+n)$ entre los momentos t y $t+h$, y ${}_nK_x^i(t, t+h)$ los años-persona vividos en la inactividad, de acuerdo con el modelo de crecimiento aritmético, el tiempo vivido es:

$$\begin{aligned} {}_nK_x^a(t, t+h) &= \tfrac{h}{2}\left[{}_nO_x^{a\bullet}(t, t+h) + {}_nO_x^{\bullet a}(t, t+h)\right] \\ {}_nK_x^i(t, t+h) &= \tfrac{h}{2}\left[{}_nO_x^{i\bullet}(t, t+h) + {}_nO_x^{\bullet i}(t, t+h)\right] \end{aligned} \tag{3.3}$$

y bajo el crecimiento exponencial (Partida, 2018, capítulo 1):

$$\begin{aligned} {}_nK_x^a(t, t+h) &= \tfrac{{}_nO_x^{\bullet a}(t,t+h) - {}_nO_x^{a\bullet}(t,t+h)}{{}_nr_x^a(t,t+h)} \quad \text{con} \quad {}_nr_x^a(t, t+h) = \tfrac{1}{h}\ln\left\{\tfrac{{}_nO_x^{\bullet a}(t,t+h)}{{}_nO_x^{a\bullet}(t,t+h)}\right\} \\ {}_nK_x^i(t, t+h) &= \tfrac{{}_nO_x^{\bullet i}(t,t+h) - {}_nO_x^{i\bullet}(t,t+h)}{{}_nr_x^a(t,t+h)} \quad \text{con} \quad {}_nr_x^i(t, t+h) = \tfrac{1}{h}\ln\left\{\tfrac{{}_nO_x^{\bullet i}(t,t+h)}{{}_nO_x^{i\bullet}(t,t+h)}\right\} \end{aligned} \tag{3.4}$$

donde ${}_nr_x^a(t, t+h)$ y ${}_nr_x^i(t, t+h)$ son las tasas de crecimiento de la población económicamente activa e inactiva, respectivamente.[5] En la práctica la diferencia entre ambos modelos es mínima. Incluso para una tasa tan alta de crecimiento como 10%, el tiempo vivido bajo el modelo aritmético es apenas 0.076% mayor que mediante el modelo exponencial, independientemente de la longitud del intervalo de tiempo.[6] Ante esta evidencia, retenemos en nuestros cálculos el modelo artimético.

Las tasas de ingreso y retiro de la actividad son:

$${}_nM_x^{ia}(t, t+h) = \frac{{}_nO_x^{ia}(t, t+h)}{{}_nK_x^i(t, t+h)} \qquad {}_nM_x^{ai}(t, t+h) = \frac{{}_nO_x^{ai}(t, t+h)}{{}_nK_x^a(t, t+h)} \tag{3.5}$$

Con el fin de tener mayor precisión estadística en los patrones etarios de las tasas de ingreso y retiro, tomamos el trienio 2009–2011 de la ENOE. En el acápite siguiente, al suponer la continuidad de la mortalidad, esto es, el mismo riesgo de fallecer para activos e inactivos, podemos omitir las defunciones en (3.1), ya que la presencia de una mortalidad igual no desvirtúa el valor de las tasas, con lo cual la valoración de éstas es la misma si se retira el riesgo de fallecer. En el acápite 3.3 retomamos la mortalidad diferencial.

Los valores de ${}_nO_x^{jk}$ y ${}_nK_x^j$ —donde los sobreíndices j y k indican actividad (a) e inactividad (i) según el caso— para los tres intervalos de tiempo se presentan en los cuadros 3.1 y C.2 y C.3 del anexo, donde hemos omitido las defunciones ${}_nO_x^{a\delta}(t, t+h)$ y ${}_nO_x^{a\delta}(t, t+h)$ en

[5] El eventual lector podrá ver que, al despejar en las ecuaciones en el lado izquierdo de (3.4), se satisface la definición de tasa: el cociente de eventos (crecimiento poblacional) entre tiempo vivido.

[6] El tiempo vivido para el crecimiento aritmético es $\frac{h}{2}\left[P(t) + P(t+h)\right]$ y para el crecimiento exponencial $\frac{h[P(t+h)-P(t)]}{\ln\{P(t+h)/P(t)\}}$ (véase Partida, 2018, capítulo 1), de donde claramente el cociente no depende de h:

$$\frac{\left[P(t) + P(t+h)\right]\ln\left\{P(t+h)/P(t)\right\}}{2\left[P(t+h) - P(t)\right]}$$

(3.1) y, por ende, en (3.3), dado el supuesto de continuidad de la mortalidad. Para ilustrar la forma como se determinaron esas cifras, numeremos de 1 a 13 las visitas sucesivas: de 1 a 4 los cuatro trimestres de 2009, de 5 a 8 los de 2010, de 9 a 12 los de 2011 y como 13 el primero de 2012. Al comparar la situación de las personas en los trimestres 1 y 2 se obtienen los valores de ${}_nO_x^{jk}$ para el primer periodo intertrimestral; con 2 y 3 el segundo y, así sucesivamente, hasta hacerlo con 12 y 13. Tenemos los valores para 12 intervalos intertrimestrales. Las cifras del cuadro 3.1 corresponden a la suma de esos 12 intervalos para cada uno de los efectivos poblacionales ${}_nO_x^{jk}$ por separado. Para el caso intersemestral, las comparaciones se hicieron con los trimestres nones y los resultados se presentan en el cuadro C.2, y para el interanual, con los trimestres 1, 5, 8 y 13 y los montos aparecen en el cuadro C.3.[7]

El efecto de la selección de la longitud del intervalo de tiempo h en las tasas de movilidad es por demás evidente al comparar las dos últimas columnas de los cuadros 3.1, C.2 y C.3; las tasas para los tres intervalos se reproducen en la gráfica 3.2. Seguramente llama la atención que, al trabajar con intervalos trimestrales y semestrales, hay tasas mayores que uno. Este hecho, si bien parece contradictorio, en realidad no lo es, ya que las tasas, si bien tienen un sentido probabilístico, en realidad no son equivalentes a probabilidades. Un ejemplo sencillo nos ayudará a entender por qué una tasa puede ser mayor que uno. Supongamos una persona cuya secuencia en entrevistas trimestrales sucesivas es activo–activo–inactivo–inactivo–activo. En resumen, hizo un retiro y un ingreso; cooperó a los años-persona vividos en la actividad un trimestre (del primero al segundo) y dos mitades (cuando hizo las transiciones), y participó en los años-persona en la inactividad también un trimestre y dos mitades. Así, vivió medio año en la actividad y el otro medio en la inactividad, con lo cual las tasas de retiro y de ingreso son iguales a 2 (1/0.5).

Al respecto, Jan Hoem (1977: 4) apunta que

> estudios que evalúan datos similares para los Estados Unidos (por ejemplo, Hilaski, 1968) sugieren que los resultados de las encuestas de fuerza de trabajo estadounidenses sobrestiman los flujos [...] Presumiblemente, informar mal el estado de la mano de obra será un problema serio para datos de grupos de población con vínculos débiles con el mercado laboral, como quienes tienen trabajos temporales o de jornada reducida [...] Mientras esto apunta la necesidad para gran cuidado en el proceso de recolección de datos, no reduce el valor de nuestros cálculos en términos de proveer una ilustración del nuevo método (de estados múltiples) así como de exponer los problemas inherentes [el paréntesis es mío].

Si bien no negamos que existan imprecisiones en la condición de actividad al ser declarada por un tercero para adolescentes, jóvenes y adultos mayores —presumiblemente quienes mantienen vínculos frágiles con los mercados laborales—, a diferencia de los censos, donde con una o dos preguntas se capta la condición de actividad, en la ENOE hay una batería de preguntas que es difícil que, en conjunto, fuera tal la mala declaración que sesgara de manera

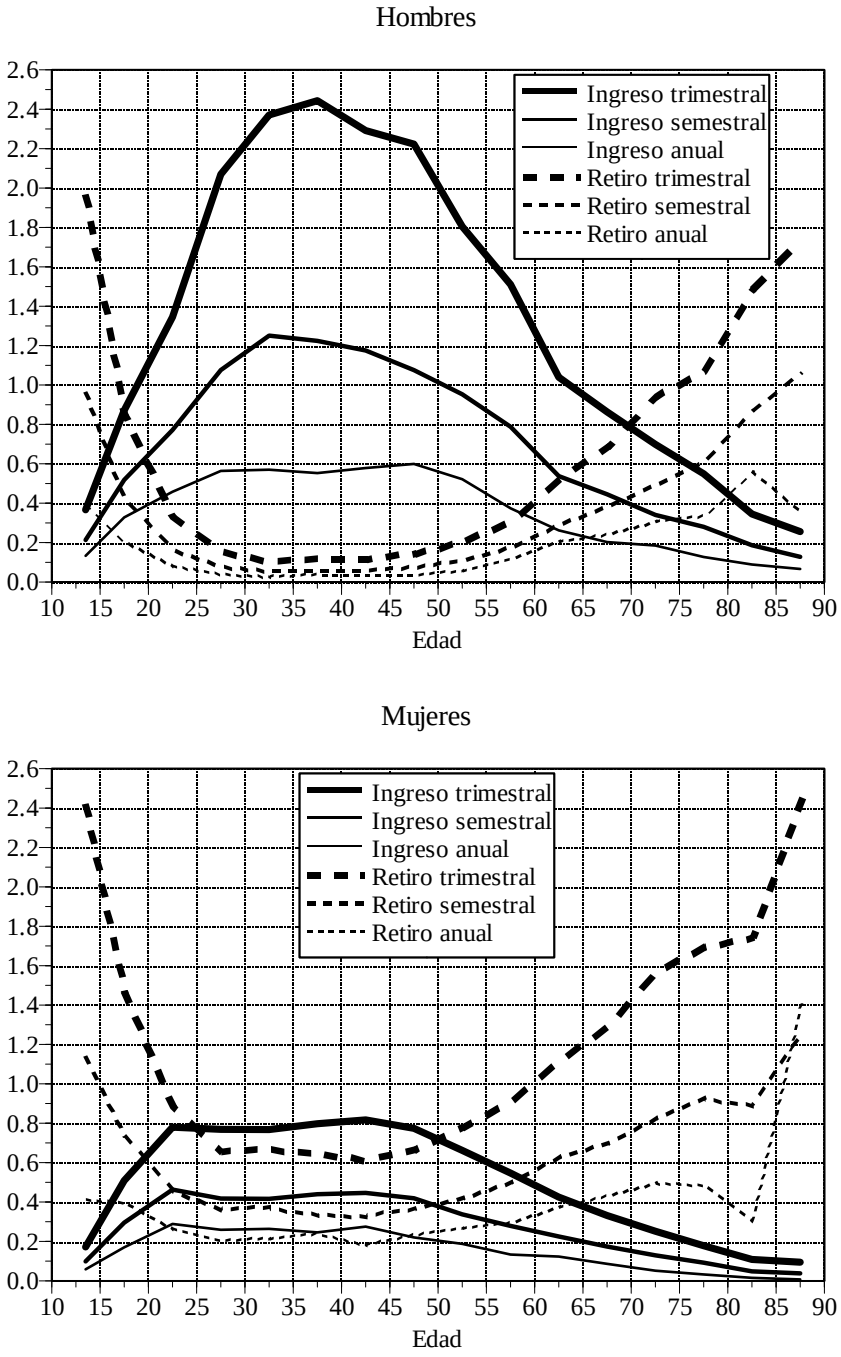
[7] Todas las cifras de la ENOE usadas en este trabajo son ponderadas.

Cuadro 3.1. México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intertrimestral con igual mortalidad)

Grupo de edad	Años-persona vivos		Movimientos		Tasas	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Retiros (3)	Ingresos (4)	Retiro (5)	Ingreso (6)
			Hombres			
12-14	1 055 124	6 649 303	2 081 948	2 435 060	1.973179	0.366213
15-19	5 879 427	6 704 662	5 007 238	5 843 354	0.851654	0.871536
20-24	7 907 176	2 203 162	2 640 716	2 964 314	0.333965	1.345481
25-29	7 893 919	595 801	1 235 467	1 233 118	0.156509	2.069680
30-34	7 716 299	358 268	859 462	849 454	0.111383	2.371005
35-39	7 979 116	361 463	947 296	883 230	0.118722	2.443485
40-44	7 303 925	354 359	851 946	812 222	0.116642	2.292090
45-49	6 311 824	369 791	902 042	821 918	0.142913	2.222659
50-54	5 327 730	526 068	1 091 223	949 460	0.204820	1.804824
55-59	3 908 914	724 715	1 192 974	1 094 654	0.305193	1.510462
60-64	2 575 119	1 132 401	1 350 177	1 177 156	0.524316	1.039523
65-69	1 593 418	1 169 513	1 086 838	1 009 767	0.682079	0.863408
70-74	1 001 681	1 183 958	943 016	827 040	0.941433	0.698538
75-79	574 817	1 027 565	616 223	564 338	1.072033	0.549200
80-84	189 708	676 961	282 058	233 546	1.486801	0.344992
85-89	67 396	388 581	117 096	99 437	1.737429	0.255898
			Mujeres			
12-14	432 062	7 023 843	1 046 968	1 206 133	2.423191	0.171720
15-19	2 854 459	9 419 677	4 203 570	4 795 363	1.472633	0.509079
20-24	4 837 001	5 766 756	4 292 839	4 495 580	0.887500	0.779568
25-29	5 081 650	4 413 059	3 351 354	3 394 010	0.659501	0.769083
30-34	5 006 708	4 450 244	3 370 570	3 415 572	0.673211	0.767502
35-39	5 312 719	4 352 400	3 462 950	3 469 870	0.651823	0.797231
40-44	5 045 960	3 788 391	3 127 078	3 094 386	0.619719	0.816807
45-49	4 173 132	3 580 113	2 781 779	2 770 407	0.666593	0.773832
50-54	3 266 833	3 605 185	2 545 356	2 386 982	0.779151	0.662097
55-59	2 058 559	3 139 796	1 872 428	1 716 341	0.909582	0.546641
60-64	1 205 596	2 958 078	1 350 412	1 257 153	1.120120	0.424990
65-69	692 574	2 483 716	890 337	823 052	1.285548	0.331379
70-74	386 886	2 156 340	607 160	542 185	1.569351	0.251438
75-79	191 179	1 603 789	324 248	285 889	1.696043	0.178258
80-84	72 854	1 012 631	126 715	110 142	1.739309	0.108768
85-89	27 373	622 452	67 158	58 790	2.453440	0.094449

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.1.

Gráfica 3.2. México: Tasas de ingreso y retiro de la actividad por frecuencia de la entrevista, edad y sexo, 2009-2011



Fuente: Cuadros 3.1, C.2 y C.3.

significativa los verdaderos niveles de ingreso y retiro de la actividad. En este trabajo nos hemos ceñido a la definición de PEA en la ENOE, es decir, cualquier persona que en el periodo de referencia (la semana previa para ocupados y el mes anterior para desocupados) trabajo (o buscó ocuparse) al menos una hora, independientemente de la situación laboral.

En el cuadro C.4 se presenta la proporción que guardan las tasas según el valor de h y vemos que es inversa a la duración de los intervalos, esto es, las tasas intertrimestrales son bastante mayores que las intersemestrales y éstas significativamente más altas que las interanuales. Es claro, entonces, que conforme se alarga el intervalo entre entrevistas sucesivas se omiten movimientos múltiples y la suposición de un solo movimiento o ninguno en el periodo entre visitas domiciliarias es más impreciso. Con base en esto, retenemos las tasas para periodos trimestrales en los dos acápites siguientes.

Al trabajar con datos para un periodo específico de tiempo (2009–2011) desaparece el supuesto de estabilidad en la inserción en la actividad económica, presente en el enfoque tradicional que mencionamos al final del acápite 2.5, pero prevalece el de traslación, como veremos adelante.

3.2 Tabla de vida activa con mortalidad igual

3.2.1 Relación entre tasas y probabilidades

Retomemos las tasas instantáneas de mortalidad ($\mu(x)$), de ingreso a la actividad ($\mu^{ai}(x)$) y de retiro ($\mu^{ai}(x)$) a la edad exacta x, definidas en el apartado 2.4.2 del capítulo anterior; consideremos además un pequeño intervalo de tiempo —digamos $\Delta y > 0$— y la probabilidad de transición ${}_{y+\Delta y}p_x^{ai}$. El evento de que un individuo esté en la actividad a la edad x y en la inactividad a la edad $x + y + \Delta y$ podemos descomponerlo en cuatro subeventos de acuerdo a su situación a la edad $x + y$ y los movimientos entre las edades $x + y$ y $x + y + \Delta y$ (Hoem y Fong, 1976: 63):

i) Un activo a la edad $x + y$ pasa a ser inactivo, cuya probabilidad es:

$$ {}_yp_x^{aa}\mu^{ai}(x+y)\,\Delta y $$

pues por (2.34) $\mu^{ai}(x+y)\,\Delta y$ es la probabilidad de salir de la actividad en el intervalo Δy.[8]

ii) Un inactivo a la edad $x + y$ permanece inactivo, cuya probablidad es:

$$ {}_yp_x^{ai}\left(1-\mu^{ia}(x+y)\,\Delta y\right) $$

donde por (2.9) $1 - \mu^{ia}(x+y)\,\Delta y$ es la probabilidad de no ingresar a la actividad en el intervalo Δy.

[8] Al multiplicar la tasa por un intervalo de tiempo z la desanualizamos, y la temporalidad del producto $z\,{}_nm_x^{ai}$ es de z años.

iii) Un inactivo a la edad $x+y$ fallece, cuya probabilidad es:

$$ {}_{y}p_{x}^{ai}\,\mu(x+y)\,\Delta y $$

donde incorporamos la continuidad de la mortalidad en la participación en la actividad.

iv) Activo o inactivo a la edad $x+y$ experimenta dos o más cambios dentro del intervalo Δy, incluida la posibilidad de terminar en el estado de muerte, cuya probabilidad es:

$$ \phi(\Delta y) \qquad \text{con} \qquad \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\phi(\Delta y)}{\Delta y} = 0 $$

donde el límite es igual a cero, porque en un infinitésimo de tiempo (cuando Δy se acerca o tiende a cero) es imposible que una persona pueda efectuar más de un movimiento.

Estos cuatro subeventos son mutuamente excluyentes y exhaustivos del evento global actividad a la edad x e inactividad a la edad $x+y+\Delta y$, con lo cual la probabilidad buscada es la suma de las cuatro probabilidades respectivas:[9]

$$ {}_{y+\Delta y}p_{x}^{ai} = {}_{y}p_{x}^{aa}\mu^{ai}(x+y)\,\Delta y + {}_{y}p_{x}^{ai}\,\left[1-\mu^{ia}(x+y)\,\Delta y - \mu(x+y)\,\Delta y\right] + \phi(\Delta y) $$

o bien

$$ {}_{y+\Delta y}p_{x}^{ai} - {}_{y}p_{x}^{ai} = {}_{y}p_{x}^{aa}\mu^{ai}(x+y)\,\Delta y - {}_{y}p_{x}^{ai}\,\left[\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right]\Delta y + \phi(\Delta y) $$

y al dividir ambos lados entre Δy:

$$ \frac{{}_{y+\Delta y}p_{x}^{ai} - {}_{y}p_{x}^{ai}}{\Delta y} = {}_{y}p_{x}^{aa}\mu^{ai}(x+y) - {}_{y}p_{x}^{ai}\,\left[\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right] + \frac{\phi(\Delta y)}{\Delta y} $$

Dada la continuidad de la mortalidad en la participación, por (2.11) tenemos que ${}_{y}p_{x}^{aa} = {}_{y}p_{x} - {}_{y}p_{x}^{ai}$, y al sustituir:

$$ \frac{{}_{y+\Delta y}p_{x}^{ai} - {}_{y}p_{x}^{ai}}{\Delta y} = {}_{y}p_{x}\mu^{ai}(x+y) - {}_{y}p_{x}^{ai}\left(\mu^{ai}(x+y)+\mu^{ia}(x+y)+\mu(x+y)\right) + \frac{\phi(\Delta y)}{\Delta y} $$

de donde, al tomar el límite cuando Δy tiende a cero, se tiene la ecuación diferencial de Kolmogorov (Namboodiri, 1991: 138):

$$ \frac{\partial}{\partial y}\,{}_{y+\Delta y}p_{x}^{ai} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{{}_{y+\Delta y}p_{x}^{ai} - {}_{y}p_{x}^{ai}}{\Delta y} = {}_{y}p_{x}\mu^{ai}(x+y) - {}_{y}p_{x}^{ai}\,\left(\gamma(x+y)+\mu(x+y)\right) $$

[9] Realmente se resta la de fallecer, porque las defunciones reducen el efectivo de la cohorte al cabo del periodo Δy.

con

$$\gamma(x+y) = \mu^{ai}(x+y) + \mu^{ia}(x+y) \tag{3.6}$$

La solución a esta ecuación diferencial es (Hoem y Fong, 1976: 64):

$$_{n}p_x^{ai} = \int_0^n {}_{y}p_x \mu^{ai}(x+y)\, e^{-\int_y^n [\gamma(x+u)+\mu(x+u)]\, du} dy$$

pero por (2.33):

$$e^{-\int_y^n \mu(x+u)\, du} = \frac{\ell_{x+n}}{\ell_{x+y}} = \frac{\ell_{x+n}/\ell_x}{\ell_{x+y}/\ell_x} = \frac{_{n}p_x}{_{y}p_x}$$

entonces,

$$_{n}p_x^{ai} = {}_{n}p_x \int_0^n \mu^{ai}(x+y)\, e^{-\int_y^n \gamma(x+u)\, du} dy$$

o bien, dada la continuidad de la mortalidad en la participación en la actividad, por (2.10):

$$_{n}\hat{p}_x^{ai} = \frac{_{n}p_x^{ai}}{_{n}p_x} = \int_0^n \mu^{ai}(x+y)\, e^{-\int_y^n \gamma(x+u)\, du} dy$$

Si suponemos que las tasas instantáneas de ingreso y de retiro permanecen constantes a lo largo del intervalo de n años:

$$\mu^{ai}(x+y) = {}_{n}m_x^{ai} \quad \text{y} \quad \mu^{ia}(x+y) = {}_{n}m_x^{ia} \qquad \text{para} \quad 0 \le y \le n$$

entonces,

$$_{n}\hat{p}_x^{ai} = {}_{n}m_x^{ai} \int_0^n e^{-(n-y)\, {}_{n}\gamma_x} dy = {}_{n}m_x^{ai}\, e^{-n\, {}_{n}\gamma_x} \int_0^n e^{y\, {}_{n}\gamma_x} dy = {}_{n}m_x^{ai}\, e^{-n\, {}_{n}\gamma_x}\, \frac{e^{n\, {}_{n}\gamma_x} - 1}{_{n}\gamma_x}$$

con:

$$_{n}\gamma_x = {}_{n}m_x^{ai} + {}_{n}m_x^{ia} \tag{3.6'}$$

y finalmente,

$$_{n}\hat{p}_x^{ai} = {}_{n}m_x^{ai}\, \frac{1 - e^{-n\, {}_{n}\gamma_x}}{_{n}\gamma_x} \tag{3.7}$$

Siguiendo pasos análogos tenemos que:

$$_{n}\hat{p}_x^{ia} = {}_{n}m_x^{ia}\, \frac{1 - e^{-n\, {}_{n}\gamma_x}}{_{n}\gamma_x} \tag{3.8}$$

Similar al censo de población, la edad en los trimestres de la ENOE es una variable categórica porque estamos trabajando con información transversal (no más de un año entre la primera y la última visita a la vivienda), con lo cual nuevamente echamos mano del supuesto de traslación, es decir, suponer que la edad es una variable continua entre las edades exactas x y $x+n$ al transformar las tasas de cambio (en transversal) en probabilidades de transición (en longitudinal) en (3.7) y (3.8).

Las probabilidades de transición se presentan en el cuadro 3.2. Por ejemplo, para las mujeres del grupo 40–44 años, de acuerdo con las tasas del cuadro 3.1:

$$ {}_5\gamma_{40} = {}_5m_{40}^{ai} + {}_5m_{40}^{ia} = 0.619719 + 0.816807 = 1.436527 $$

de donde,

$$ \frac{1-e^{-5\,{}_5\gamma_{40}}}{{}_5\gamma_{40}} = \frac{1-e^{-5\times 1.436527}}{1.436527} = 0.695595 $$

por (3.7):

$$ {}_5\widehat{p}_{40}^{ai} = {}_5m_{40}^{ai}\frac{1-e^{-5\,{}_5\gamma_{40}}}{{}_5\gamma_{40}} = 0.619719 \times 0.695595 = 0.431073 $$

y por (3.8):

$$ {}_5\widehat{p}_{40}^{ia} = {}_5m_{40}^{ia}\frac{1-e^{-5\,{}_5\gamma_{40}}}{{}_5\gamma_{40}} = 0.816807 \times 0.695595 = 0.568167 $$

Cabe aclarar una inconsistencia conceptual para el último grupo quinquenal de edades, esto es, 85–89 años. Dado que, a lo largo de este trabajo, suponemos que la participación en la actividad económica cesa por completo al cumplir 90 años de edad, al obtener las probabilidades de transición y supervivencia con (3.7) y (3.8), ${}_5p_{85}^{aa}$ y ${}_5p_{85}^{ia}$ van a ser distintas de —realmente mayores que— cero, con lo cual ℓ_{90}^{a} no va a ser igual a cero.

Podemos suponer que las tasas de ingreso son nulas (${}_5m_{85}^{ia} = 0$), lo cual es hasta cierto punto compatible con sus valores en el cuadro 3.1, y proceder, solo para ese intervalo etario, con el método tradicional.[10]

[10] Nótese que, al hacer ${}_5m_{85}^{ia} = 0$ y reemplazar en (3.7):

$$ {}_5\hat{p}_{85}^{ai} = 1 - e^{-5\,{}_5m_{85}^{ai}} = 1 - {}_5\hat{p}_{85}^{aa} $$

porque ${}_5\gamma_{85} = {}_5m_{85}^{ai} + {}_5m_{85}^{ia} = {}_5m_{85}^{ai} + 0 = {}_5m_{85}^{ai}$ y ${}_5\hat{p}_{85}^{aa} = e^{-5\,{}_5m_{85}^{ai}}$ al tomar exponencial en ambos lados de (2.37).

Cuadro 3.2. México: Probabilidades de transición, 2009-2011

(Método de las tasas con igual mortalidad)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activo a:		Inactivo a:			Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)
					Hombres				
12-14	0.157297	0.842703	0.156402	0.843598	0.998283	0.157027	0.841256	0.156133	0.842150
15-19	0.505858	0.494142	0.505677	0.494323	0.993878	0.502761	0.491116	0.502581	0.491296
20-24	0.801191	0.198809	0.800965	0.199035	0.989096	0.792455	0.196641	0.792232	0.196864
25-29	0.929698	0.070302	0.929683	0.070317	0.986020	0.916701	0.069320	0.916686	0.069334
30-34	0.955131	0.044869	0.955127	0.044873	0.984511	0.940337	0.044174	0.940333	0.044178
35-39	0.953664	0.046336	0.953662	0.046338	0.982799	0.937260	0.045539	0.937257	0.045541
40-44	0.951576	0.048424	0.951570	0.048430	0.979239	0.931820	0.047419	0.931814	0.047425
45-49	0.939587	0.060413	0.939579	0.060421	0.972577	0.913821	0.058757	0.913814	0.058764
50-54	0.898086	0.101914	0.898043	0.101957	0.961575	0.863577	0.097998	0.863536	0.098040
55-59	0.831929	0.168071	0.831815	0.168185	0.944631	0.785866	0.158765	0.785758	0.158872
60-64	0.664860	0.335140	0.664458	0.335542	0.919513	0.611347	0.308166	0.610978	0.308536
65-69	0.558858	0.441142	0.558418	0.441582	0.883232	0.493601	0.389630	0.493212	0.390019
70-74	0.426103	0.573897	0.425828	0.574172	0.832100	0.354561	0.477540	0.354332	0.477769
75-79	0.338954	0.661046	0.338652	0.661348	0.762204	0.258352	0.503852	0.258122	0.504082
80-84	0.188421	0.811579	0.188316	0.811684	0.670563	0.126348	0.544214	0.126278	0.544285
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.553792	0.000000	0.553792	0.000000	0.553792

Cuadro 3.2
(Concluye)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Al estado puro: Activa a: Activa (1)	Al estado puro: Activa a: Inactiva (2)	Al estado puro: Inactiva a: Activa (3)	Al estado puro: Inactiva a: Inactiva (4)	Super-vivencia (5)	Con mortalidad: Activa a: Activa (6)	Con mortalidad: Activa a: Inactiva (7)	Con mortalidad: Inactiva a: Activa (8)	Con mortalidad: Inactiva a: Inactiva (9)
				Mujeres					
12-14	0.066564	0.933436	0.066148	0.933852	0.998973	0.066496	0.932478	0.066080	0.932893
15-19	0.256926	0.743074	0.256876	0.743124	0.997432	0.256266	0.741166	0.256216	0.741216
20-24	0.467756	0.532244	0.467516	0.532484	0.996808	0.466263	0.530545	0.466024	0.530784
25-29	0.538718	0.461282	0.537928	0.462072	0.996471	0.536817	0.459654	0.536029	0.460441
30-34	0.533071	0.466929	0.532328	0.467672	0.995638	0.530746	0.464892	0.530006	0.465633
35-39	0.550495	0.449505	0.549781	0.450219	0.993839	0.547103	0.446736	0.546394	0.447445
40-44	0.568927	0.431073	0.568167	0.431833	0.990685	0.563627	0.427058	0.562875	0.427811
45-49	0.537570	0.462430	0.536825	0.463175	0.985567	0.529811	0.455756	0.529077	0.456490
50-54	0.459793	0.540207	0.459051	0.540949	0.977471	0.449434	0.528037	0.448709	0.528762
55-59	0.375813	0.624187	0.375124	0.624876	0.964806	0.362586	0.602220	0.361922	0.602884
60-64	0.275375	0.724625	0.274933	0.725067	0.945178	0.260278	0.684900	0.259861	0.685317
65-69	0.205189	0.794811	0.204881	0.795119	0.915123	0.187773	0.727350	0.187491	0.727632
70-74	0.138189	0.861811	0.138077	0.861923	0.869936	0.120215	0.749720	0.120118	0.749817
75-79	0.095184	0.904816	0.095099	0.904901	0.803877	0.076516	0.727361	0.076447	0.727429
80-84	0.058946	0.941054	0.058849	0.941151	0.711363	0.041932	0.669431	0.041863	0.669500
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.587568	0.000000	0.587568	0.000000	0.587568

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.1 y B.1.

3.2.2 Años-persona vividos

Sean para la cohorte de la tabla de vida activa:

$\ell^{aa}_{x,x+n}$ los activos a la edad x que sobreviven en la actividad a la edad $x+n$,

$\ell^{ai}_{x,x+n}$ los activos a la edad x que sobreviven en la inactividad a la edad $x+n$,

$\ell^{ia}_{x,x+n}$ los inactivos a la edad x que sobreviven en la actividad a la edad $x+n$,

$\ell^{ii}_{x,x+n}$ los inactivos a la edad x que sobreviven en la inactividad a la edad $x+n$.

cuyos valores están dados por:

$$\begin{aligned} \ell^{aa}_{x,x+n} &= \ell^{a}_{x}\, {}_np^{aa}_x \qquad & \ell^{ai}_{x,x+n} &= \ell^{a}_{x}\, {}_np^{ai}_x \\ \ell^{ia}_{x,x+n} &= \ell^{i}_{x}\, {}_np^{ia}_x \qquad & \ell^{ii}_{x,x+n} &= \ell^{i}_{x}\, {}_np^{ii}_x \end{aligned} \tag{3.9}$$

Debido a que una persona no puede ser activa e inactiva al mismo tiempo (a la edad exacta x o cuando $n=0$):

$$\ell^{aa}_{x,x} = \ell^{a}_{x} \qquad \ell^{ai}_{x,x} = 0 \qquad \ell^{ia}_{x,x} = 0 \qquad \ell^{ii}_{x,x} = \ell^{i}_{x}$$

Si recordamos nuestras definiciones para los años-persona vividos al inicio del acápite 2.4 y aplicamos el principio de la ecuación compensadora, tenemos que los activos a la edad $x+n$ son los activos a la edad x, más los ingresos a la actividad, menos los retiros y menos las defunciones; es decir, si suponemos la continuidad de la mortalidad:

$$\ell^{aa}_{x,x+n} = \ell^{aa}_{x,x} + {}_nL^{ai}_x\, {}_nm^{ia}_x - {}_nL^{aa}_x\, {}_nm^{ai}_x - {}_nL^{aa}_x\, {}_nm_x = \ell^{a}_{x} + {}_nL^{ai}_x\, {}_nm^{ia}_x - {}_nL^{aa}_x \left({}_nm^{ai}_x + {}_nm_x\right) \tag{3.9'}$$

incorporando (2.20) $[{}_nL^{aa}_x = {}_nL_x\, \alpha_x - {}_nL^{ai}_x]$ que no depende del método tradicional:

$$\ell^{a}_{x}\left({}_np^{aa}_x - 1\right) = {}_nL^{ai}_x \left({}_nm^{ia}_x + {}_nm^{ai}_x + {}_nm_x\right) - {}_nL_x\, \alpha_x \left({}_nm^{ai}_x + {}_nm_x\right)$$

y como por (2.23) y (2.2):

$${}_nL_x\, \alpha_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nm_x}\, \alpha_x = \ell_x\, \frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\, \alpha_x = \ell^{a}_{x}\, \frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}$$

por (2.8) y (2.11):

$${}_nL^{ai}_x = \ell^{a}_{x}\, \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\, {}_nm^{ai}_x + {}_nq_x - 1 + {}_np^{aa}_x}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} = \ell^{a}_{x}\, \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\, {}_nm^{ai}_x - {}_np_x + {}_np^{aa}_x}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} = \ell^{a}_{x}\, \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\, {}_nm^{ai}_x - {}_np^{ai}_x}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x}$$

Si usamos (2.20):

$$
\begin{aligned}
{}_nL_x^{aa} &= {}_nL_x\,\alpha_x - {}_nL_x^{ai} = \ell_x^a\,\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x} - \ell_x^a\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,{}_nm_x^{ai} - {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} \\
&= \ell_x^a\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,({}_n\gamma_x + {}_nm_x - {}_nm_x^{ai}) + {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} = \ell_x^a\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,({}_nm_x^{ia} + {}_nm_x) + {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x}
\end{aligned}
$$

Si se siguen pasos análogos para los inactivos a la edad x se tiene la generalización de (2.47):

$$
\begin{aligned}
{}_nL_x^{aa} &= \ell_x^a\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,({}_nm_x^{ia} + {}_nm_x) + {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} & {}_nL_x^{ai} &= \ell_x^a\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,{}_nm_x^{ai} - {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} \\
{}_nL_x^{ia} &= \ell_x^i\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,{}_nm_x^{ia} - {}_np_x^{ia}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} & {}_nL_x^{ii} &= \ell_x^i\,\frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,({}_nm_x^{ai} + {}_nm_x) + {}_np_x^{ia}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x}
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

Y por nuestras definiciones de las esperanzas de vida activa parcial en (2.52), al incorporar (3.10) se tiene:

$$
\begin{aligned}
{}_ne_x^{aa} &= \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,({}_nm_x^{ia} + {}_nm_x) + {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} & {}_ne_x^{ai} &= \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,{}_nm_x^{ai} - {}_np_x^{ai}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} \\
{}_ne_x^{ia} &= \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,{}_nm_x^{ia} - {}_np_x^{ia}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x} & {}_ne_x^{ii} &= \frac{\frac{{}_nq_x}{{}_nm_x}\,({}_nm_x^{ai} + {}_nm_x) + {}_np_x^{ia}}{{}_n\gamma_x + {}_nm_x}
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

y con (2.44) obtenemos las esperanzas de vida activa total (e_x^{aa}, e_x^{ai}, e_x^{ia} y e_x^{ii}).

En los cuadros 3.3 a 3.6 se presentan las distintas funciones biométricas de la tabla de vida activa para nuestros datos de México de 2009–2011, donde usamos la misma tabla de mortalidad (cuadro B.1) que en los dos capítulos anteriores. En nuestro ejemplo de las mujeres de 40 a 44 años de edad, con base en las probabilidades de transición del cuadro 3.2, las supervivientes de 45 años son, de acuerdo con (2.12):

$$
\ell_{45}^a = \ell_{40}^a\,{}_5p_{40}^{aa} + \ell_{40}^i\,{}_5p_{40}^{ia} = 530\,278 \times 0.563627 + 433\,581 \times 0.562875 = 542\,931
$$

y

$$
\ell_{45}^i = \ell_{40}^a\,{}_5p_{40}^{ai} + \ell_{40}^i\,{}_5p_{40}^{ii} = 530\,278 \times 0.427058 + 433\,581 \times 0.427811 = 411\,950
$$

En la gráfica 3.3 se muestra el patrón por edad de los supervivientes. Las pautas etarias son similares a aquellas del método tradicional (gráfica 2.1), apenas notoria la variación de 30 a 50 años de edad bajo el modelo de estados múltiples en las mujeres.

Los años-persona vividos en el intervalo quinquenal por (3.10):

Cuadro 3.3. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2009-2011
(Método de las tasas con igual mortalidad)

Edad	Hombres			Mujeres		
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 028	153 122	825 906	983 189	65 036	918 153
20	973 034	492 069	480 965	980 664	251 912	728 752
25	962 424	770 978	191 446	977 534	457 073	520 461
30	948 970	882 252	66 718	974 084	524 347	449 737
35	934 271	892 351	41 920	969 835	516 658	453 177
40	918 201	875 655	42 546	963 859	530 278	433 581
45	899 139	855 598	43 541	954 881	542 931	411 950
50	874 483	821 652	52 831	941 099	505 604	435 495
55	840 882	755 182	85 700	919 897	422 646	497 251
60	794 323	660 811	133 512	887 522	333 212	554 310
65	730 391	485 558	244 833	838 866	230 771	608 095
70	645 105	360 427	284 678	767 666	157 345	610 321
75	536 792	228 664	308 128	667 820	92 226	575 594
80	409 145	138 610	270 535	536 845	51 059	485 786
85	274 358	51 676	222 682	381 891	22 477	359 414
90	151 937	0	151 937	224 387	0	224 387

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.2 y B.1.

$$
{}_5L_{40}^{aa} = \ell_{40}^{a}\,\frac{\frac{{}_5q_{40}}{{}_5m_{40}}\,({}_5m_{40}^{ia}+{}_5m_{40})+{}_5p_{40}^{ai}}{{}_5\gamma_{40}+{}_5m_{40}} = 530\,278 \times \frac{\frac{0.009315}{0.001871}\,(0.816807+0.001871)+0.427058}{1.436527+0.001871} = 1\,659\,947
$$

$$
{}_5L_{40}^{ai} = \ell_{40}^{a}\,\frac{\frac{{}_5q_{40}}{{}_5m_{40}}\,{}_5m_{40}^{ai}-{}_5p_{40}^{ai}}{{}_5\gamma_{40}+{}_5m_{40}} = 530\,278 \times \frac{\frac{0.009315}{0.001871}\times 0.619719-0.427058}{1.436527+0.001871} = 979\,922
$$

$$
{}_5L_{40}^{ia} = \ell_{40}^{i}\,\frac{\frac{{}_5q_{40}}{{}_5m_{40}}\,{}_5m_{40}^{ia}-{}_5p_{40}^{ia}}{{}_5\gamma_{40}+{}_5m_{40}} = 433\,581 \times \frac{\frac{0.009315}{0.001871}\times 0.816807-0.562875}{1.436527+0.001871} = 1\,056\,047
$$

$$
{}_5L_{40}^{ii} = \ell_{40}^{i}\,\frac{\frac{{}_5q_{40}}{{}_5m_{40}}\,({}_5m_{40}^{ai}+{}_5m_{40})+{}_5p_{40}^{ia}}{{}_5\gamma_{40}+{}_5m_{40}} = 433\,581 \times \frac{\frac{0.009315}{0.001871}\,(0.619719+0.001871)+0.562875}{1.436527+0.001871} = 1\,102\,439
$$

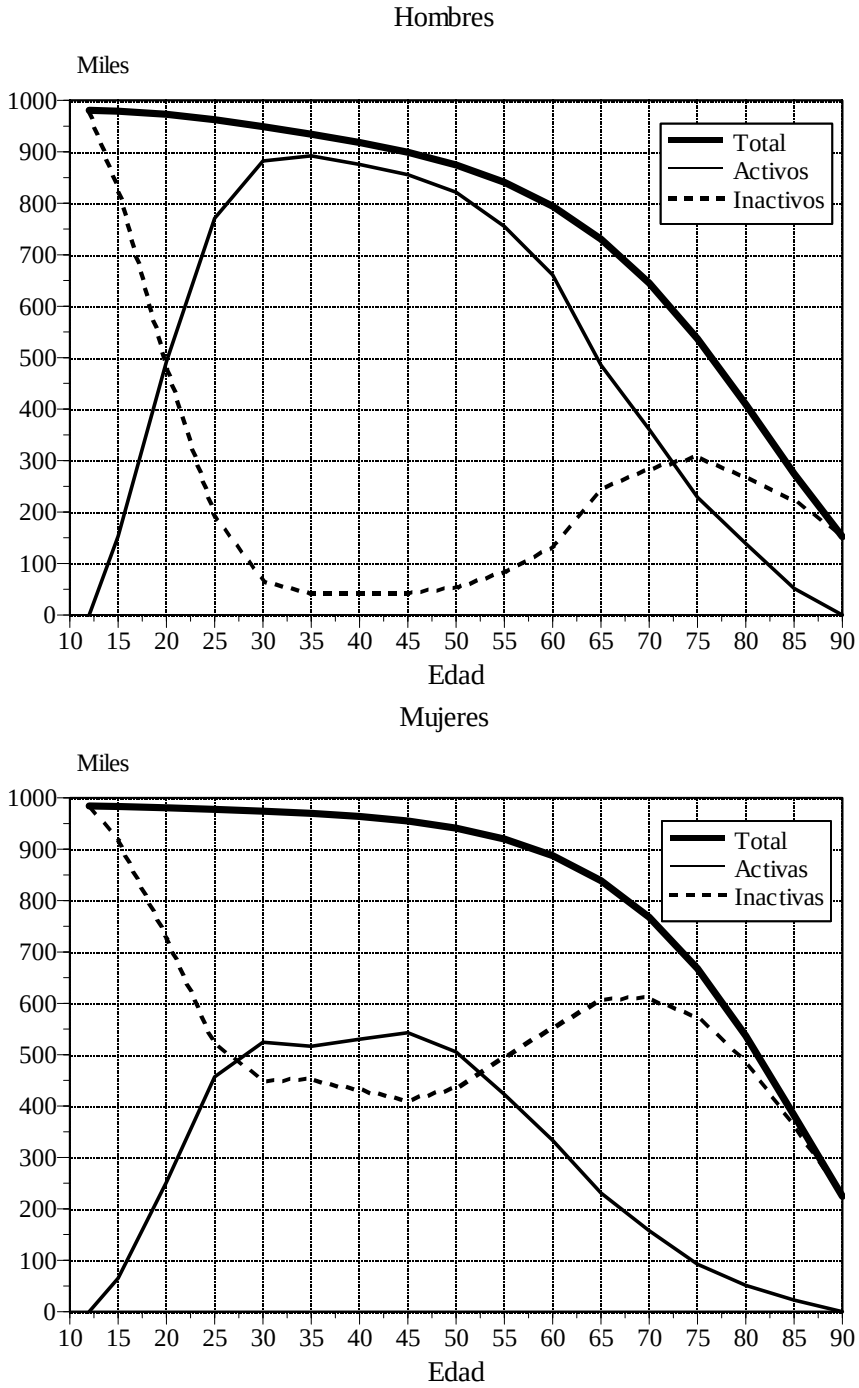
las esperanzas de vida parcial:

$$
{}_5e_{40}^{aa} = \frac{{}_5L_{40}^{aa}}{\ell_{40}^{a}} = \frac{1\,659\,947}{530\,278} = 3.1303 \qquad {}_5e_{40}^{ai} = \frac{{}_5L_{40}^{ai}}{\ell_{40}^{a}} = \frac{979\,922}{530\,278} = 1.8479
$$

$$
{}_5e_{40}^{ia} = \frac{{}_5L_{40}^{ia}}{\ell_{40}^{i}} = \frac{1\,056\,047}{433\,581} = 2.4356 \qquad {}_5e_{40}^{ii} = \frac{{}_5L_{40}^{ii}}{\ell_{40}^{i}} = \frac{1\,102\,439}{433\,581} = 2.5426
$$

y finalmente, por (2.44) las esperanzas de vida a los 40 años:

Gráfica 3.3. México: Supervivientes en la tabla de vida activa por edad y sexo, 2009-2011



Fuente: Cuadro 3.6.

Cuadro 3.4. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2009-2011

(Método de las tasas con igual mortalidad)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 808	0	0	0	394 653	2 545 155	2 939 808	394 653	2 545 155
15-19	4 882 056	430 065	333499	763 564	1 840 812	2 277 680	4 118 492	2 270 877	2 611 179
20-24	4 840 249	2 019 173	428569	2 447 742	1 687 663	704 844	2 392 507	3 706 836	1 133 413
25-29	4 779 194	3 583 673	244841	3 828 514	803 995	146 685	950 680	4 387 668	391 526
30-34	4 708 486	4 196 967	180486	4 377 453	290 542	40 491	331 033	4 487 509	220 977
35-39	4 631 961	4 235 248	188 880	4 424 128	182621	25 212	207 833	4 417 869	214 092
40-44	4 545 005	4 142 087	192 319	4 334 406	183622	26 977	210 599	4 325 709	219 296
45-49	4 436 896	3 988 768	233 270	4 222 038	184624	30 234	214 858	4 173 392	263 504
50-54	4 292 726	3 663 816	369 570	4 033 386	209392	49 948	259 340	3 873 208	419 518
55-59	4 094 023	3 128 216	548 558	3 676 774	308096	109 153	417 249	3 436 312	657 711
60-64	3 819 522	2 252 301	925 225	3 177 526	370622	271 374	641 996	2 622 923	1 196 599
65-69	3 447 704	1 416 881	875 124	2 292 005	558573	597 126	1 155 699	1 975 454	1 472 250
70-74	2 963 407	828 617	827 070	1 655 687	484707	823 013	1 307 720	1 313 324	1 650 083
75-79	2 370 264	432 282	577 409	1 009 691	398601	961 972	1 360 573	830 883	1 539 381
80-84	1 707 080	167 795	410 529	578 324	185921	942 835	1 128 756	353 716	1 353 364
85-89	1 055 438	27 881	170 913	198 794	0	856 644	856 644	27 881	1 027 557
90 o más	727 862	0	0	0	0	727 862	727 862	0	727 862

Cuadro 3.4

(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 159	0	0	0	170 209	2 780 950	2 951 159	170 209	2 780 950
15-19	4 909 979	107 814	216972	324 786	1 058 901	3 526 292	4 585 193	1 166 715	3 743 264
20-24	4 895 605	668 476	589102	1 257 578	1 496 950	2 141 077	3 638 027	2 165 426	2 730 179
25-29	4 879 237	1 375 725	905697	2 281 422	1 202 661	1 395 154	2 597 815	2 578 386	2 300 851
30-34	4 860 280	1 563 589	1052688	2 616 277	1 029 361	1 214 642	2 244 003	2 592 950	2 267 330
35-39	4 835 158	1 577 285	998538	2 575 823	1 071 234	1 188 101	2 259 335	2 648 519	2 186 639
40-44	4 798 355	1 659 947	979 922	2 639 869	1056047	1 102 439	2 158 486	2 715 994	2 082 361
45-49	4 742 317	1 622 531	1 073 879	2 696 410	945892	1 100 015	2 045 907	2 568 423	2 173 894
50-54	4 656 105	1 338 078	1 163 408	2 501 486	851539	1 303 080	2 154 619	2 189 617	2 466 488
55-59	4 523 916	960 516	1 117 994	2 078 510	790494	1 654 912	2 445 406	1 751 010	2 772 906
60-64	4 323 630	601 631	1 021 636	1 623 267	644826	2 055 537	2 700 363	1 246 457	3 077 173
65-69	4 026 558	339 229	768 472	1 107 701	521982	2 396 875	2 918 857	861 211	3 165 347
70-74	3 600 889	175 279	562 779	738 058	349747	2 513 084	2 862 831	525 026	3 075 863
75-79	3 023 173	83 224	334 277	417 501	219271	2 386 401	2 605 672	302 495	2 720 678
80-84	2 302 290	37 974	180 995	218 969	107687	1 975 634	2 083 321	145 661	2 156 629
85-89	1 509 411	8 788	80 052	88 840	0	1 420 571	1 420 571	8 788	1 500 623
90 o más	1 118 245	0	0	0	0	1 118 245	1 118 245	0	1 118 245

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.2 y 3.3 y B.1.

Cuadro 3.5. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2009-2011

(Método de las tasas con igual mortalidad)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	932 068	778 721	1 684	225	1 459	0.366213	1.973179	0.000573
15-19	2 275 736	1 934 002	5 994	2 787	3 207	0.871536	0.851654	0.001228
20-24	1 524 986	1 237 952	10 610	8 125	2 485	1.345481	0.333965	0.002192
25-29	810 333	686 708	13 454	12 351	1 103	2.069680	0.156509	0.002815
30-34	523 938	499 831	14 699	14 008	691	2.371005	0.111383	0.003122
35-39	523 131	524 498	16 070	15 329	741	2.443485	0.118722	0.003470
40-44	502 646	504 560	19 062	18 143	919	2.292090	0.116642	0.004194
45-49	585 679	596 432	24 656	23 193	1 463	2.222659	0.142913	0.005557
50-54	757 156	793 309	33 601	30 317	3 284	1.804824	0.204820	0.007828
55-59	993 448	1 048 739	46 559	39 080	7 479	1.510462	0.305193	0.011372
60-64	1 243 892	1 375 241	63 932	43 904	20 028	1.039523	0.524316	0.016738
65-69	1 271 152	1 347 417	85 286	48 866	36 420	0.863408	0.682079	0.024737
70-74	1 152 646	1 236 407	108 313	48 002	60 311	0.698538	0.941433	0.036550
75-79	845 427	890 734	127 647	44 747	82 900	0.549200	1.072033	0.053853
80-84	466 900	525 905	134 787	27 929	106 858	0.344992	1.486801	0.078958
85-89	0	48 441	122 421	3 235	119 186	0.000000	1.737429	0.115990
90 o más	0	0	151 937	0	151 937	0	0	0.208744

Cuadro 3.5
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	477 544	412 449	1 010	59	951	0.171720	2.423191	0.000342
15-19	1 905 618	1 718 143	2 525	599	1 926	0.509079	1.472633	0.000514
20-24	2 128 361	1 921 816	3 130	1 384	1 746	0.779568	0.887500	0.000639
25-29	1 769 546	1 700 449	3 450	1 823	1 627	0.769083	0.659501	0.000707
30-34	1 740 181	1 745 602	4 249	2 268	1 981	0.767502	0.673211	0.000874
35-39	1 743 257	1 726 365	5 976	3 272	2 704	0.797231	0.651823	0.001236
40-44	1 700 888	1 683 153	8 978	5 082	3 896	0.816807	0.619719	0.001871
45-49	1 682 229	1 712 092	13 782	7 464	6 318	0.773832	0.666593	0.002906
50-54	1 633 054	1 706 042	21 202	9 970	11 232	0.662097	0.779151	0.004554
55-59	1 515 784	1 592 687	32 375	12 531	19 844	0.546641	0.909582	0.007156
60-64	1 307 767	1 396 181	48 656	14 027	34 629	0.424990	1.120120	0.011253
65-69	1 048 930	1 107 128	71 200	15 228	55 972	0.331379	1.285548	0.017683
70-74	773 388	823 950	99 846	14 557	85 289	0.251438	1.569351	0.027728
75-79	484 984	513 045	130 975	13 106	117 869	0.178258	1.696043	0.043324
80-84	234 573	253 350	154 954	9 805	145 149	0.108768	1.739309	0.067304
85-89	0	21 561	157 504	916	156 588	0.000000	2.453440	0.104348
90 o más	0	0	224 387	0	224 387	0	0	0.200660

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.1, 3.4 y B.1.

Cuadro 3.6. México: Esperanzas de vida activa, 2009-2011
(Método de las tasas con igual mortalidad)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:			Para un inactivo de edad *x* en la:			Total
	Actividad (1)	Inactividad (2)	% actividad (3)[a]	Actividad (4)	Inactividad (5)	% actividad (6)[b]	(7)
				Hombres			
12	43.86	17.56	71.4	43.44	17.99	70.7	61.43
15	43.60	14.93	74.5	43.02	15.51	73.5	58.53
20	41.33	12.54	76.7	40.74	13.13	75.6	53.87
25	37.73	11.71	76.3	37.28	12.16	75.4	49.44
30	33.58	11.52	74.5	33.18	11.93	73.6	45.10
35	29.29	11.48	71.8	28.90	11.87	70.9	40.77
40	24.99	11.45	68.6	24.58	11.86	67.5	36.44
45	20.71	11.44	64.4	20.29	11.87	63.1	32.16
50	16.54	11.46	59.1	16.04	11.95	57.3	27.99
55	12.61	11.39	52.6	12.07	11.94	50.3	24.00
60	9.08	11.18	44.8	8.44	11.82	41.7	20.26
65	6.38	10.43	38.0	5.74	11.06	34.2	16.80
70	4.18	9.50	30.5	3.58	10.10	26.2	13.68
75	2.60	8.32	23.8	2.00	8.91	18.4	10.92
80	1.28	7.25	15.0	0.76	7.78	8.9	8.53
85	0.54	5.96	8.3	0.00	6.50	0.0	6.50
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	0.0	4.79
				Mujeres			
12	24.40	42.61	36.4	24.02	43.00	35.8	67.02
15	24.34	39.74	38.0	23.83	40.25	37.2	64.08
20	23.19	36.06	39.1	22.59	36.66	38.1	59.24
25	20.97	33.45	38.5	20.27	34.15	37.2	54.42
30	18.34	31.26	37.0	17.65	31.96	35.6	49.61
35	15.75	29.06	35.1	15.06	29.75	33.6	44.81
40	13.09	26.98	32.7	12.39	27.68	30.9	40.07
45	10.35	25.07	29.2	9.66	25.77	27.3	35.42
50	7.79	23.11	25.2	7.10	23.81	23.0	30.90
55	5.63	20.92	21.2	4.95	21.61	18.6	26.56
60	3.88	18.54	17.3	3.24	19.19	14.4	22.43
65	2.64	15.93	14.2	2.03	16.54	10.9	18.57
70	1.71	13.34	11.4	1.17	13.88	7.8	15.05
75	1.13	10.78	9.5	0.61	11.30	5.1	11.91
80	0.76	8.42	8.3	0.24	8.95	2.6	9.18
85	0.39	6.49	5.7	0.00	6.88	0.0	6.88
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.2, 3.4 y B.1.

$$e_{40}^{aa} = {}_5e_{40}^{aa} + {}_5p_{40}^{aa}\, e_{45}^{aa} + {}_5p_{40}^{ai}\, e_{45}^{ia} = 3.13 + 0.563627 \times 10.35 + 0.427058 \times 9.66 = 13.09$$

$$e_{40}^{ai} = {}_5e_{40}^{ai} + {}_5p_{40}^{aa}\, e_{45}^{ai} + {}_5p_{40}^{ai}\, e_{45}^{ii} = 1.85 + 0.563627 \times 25.07 + 0.427058 \times 25.77 = 26.98$$

$$e_{40}^{ia} = {}_5e_{40}^{ia} + {}_5p_{40}^{ia}\, e_{45}^{aa} + {}_5p_{40}^{ii}\, e_{45}^{ia} = 2.44 + 0.562875 \times 10.35 + 0.427811 \times 9.66 = 12.39$$

$$e_{40}^{ii} = {}_5e_{40}^{ii} + {}_5p_{40}^{ia}\, e_{45}^{ai} + {}_5p_{40}^{ii}\, e_{45}^{ii} = 2.54 + 0.562875 \times 25.07 + 0.427811 \times 25.77 = 27.68$$

En la gráfica 3.4 se reproducen las esperanzas de vida. La diferencia con el tiempo promedio según estado de presencia es por demás evidente al compararla con las esperanzas del método tradicional (gráfica 2.8). El distanciamiento marcado se debe, fundamentalmente, al supuesto de ausencia de ingresos a la actividad a partir de 35 años en hombres y de 40 en mujeres en el enfoque tradicional, que al retirarlo motiva que desaparezca el pico que se observa alrededor de 35 años en hombres y 25 en mujeres en la esperanza de vida activa para un inactivo con el criterio de estados múltiples.

La fuerte movilidad intertrimestral captada en la ENOE de 2009–2011 origina que la pauta etaria de las esperanzas de vida activa e inactiva en ambos sexos sea similar, según se aprecia en la gráfica 3.4.

Los ingresos y retiros de la actividad son:

$${}_5H_{40}^{ia} = {}_5L_{40}^{i}\, {}_5m_{40}^{ia} = 2\,715\,994 \times 0.816807 = 1\,700\,888$$

$${}_5H_{40}^{ai} = {}_5L_{40}^{a}\, {}_5m_{40}^{ai} = 2\,082\,361 \times 0.619719 = 1\,683\,153$$

y las defunciones según la condición de participación:

$${}_5d_{40}^{a} = {}_5L_{40}^{a}\, {}_5m_{40} = 2\,715\,994 \times 0.001871 = 5\,082$$

$${}_5d_{40}^{i} = {}_5L_{40}^{i}\, {}_5m_{40} = 2\,082\,361 \times 0.001871 = 3\,896$$

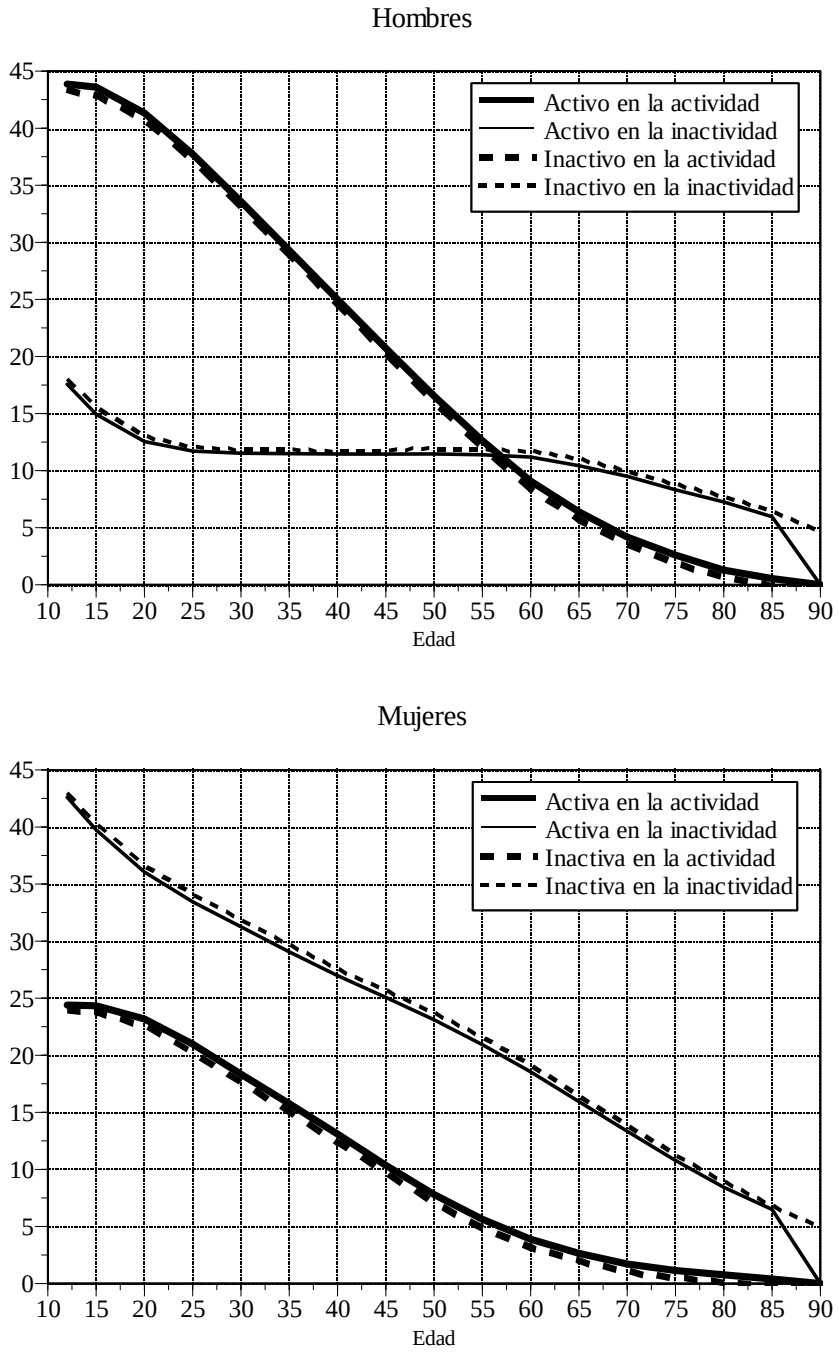
cuya suma satisface el principio fundamental de la tabla de mortalidad:

$${}_5d_{40} = {}_5d_{40}^{a} + {}_5d_{40}^{i} = 8\,978 = \ell_{40} - \ell_{45} = 963\,859 - 954\,881$$

En la gráfica 3.5 se muestran los ingresos y retiros por edad. Llama la atención el distinto patrón entre los sexos después del máximo (15–19 años en hombres y 20–24 en mujeres), pues mientras en los varones la movilidad es menor en las edades de mayor participación, en las mujeres prevalecen las cifras altas. La pauta femenina evidencia que el supuesto tradicional es inadecuado para ese sexo, toda vez que la movilidad es numerosa en el rango etario donde se concentra la maternidad (20–49 años).

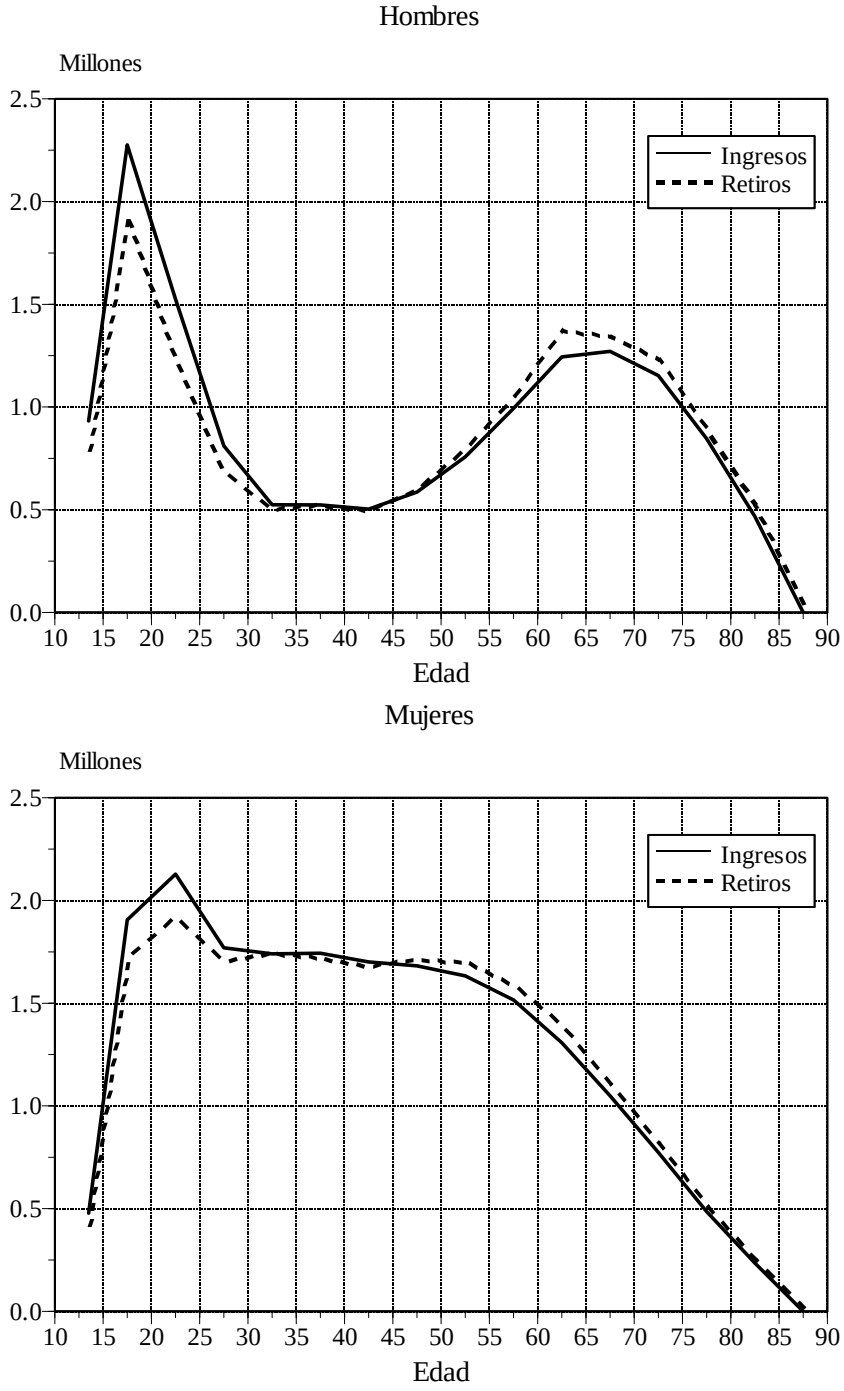
Nótese que, al ser (3.10) la generalización del tiempo vivido, como suponemos que en las edades 85–89 no hay ingresos, al valorar (3.10) o (3.11) con ${}_5m_{85}^{ia} = {}_5p_{85}^{aa} = {}_5p_{85}^{ia} = 0$ estamos otra vez en el método tradicional.

Gráfica 3.4. México: Esperanzas de vida activa por edad y sexo, 2009-2011
(Movimientos múltiples con igual mortalidad)



Fuente: Cuadro 3.6.

Gráfica 3.5. México: Ingresos y retiros de la actividad por edad y sexo, 2009-2011



Fuente: Cuadro 3.8.

3.3 El modelo general de movimientos múltiples

En el acápite previo, al construir el modelo de movimientos múltiples, supusimos la continuidad de la mortalidad en la participación. Aquí, mediante el álgebra de matrices, incorporamos la mortalidad diferencial, y mostramos algoritmos que permiten convertir tasas de movilidad en probabilidades de transición, incluida la modalidad que supone distribución uniforme de los eventos.[11]

Tomemos un periodo de tiempo dy tan pequeño que, al cabo de él, solo puede ocurrir un movimiento (ingreso, retiro o muerte) o ninguno. Desde una óptica retrospectiva, los activos a la edad x que sobreviven en la inactividad a la edad $x+y+dy$ son los activos y los inactivos en $x+y$ que sobreviven como inactivos:

$$\ell^{ai}_{x,x+y+dy} = \ell^{aa}_{x,x+y}\mu^{ai}(x+y)\,dy + \ell^{ai}_{x,x+y}\left(1-\mu^{ia}(x+y)\,dy-\mu^{i\delta}(x+y)\right)\,dy$$

donde $\ell^{aa}_{x,x+y}$ y $\ell^{ai}_{x,x+y}$ se definieron al inicio del apartado 3.2.2, y $\mu^{ai}(x+y)$, $\mu^{ia}(x+y)$ y $\mu^{i\delta}(x+y)$ son las tasas instantáneas de retiro, ingreso y de muerte en la inactividad, respectivamente. Si despejamos y dividimos ambos lados entre dy:

$$\frac{\ell^{ai}_{x,x+y+dy}-\ell^{ai}_{x,x+y}}{dy} = \ell^{aa}_{x,x+y}\mu^{ai}(x+y) - \ell^{ai}_{x,x+y}\left(\mu^{ia}(x+y)+\mu^{i\delta}(x+y)\right)$$

que es nuevamente la ecuación diferencial de Kolmogorov (Namboodiri, 1991: 138):

$$\frac{\partial}{\partial y}\,\ell^{ai}_{x,x+y} = \ell^{aa}_{x,x+y}\mu^{ai}(x+y) - \ell^{ai}_{x,x+y}\left(\mu^{ia}(x+y)+\mu^{i\delta}(x+y)\right)$$

La generalización a los cuatro casos posibles ($\ell^{aa}_{x,x+y}$, $\ell^{ai}_{x,x+y}$, $\ell^{ia}_{x,x+y}$, $\ell^{ii}_{x,x+y}$) se puede condensar en una ecuación diferencial matricial (Willekens, 1980: 568–569):

$$\frac{\partial}{\partial y}\,\mathbf{l}_{x,x+y} = -\boldsymbol{\mu}_{x+y}\,\mathbf{l}_{x,x+y} \tag{3.12}$$

con:

$$\boldsymbol{\mu}(x+y) = \begin{pmatrix} \mu^{a\delta}(x+y)+\mu^{ai}(x+y) & -\mu^{ia}(x+y) \\ -\mu^{ai}(x+y) & \mu^{i\delta}(x+y)+\mu^{ia}(x+y) \end{pmatrix}$$

y

$$\mathbf{l}_{x,x+y} = \begin{pmatrix} \ell^{aa}_{x,x+y} & \ell^{ai}_{x,x+y} \\ \ell^{ai}_{x,x+y} & \ell^{ii}_{x,x+y} \end{pmatrix}$$

[11] En esta sección se usa el álgebra de matrices. Al lector no familiarizado con ella, o que no la recuerde, se le sugiere consultar un libro elemental de álgebra lineal.

Por analogía con el modelo exponencial de una tabla de mortalidad (2.33), la solución parece ser:

$$\mathbf{l}_{x,x+n} = \exp\left[\int_0^n \boldsymbol{\mu}(x+y)\,dy\right]\mathbf{l}_{x,x} \tag{3.13}$$

donde $\mathbf{l}_{x,x}$ es una matriz diagonal cuyos términos son ℓ_x^a y ℓ_x^i, pues como dijimos en el apartado 3.2.2, una persona no puede ser activa e inactiva al mismo tiempo —a la edad exacta x—, y por lo tanto $\ell_{x,x}^{ai} = \ell_{x,x}^{ia} = 0$. No obstante, (3.13) es válida solo cuando las tasas instantáneas permanecen invariables al cabo de los n años (Nour y Suchindran, 1984: 327):

$$\boldsymbol{\mu}(x+t) = {}_n\mathbf{m}_x \qquad 0 \le t \le n$$

con:

$${}_n\mathbf{m}_x = \begin{pmatrix} {}_nm_x^{a\delta} + {}_nm_x^{ai} & -{}_nm_x^{ia} \\ -{}_nm_x^{ai} & {}_nm_x^{i\delta} + {}_nm_x^{ia} \end{pmatrix} \tag{3.14}$$

Definamos la matriz de probabilidades de transición:

$${}_n\mathbf{P}_x = \begin{pmatrix} {}_np_x^{aa} & {}_np_x^{ia} \\ {}_np_x^{ai} & {}_np_x^{ii} \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

entonces, la ecuación matricial:

$$\mathbf{l}_{x,x+n} = {}_n\mathbf{P}_x\,\mathbf{l}_{x,x} \tag{3.16}$$

satisface las igualdades (3.9). Al multiplicar ambos lados por la derecha por la inversa de $\mathbf{l}_{x,x}$:

$${}_n\mathbf{P}_x = \mathbf{l}_{x,x+n}\,\mathbf{l}_{x,x}^{-1}$$

y sustituir en (3.13) con tasas constantes al cabo de los n años:

$${}_n\mathbf{P}_x = \exp\{-n\,{}_n\mathbf{m}_x\} \tag{3.17}$$

que constituye el modelo general de movimientos múltiples. Esta última ecuación es similar a (2.33) para la tabla de mortalidad.

¿Cómo se obtiene la exponencial de una matriz? Mediante la extensión de la conocida expansión en serie de potencias para escalares (Gantmacher, 1959: 113):

$$e^{\mathbf{A}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!}\,\mathbf{A}^i = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \frac{1}{2!}\,\mathbf{A}^2 + \frac{1}{3!}\,\mathbf{A}^3 + \cdots \tag{3.18}$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad.

Cuando de alguna fuente de datos se dispone de tasas de movilidad, con (3.17) se pueden obtener las probabilidades de transición, bajo el supuesto de que las tasas observadas son

iguales a las de la tabla de vida activa. Si se toma logaritmo natural en ambos lados de (3.17) se pueden determinar las tasas de movilidad a partir de las probabilidades de transición:

$$ {}_n\mathbf{m}_x = -\frac{1}{n}\ \ln\{{}_n\mathbf{P}_x\} \tag{3.19} $$

con (Gantmacher, 1959: 113):[12]

$$ \ln\{\mathbf{A}\} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{i}\,(\mathbf{A}-\mathbf{I})^i = (\mathbf{A}-\mathbf{I}) - \frac{1}{2}\,(\mathbf{A}-\mathbf{I})^2 + \frac{1}{3}\,(\mathbf{A}-\mathbf{I})^3 \pm \cdots \tag{3.20} $$

Descompongamos la matriz de tasas ${}_n\mathbf{m}_x$ en dos: una para las tasas de cambio y otra para las de mortalidad:

$$ {}_n\mathbf{m}_x = {}_n\widehat{\mathbf{m}}_x + {}_n\mathbf{m}_x^{\delta} \tag{3.21} $$

con:

$$ {}_n\widehat{\mathbf{m}}_x = \begin{pmatrix} {}_nm_x^{ai} & -{}_nm_x^{ia} \\ -{}_nm_x^{ai} & {}_nm_x^{ia} \end{pmatrix} \qquad {}_n\mathbf{m}_x^{\delta} = \begin{pmatrix} {}_nm_x^{a\delta} & 0 \\ 0 & {}_nm_x^{i\delta} \end{pmatrix} $$

Aparentemente (3.17) se puede reescribir como:

$$ {}_n\mathbf{P}_x = e^{-n\,{}_n\widehat{\mathbf{m}}_x - n\,{}_n\mathbf{m}_x^{\delta}} = {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x\,{}_n\mathbf{P}_x^{\delta} \tag{3.22} $$

con:

$$ {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x = e^{-n\,{}_n\widehat{\mathbf{m}}_x} = \begin{pmatrix} {}_n\hat{p}_x^{aa} & {}_n\hat{p}_x^{ia} \\ {}_n\hat{p}_x^{ai} & {}_n\hat{p}_x^{ii} \end{pmatrix} \qquad {}_n\mathbf{P}_x^{\delta} = e^{-n\,{}_n\mathbf{m}_x^{\delta}} = \begin{pmatrix} {}_np_x^{a\delta} & 0 \\ 0 & {}_np_x^{i\delta} \end{pmatrix} $$

Es claro que el producto matricial en el lado derecho de (3.22) equivale a las ecuaciones (2.65), donde está implícito el supuesto de permanencia de la mortalidad (el riesgo de fallecer del estado de presencia al inicio del periodo se mantiene a lo largo del intervalo genérico de n años). Esta suposición no es consistente con la construcción (3.12), pues ahí los supuestos markoviano y de homogeneidad aplican a cualquier subintervalo etario —por pequeño que sea— del periodo de n años.

[12] Las igualdades (3.18) y (3.20) satisfacen la conocida propiedad de las funciones inversas:

$$ e^{\ell n\{\mathbf{A}\}} = \ell n\{e^{\mathbf{A}}\} = \mathbf{A} $$

El paquete de cómputo MATLAB ofrece las funciones expm($\mathbf{A}$) y logm($\mathbf{A}$), que calculan la exponencial y el logaritmo natural de las matrices.

Por la definición de suma de matrices, es válido que ${}_n\mathbf{m}_x = {}_n\widehat{\mathbf{m}}_x + {}_n\mathbf{m}_x^{\delta} = {}_n\mathbf{m}_x^{\delta} + {}_n\widehat{\mathbf{m}}_x$; sin embargo, las matrices de probabilidades no conmutan, es decir,

$$ {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x \, {}_n\mathbf{P}_x^{\delta} \neq_n \mathbf{P}_x^{\delta} \, {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x $$

pues mientras

$$ {}_n\mathbf{P}_x = {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x \, {}_n\mathbf{P}_x^{\delta} = \begin{pmatrix} {}_n\hat{p}_x^{aa} \, {}_np_x^{a\delta} & {}_n\hat{p}_x^{ia} \, {}_np_x^{i\delta} \\ {}_n\hat{p}_x^{ai} \, {}_np_x^{a\delta} & {}_n\hat{p}_x^{ii} \, {}_np_x^{i\delta} \end{pmatrix} \tag{3.23} $$

satisface el supuesto de permanencia de la mortalidad (2.65); en cambio,

$$ {}_n\mathbf{P}_x = {}_n\mathbf{P}_x^{\delta} \, {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x = \begin{pmatrix} {}_n\hat{p}_x^{aa} \, {}_np_x^{a\delta} & {}_n\hat{p}_x^{ia} \, {}_np_x^{a\delta} \\ {}_n\hat{p}_x^{ai} \, {}_np_x^{i\delta} & {}_n\hat{p}_x^{ii} \, {}_np_x^{i\delta} \end{pmatrix} $$

requiere un supuesto alternativo que puede ser difícil de aceptar: la ley de mortalidad que experimenta una persona, a lo largo del intervalo de n años, es la del estado de presencia al final del periodo. De estos últimos resultados, podemos concluir que la descomposición (3.21) solo es consistente con (3.12) cuando se supone la continuidad de la mortalidad en la participación, o sea, cuando el riesgo de fallecer en todas las edades es el mismo para activos e inactivos:

$$ {}_np_x^{a\delta} = {}_np_x^{i\delta} = {}_np_x \qquad \text{o bien} \qquad {}_n\mathbf{P}_x = {}_np_x \, {}_n\widehat{\mathbf{P}}_x $$

donde ${}_np_x$ interviene como un escalar en el lado derecho.

En el apartado 3.2.2, desarrollamos las ecuaciones para determinar el tiempo vivido bajo la óptica de estados múltiples, suponiendo continuidad de la mortalidad en la participación. Al igual que en el penúltimo acápite del capítulo anterior, donde lo hicimos para el enfoque tradicional, aquí obtenemos las relaciones que permiten incorporar la mortalidad diferencial en el cálculo de los años-persona vividos.

Retomemos nuestras definiciones de sobrevivientes según la condición de participación (activo e inactivo) al inicio y al final de un intervalo de edades. De acuerdo con la ecuación del balance demográfico, podemos establecer:

$$ \ell_{x,x+n}^{aa} = \ell_{x,x}^{aa} + {}_nL_x^{ai} \, {}_nm_x^{ia} - {}_nL_x^{aa} \, {}_nm_x^{ai} - {}_nL_x^{aa} \, {}_nm_x^{a\delta} $$

$$ \ell_{x,x+n}^{ai} = \ell_{x,x}^{ai} + {}_nL_x^{aa} \, {}_nm_x^{ai} - {}_nL_x^{ai} \, {}_nm_x^{ia} - {}_nL_x^{ai} \, {}_nm_x^{i\delta} $$

$$ \ell_{x,x+n}^{ia} = \ell_{x,x}^{ia} + {}_nL_x^{ii} \, {}_nm_x^{ia} - {}_nL_x^{ia} \, {}_nm_x^{ai} - {}_nL_x^{ia} \, {}_nm_x^{a\delta} $$

$$ \ell_{x,x+n}^{ii} = \ell_{x,x}^{ii} + {}_nL_x^{ia} \, {}_nm_x^{ai} - {}_nL_x^{ii} \, {}_nm_x^{ia} - {}_nL_x^{ii} \, {}_nm_x^{i\delta} $$

que se puede condensar en forma matricial como:

$$ \mathbf{l}_{x,x+n} = \mathbf{l}_{x,x} - {}_n\mathbf{m}_x \, {}_n\mathbf{L}_x \tag{3.24} $$

con:

$$ {}_n\mathbf{L}_x = \begin{pmatrix} {}_nL_x^{aa} & {}_nL_x^{ia} \\ {}_nL_x^{ai} & {}_nL_x^{ii} \end{pmatrix} \tag{3.25} $$

Despejando en (3.24):[13]

$$ {}_n\mathbf{m}_x \, {}_n\mathbf{L}_x = \mathbf{l}_{x,x} - \mathbf{l}_{x,x+n} $$

incorporando (3.16):

$$ {}_n\mathbf{m}_x \, {}_n\mathbf{L}_x = \mathbf{l}_{x,x} - {}_n\mathbf{P}_x \; \mathbf{l}_{x,x} = [\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x] \, \mathbf{l}_{x,x} $$

y multiplicando ambos lados por la izquierda por la inversa de la matriz de tasas:

$$ {}_n\mathbf{L}_x = {}_n\mathbf{m}_x^{-1} [\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x] \, \mathbf{l}_{x,x} \tag{3.26} $$

Como $\mathbf{l}_{x,x}$ es una matriz diagonal con elementos ℓ_x^a y ℓ_x^i, la operación matricial:

$$ {}_n\mathbf{e}_x = {}_n\mathbf{L}_x \, \mathbf{l}_{x,x}^{-1} $$

con:

$$ {}_n\mathbf{e}_x = \begin{pmatrix} {}_ne_x^{aa} & {}_ne_x^{ia} \\ {}_ne_x^{ai} & {}_ne_x^{ii} \end{pmatrix} \tag{3.27} $$

satisface claramente las definiciones de esperanza de vida parcial en (2.52). Si multiplicamos por la derecha ambos lados de (3.26) por la inversa de $\mathbf{l}_{x,x}$:

$$ {}_n\mathbf{e}_x = {}_n\mathbf{m}_x^{-1} \, [\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x] \tag{3.28} $$

Una vez determinadas las esperanzas de vida parcial, se pueden evaluar las totales a cualquier edad al aplicar de manera recursiva las ecuaciones (2.52), que de manera compacta se pueden escribir en forma matricial como:

$$ \mathbf{e}_x = {}_n\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_{x+n} \, {}_n\mathbf{P}_x \tag{3.29} $$

donde:

$$ \mathbf{e}_x = \begin{pmatrix} e_x^{aa} & e_x^{ia} \\ e_x^{ai} & e_x^{ii} \end{pmatrix} \tag{3.30} $$

[13] En esta igualdad se puede ver una clara analogía con la conocida propiedad de una tabla de mortalidad:

$$ {}_nm_x \, {}_nL_x = {}_nd_x = \ell_x - \ell_{x+n} $$

Ya no podemos usar las tasas del cuadro 3.1 porque en su valoración supusimos igual mortalidad para activos e inactivos. Ahora debemos calcular los años-persona vividos incorporando la mortalidad, es decir, incluir las defunciones en las poblaciones iniciales en (3.1) y, con ellas y las finales en (3.2), volver a computar el tiempo vivido mediante (3.3).

Retomemos las ecuaciones (3.1) sin mortalidad:

$$\begin{aligned} {}_n\widehat{O}_x^{a\bullet}(t,t+h) &= {}_nO_x^{aa}(t,t+h) + {}_nO_x^{ai}(t,t+h) \\ {}_n\widehat{O}_x^{i\bullet}(t,t+h) &= {}_nO_x^{ia}(t,t+h) + {}_nO_x^{ii}(t,t+h) \end{aligned} \tag{3.1'}$$

donde el símbolo $\widehat{}$ indica la omisión de la mortalidad. Los años-persona vividos sin mortalidad, usados en los cuadros 3.1 a 3.3, son:

$$\begin{aligned} {}_n\widehat{K}_x^{a}(t,t+h) &= \tfrac{h}{2}\left[{}_n\widehat{O}_x^{a\bullet}(t,t+h) + {}_nO_x^{\bullet a}(t,t+h)\right] \\ {}_n\widehat{K}_x^{i}(t,t+h) &= \tfrac{h}{2}\left[{}_n\widehat{O}_x^{i\bullet}(t,t+h) + {}_nO_x^{\bullet i}(t,t+h)\right] \end{aligned} \tag{3.3'}$$

Para simplificar la exposición, dejemos de lado la indicación al tiempo $(t, t+h)$. Si suponemos que una persona no puede cambiar de estado y luego fallecer, sino solo morir en el estado en que se encontraba al inicio del periodo (permanencia de la mortalidad), suponemos además que las defunciones se distribuyen de manera uniforme a lo largo del tiempo y en promedio cada muerto vive $h/2$ años, los años-persona vividos son:

$${}_nK_x^a = {}_n\widehat{K}_x^a + \frac{h}{2}\,{}_nO_x^{a\delta} \qquad \text{y} \qquad {}_nK_x^i = {}_n\widehat{K}_x^i + \frac{h}{2}\,{}_nO_x^{i\delta} \tag{3.31}$$

Con esos años-persona vividos y nuestras tasas de mortalidad del anexo B $\left({}_nM_x^{a\delta}\right.$ y ${}_nM_x^{i\delta}\left.\right)$, podemos estimar las defunciones:

$${}_nO_x^{a\delta} = {}_nK_x^a\,{}_nM_x^{a\delta} \qquad \text{y} \qquad {}_nO_x^{i\delta} = {}_nK_x^i\,{}_nM_x^{i\delta}$$

Veamos el caso de los activos. Reemplazando en (3.31):

$${}_nK_x^a = {}_n\widehat{K}_x^a + \frac{h}{2}\,{}_nK_x^a\,{}_nM_x^{a\delta}$$

o bien,

$${}_nK_x^a\left[1 - \frac{h}{2}\,{}_nM_x^{a\delta}\right] = {}_n\widehat{K}_x^a$$

de donde,

$${}_nK_x^a = \frac{{}_n\widehat{K}_x^a}{1 - \frac{h}{2}\,{}_nM_x^{a\delta}}$$

y finalmente,

$$ {}_nO_x^{a\delta} = \frac{{}_n\widehat{K}_x^a \, {}_nM_x^{a\delta}}{1 - \frac{h}{2} \, {}_nM_x^{a\delta}} \qquad \text{y} \qquad {}_nO_x^{i\delta} = \frac{{}_n\widehat{K}_x^i \, {}_nM_x^{i\delta}}{1 - \frac{h}{2} \, {}_nM_x^{i\delta}} \tag{3.31'} $$

Los resultados se reproducen en las columnas correspondientes de los cuadros 3.7, C.5 y C.6. Por ejemplo, para las mujeres de 40–44 años:

$$ {}_5O_{40}^{a\delta} = \frac{{}_5\widehat{K}_{40}^a \, {}_5M_{40}^{a\delta}}{1 - \frac{1/4}{2} \, {}_5M_{40}^{a\delta}} = \frac{5\,045\,960 \times 0.000799}{1 - \frac{0.000799}{2}} = 4\,034 $$

y,

$$ {}_5O_{40}^{i\delta} = \frac{{}_5\widehat{K}_{40}^i \, {}_5M_{40}^{i\delta}}{1 - \frac{1/4}{2} \, {}_5M_{40}^{i\delta}} = \frac{3\,788\,391 \times 0.003147}{1 - \frac{0.003147}{2}} = 11\,926 $$

Los años-persona en la actividad, de acuerdo con (3.31), son:

$$ {}_5K_{40}^a = {}_5\widehat{K}_{40}^a + \frac{1/4}{2} \, {}_5O_{40}^{a\delta} = 5\,045\,960 + \frac{4\,034}{8} = 5\,046\,464 $$

en la inactividad:

$$ {}_5K_{40}^i = {}_5\widehat{K}_{40}^i + \frac{1/4}{2} \, {}_5O_{40}^{i\delta} = 3\,788\,391 + \frac{11\,926}{8} = 3\,789\,882 $$

y con los ingresos y retiros intertrimestrales (cuadro 3.1) calculamos las tasas de entrada:

$$ {}_5M_{40}^{ia} = \frac{3\,094\,386}{3\,789\,882} = 0.816486 $$

y de salida:

$$ {}_5M_{40}^{ai} = \frac{3\,127\,078}{5\,046\,464} = 0.619657 $$

las cuales se presentan en el cuadro 3.8.

Al contrastar estas tasas con las del cuadro 3.1, se advierte que las diferencias son mínimas, lo cual se debe a que la mortalidad es un fenómeno poco frecuente; una conclusión similar la puede extraer el eventual lector para los intervalos intersemestrales e interanuales. Con las tasas del cuadro 3.8 y las de mortalidad diferencial del cuadro B.3, calculamos las probabilidades de transición que se muestran en el cuadro 3.9, utilizando para ello la ecuación (3.17). Para nuestro ejemplo de las mujeres de 40–44 años, de acuerdo con (3.14), la matriz de tasas es:

Cuadro 3.7. México: Estimación de las defunciones intertrimestrales por edad y sexo, 2009-2011

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Tasas de mortalidad		Defunciones estimadas		Tasas de mortalidad		Defunciones estimadas	
	Activos (1)	Inactivos (2)	Activos (3)	Inactivos (4)	Activas (5)	Inactivas (6)	Activas (7)	Inactivas (8)
12-14	0.000389	0.000594	411	3 951	0.000137	0.000350	59	2 459
15-19	0.001291	0.001175	7 589	7 881	0.000270	0.000575	770	5 416
20-24	0.002051	0.002796	16 220	6 163	0.000377	0.000838	1 824	4 832
25-29	0.002547	0.008049	20 112	4 800	0.000409	0.001026	2 077	4 529
30-34	0.002813	0.015150	21 714	5 438	0.000461	0.001322	2 309	5 884
35-39	0.003115	0.019287	24 866	6 988	0.000596	0.001979	3 165	8 615
40-44	0.003752	0.021152	27 418	7 515	0.000799	0.003147	4 034	11 926
45-49	0.004918	0.024973	31 061	9 264	0.001183	0.004744	4 938	16 993
50-54	0.006944	0.021470	37 026	11 325	0.001666	0.006925	5 443	24 988
55-59	0.010198	0.020912	39 916	15 195	0.002339	0.009979	4 816	31 370
60-64	0.015674	0.020018	40 441	22 726	0.003240	0.014245	3 908	42 212
65-69	0.024793	0.024634	39 629	28 899	0.004381	0.021166	3 036	52 710
70-74	0.038081	0.034712	38 327	41 277	0.007034	0.031176	2 724	67 490
75-79	0.060825	0.048165	35 231	49 792	0.012206	0.046997	2 337	75 818
80-84	0.108394	0.064356	20 846	43 920	0.024441	0.070560	1 786	72 087
85-89	0.192745	0.089173	13 311	35 042	0.047703	0.107311	1 314	67 704

Fuente: Cuadro B.3 para las columnas (1), (2), (5) y (6).

Cuadro 3.8. México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intertrimestral y mortalidad distitnta)

Grupo de edad	Años-persona vivos		Movimientos		Tasas	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Retiros (3)	Ingresos (4)	Retiro (5)	Ingreso (6)
			Hombres			
12-14	1 055 175	6 649 797	2 081 948	2 435 060	1.973082	0.366186
15-19	5 880 376	6 705 647	5 007 238	5 843 354	0.851517	0.871408
20-24	7 909 203	2 203 933	2 640 716	2 964 314	0.333879	1.345011
25-29	7 896 433	596 401	1 235 467	1 233 118	0.156459	2.067598
30-34	7 719 013	358 947	859 462	849 454	0.111344	2.366515
35-39	7 982 224	362 337	947 296	883 230	0.118676	2.437594
40-44	7 307 352	355 298	851 946	812 222	0.116588	2.286030
45-49	6 315 707	370 949	902 042	821 918	0.142825	2.215720
50-54	5 332 358	527 484	1 091 223	949 460	0.204642	1.799980
55-59	3 913 904	726 614	1 192 974	1 094 654	0.304804	1.506514
60-64	2 580 174	1 135 241	1 350 177	1 177 156	0.523289	1.036921
65-69	1 598 372	1 173 126	1 086 838	1 009 767	0.679966	0.860749
70-74	1 006 472	1 189 118	943 016	827 040	0.936952	0.695507
75-79	579 221	1 033 789	616 223	564 338	1.063882	0.545893
80-84	192 314	682 451	282 058	233 546	1.466655	0.342217
85-89	69 060	392 961	117 096	99 437	1.695569	0.253046
			Mujeres			
12-14	432 069	7 024 150	1 046 968	1 206 133	2.423150	0.171712
15-19	2 854 555	9 420 354	4 203 570	4 795 363	1.472583	0.509043
20-24	4 837 229	5 767 360	4 292 839	4 495 580	0.887458	0.779487
25-29	5 081 909	4 413 625	3 351 354	3 394 010	0.659468	0.768985
30-34	5 006 996	4 450 980	3 370 570	3 415 572	0.673172	0.767375
35-39	5 313 114	4 353 477	3 462 950	3 469 870	0.651774	0.797034
40-44	5 046 464	3 789 882	3 127 078	3 094 386	0.619657	0.816486
45-49	4 173 750	3 582 237	2 781 779	2 770 407	0.666494	0.773373
50-54	3 267 514	3 608 308	2 545 356	2 386 982	0.778989	0.661524
55-59	2 059 161	3 143 717	1 872 428	1 716 341	0.909316	0.545959
60-64	1 206 085	2 963 355	1 350 412	1 257 153	1.119666	0.424233
65-69	692 954	2 490 305	890 337	823 052	1.284844	0.330502
70-74	387 227	2 164 776	607 160	542 185	1.567971	0.250458
75-79	191 471	1 613 267	324 248	285 889	1.693455	0.177211
80-84	73 077	1 021 642	126 715	110 142	1.733996	0.107809
85-89	27 537	630 915	67 158	58 790	2.438806	0.093182

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.1 y 3.7.

Cuadro 3.9. México: Probabilidades de transición, 2009-2011
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Activo a		Inactivo a	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)
		Hombres		
12-14	0.157052	0.841336	0.156144	0.842157
15-19	0.502718	0.491100	0.502572	0.491313
20-24	0.792555	0.196597	0.791980	0.196733
25-29	0.916436	0.069176	0.914160	0.069020
30-34	0.939549	0.043986	0.934889	0.043772
35-39	0.935885	0.045277	0.929998	0.044995
40-44	0.930532	0.047116	0.923833	0.046782
45-49	0.912047	0.058294	0.904347	0.057809
50-54	0.862177	0.097312	0.855930	0.096651
55-59	0.784884	0.157845	0.780159	0.157022
60-64	0.611318	0.307460	0.609247	0.306979
65-69	0.493838	0.389842	0.493490	0.390281
70-74	0.354901	0.478772	0.355396	0.479998
75-79	0.258362	0.507014	0.260156	0.511253
80-84	0.126623	0.555633	0.129647	0.569293
85-89	0.000000	0.603336	0.000000	0.640269
		Mujeres		
12-14	0.066506	0.932563	0.066084	0.932903
15-19	0.256340	0.741295	0.256251	0.741230
20-24	0.466426	0.530614	0.466058	0.530707
25-29	0.537048	0.459688	0.536028	0.460278
30-34	0.531045	0.464926	0.529987	0.465389
35-39	0.547580	0.446777	0.546349	0.447060
40-44	0.564520	0.427162	0.562846	0.427217
45-49	0.531122	0.455959	0.529076	0.455568
50-54	0.451167	0.528486	0.448795	0.527290
55-59	0.364868	0.603401	0.362286	0.600914
60-64	0.262818	0.687587	0.260522	0.683126
65-69	0.190630	0.732250	0.188358	0.724957
70-74	0.122727	0.757483	0.120996	0.747552
75-79	0.078855	0.738807	0.077312	0.725172
80-84	0.043821	0.685825	0.042640	0.668765
85-89	0.000000	0.599406	0.000000	0.584759

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.8 y B.3.

Cuadro 3.10. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2009-2011
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 046	153 132	825 914	983 202	65 040	918 162
20	973 048	492 063	480 985	980 735	251 952	728 783
25	962 282	770 918	191 364	977 631	457 172	520 459
30	947 971	881 434	66 537	974 216	524 504	449 712
35	932 038	890 355	41 683	970 023	516 877	453 146
40	914 224	872 035	42 189	964 120	530 608	433 512
45	893 492	850 432	43 060	955 398	543 539	411 859
50	866 639	814 575	52 064	942 051	506 590	435 461
55	831 171	746 871	84 300	921 329	423 989	497 340
60	783 102	651 975	131 127	889 573	334 879	554 694
65	719 163	478 453	240 710	841 706	232 522	609 184
70	635 532	355 066	280 466	770 966	159 070	611 896
75	530 309	225 690	304 619	671 476	93 559	577 917
80	407 723	137 558	270 165	540 269	52 058	488 211
85	282 679	52 444	230 235	385 300	23 099	362 201
90	179 054	0	179 054	225 646	0	225 646

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.9 y B.2.

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathbf{m}_{40} &= \begin{pmatrix} {}_5m_{40}^{a\delta} + {}_5m_{40}^{ai} & -{}_5m_{40}^{ia} \\ -{}_5m_{40}^{ai} & {}_5m_{40}^{i\delta} + {}_5m_{40}^{ia} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.000799 + 0.619657 & -0.816486 \\ -0.619657 & 0.003147 + 0.816486 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.620457 & -0.820247 \\ -0.620208 & 0.819633 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

y la de probabilidades de transición:

$$
{}_5\mathbf{P}_{40} = \exp\{-5\,{}_5\mathbf{m}_{40}\} = \begin{pmatrix} 0.564520 & 0.562846 \\ 0.427162 & 0.427217 \end{pmatrix}
$$

En los cuadros 3.10 a 3.13 se presenta la tabla de vida activa.

Los elementos del lado derecho de (3.28) son:

Cuadro 3.11. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2009-2011
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 622	0	0	0	394 637	2 544 985	2 939 622	394 637	2 544 985
15-19	4 880 266	429 923	333359	763 282	1 839 963	2 277 021	4 116 984	2 269 886	2 610 380
20-24	4 838 033	2 018 725	428304	2 447 029	1 686 553	704 451	2 391 004	3 705 278	1 132 755
25-29	4 774 920	3 582 700	244365	3 827 065	801 600	146 255	947 855	4 384 300	390 620
30-34	4 699 661	4 191 519	179676	4 371 195	288 275	40 191	328 466	4 479 794	219 867
35-39	4 615 528	4 222 692	187 562	4 410 254	180360	24 914	205 274	4 403 052	212 476
40-44	4 519 119	4 121 428	190 458	4 311 886	180673	26 560	207 233	4 302 101	217 018
45-49	4 400 172	3 959 419	230 254	4 189 673	180864	29 635	210 499	4 140 283	259 889
50-54	4 244 417	3 627 004	363 978	3 990 982	204624	48 811	253 435	3 831 628	412 789
55-59	4 035 104	3 088 610	539 163	3 627 773	300784	106 547	407 331	3 389 394	645 710
60-64	3 754 046	2 218 161	908 550	3 126 711	362088	265 247	627 335	2 580 249	1 173 797
65-69	3 382 417	1 391 916	858 310	2 250 226	546624	585 567	1 132 191	1 938 540	1 443 877
70-74	2 906 363	812 608	809 866	1 622 474	474863	809 026	1 283 889	1 287 471	1 618 892
75-79	2 331 048	423 097	565 092	988 189	391362	951 497	1 342 859	814 459	1 516 589
80-84	1 704 442	163 872	403 154	567 026	184751	952 665	1 137 416	348 623	1 355 819
85-89	1 129 808	27 773	173 253	201 026	0	928 782	928 782	27 773	1 102 035
90 o más	857 817	0	0	0	0	857 817	857 817	0	857 817

Cuadro 3.11
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 096	0	0	0	170 212	2 780 884	2 951 096	170 212	2 780 884
15-19	4 909 783	107 836	216994	324 830	1 058 914	3 526 039	4 584 953	1 166 750	3 743 033
20-24	4 895 803	668 738	589227	1 257 965	1 497 006	2 140 832	3 637 838	2 165 744	2 730 059
25-29	4 879 560	1 376 408	905884	2 282 292	1 202 551	1 394 717	2 597 268	2 578 959	2 300 601
30-34	4 860 596	1 564 579	1052918	2 617 497	1 029 111	1 213 988	2 243 099	2 593 690	2 266 906
35-39	4 835 312	1 578 712	998776	2 577 488	1 070 776	1 187 048	2 257 824	2 649 488	2 185 824
40-44	4 798 711	1 662 395	980 268	2 642 663	1055284	1 100 764	2 156 048	2 717 679	2 081 032
45-49	4 743 677	1 626 524	1 074 694	2 701 218	944921	1 097 538	2 042 459	2 571 445	2 172 232
50-54	4 658 737	1 343 606	1 165 277	2 508 883	850621	1 299 233	2 149 854	2 194 227	2 464 510
55-59	4 527 517	967 052	1 121 565	2 088 617	789894	1 649 006	2 438 900	1 756 946	2 770 571
60-64	4 328 251	608 070	1 027 594	1 635 664	644916	2 047 671	2 692 587	1 252 986	3 075 265
65-69	4 030 212	344 864	775 821	1 120 685	522842	2 386 685	2 909 527	867 706	3 162 506
70-74	3 601 654	179 359	570 729	750 088	350684	2 500 882	2 851 566	530 043	3 071 611
75-79	3 018 464	85 921	340 675	426 596	220210	2 371 658	2 591 868	306 131	2 712 333
80-84	2 292 994	39 693	185 713	225 406	108285	1 959 303	2 067 588	147 978	2 145 016
85-89	1 492 930	9 290	82 100	91 390	0	1 401 540	1 401 540	9 290	1 483 640
90 o más	1 124 592	0	0	0	0	1 124 592	1 124 592	0	1 124 592

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.9 y 3.10.

Cuadro 3.12. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2009-2011

(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Grupode edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activos (8)	Tasas de mortalidad Inactivos (9)
					Hombres				
12-14	931 937	778651	1 666	154	1 512	0.366186	1.973082	0.000389	0.000594
15-19	2 274 706	1932846	5 998	2 929	3 069	0.871408	0.851517	0.001291	0.001175
20-24	1 523 568	1237114	10 766	7 599	3 167	1.345011	0.333879	0.002051	0.002796
25-29	807 645	685963	14 311	11 166	3 145	2.067598	0.156459	0.002547	0.008049
30-34	520 319	498796	15 933	12 602	3 331	2.366515	0.111344	0.002813	0.015150
35-39	517930	522 535	17 814	13 715	4 099	2.437594	0.118676	0.003115	0.019287
40-44	496110	501 571	20 732	16 142	4 590	2.286030	0.116588	0.003752	0.021152
45-49	575841	591 337	26 853	20 361	6 492	2.215720	0.142825	0.004918	0.024973
50-54	743012	784 111	35 468	26 605	8 863	1.799980	0.204642	0.006944	0.021470
55-59	972771	1 033 101	48 069	34 566	13 503	1.506514	0.304804	0.010198	0.020912
60-64	1217135	1 350 216	63 939	40 441	23 498	1.036921	0.523289	0.015674	0.020018
65-69	1242816	1 318 141	83 631	48 062	35 569	0.860749	0.679966	0.024793	0.024634
70-74	1125951	1 206 299	105 223	49 028	56 195	0.695507	0.936952	0.038081	0.034712
75-79	827895	866 488	122 586	49 539	73 047	0.545893	1.063882	0.060825	0.048165
80-84	463984	511 310	125 044	37 788	87 256	0.342217	1.466655	0.108394	0.064356
85-89	0	47 091	103 625	5 353	98 272	0.000000	1.695569	0.192745	0.089173
90 o más	0	0	179 054	0	179 054				0.208732

Cuadro 3.12
(Concluye)

Grupode edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activas (4)	Defunciones Inactivas (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas de mortalidad Activas (8)	Tasas de mortalidad Inactivas (9)
					Mujeres				
12-14	477 512	412449	997	23	974	0.171712	2.423150	0.000137	0.000350
15-19	1 905 364	1718136	2 467	316	2 151	0.509043	1.472583	0.000270	0.000575
20-24	2 128 044	1922008	3 104	816	2 288	0.779487	0.887458	0.000377	0.000838
25-29	1 769 127	1700740	3 415	1 055	2 360	0.768985	0.659468	0.000409	0.001026
30-34	1 739 568	1746000	4 193	1 195	2 998	0.767375	0.673172	0.000461	0.001322
35-39	1 742 177	1726868	5 903	1 578	4 325	0.797034	0.651774	0.000596	0.001979
40-44	1699134	1 684 029	8 722	2 174	6 548	0.816486	0.619657	0.000799	0.003147
45-49	1679946	1 713 853	13 347	3 042	10 305	0.773373	0.666494	0.001183	0.004744
50-54	1630332	1 709 278	20 722	3 655	17 067	0.661524	0.778989	0.001666	0.006925
55-59	1512618	1 597 619	31 756	4 109	27 647	0.545959	0.909316	0.002339	0.009979
60-64	1304629	1 402 926	47 867	4 060	43 807	0.424233	1.119666	0.003240	0.014245
65-69	1045216	1 114 866	70 740	3 802	66 938	0.330502	1.284844	0.004381	0.021166
70-74	769309	831 092	99 490	3 728	95 762	0.250458	1.567971	0.007034	0.031176
75-79	480656	518 419	131 207	3 738	127 469	0.177211	1.693455	0.012206	0.046997
80-84	231252	256 593	154 969	3 618	151 351	0.107809	1.733996	0.024441	0.070560
85-89	0	22 657	159 654	442	159 212	0.000000	2.438806	0.047703	0.107311
90 o más	0	0	225 646	0	225 646				0.200647

Fuente : Calculado con base en los cuadros 3.9 a 3.11.

Cuadro 3.13. México: Esperanzas de vida activa, 2009-2011
(Método de las tasas con mortalidad distinta)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:				Para un inactivo de edad *x* en la:			
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Total (3)	% actividad (4)[a]	Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	% actividad (8)[b]
				Hombres				
12	43.56	17.64	61.20	71.2	43.13	18.06	61.19	70.5
15	43.29	15.00	58.29	74.3	42.71	15.59	58.30	73.3
20	41.03	12.62	53.65	76.5	40.42	13.21	53.63	75.4
25	37.44	11.79	49.23	76.0	36.90	12.21	49.11	75.1
30	33.31	11.62	44.93	74.1	32.75	11.96	44.71	73.2
35	29.06	11.59	40.65	71.5	28.49	11.91	40.40	70.5
40	24.81	11.58	36.40	68.2	24.23	11.91	36.14	67.0
45	20.58	11.61	32.19	63.9	19.99	11.93	31.92	62.6
50	16.44	11.66	28.10	58.5	15.83	12.07	27.90	56.7
55	12.56	11.64	24.20	51.9	11.94	12.12	24.06	49.6
60	9.05	11.48	20.53	44.1	8.39	12.08	20.47	41.0
65	6.36	10.76	17.12	37.1	5.72	11.40	17.12	33.4
70	4.16	9.88	14.04	29.6	3.57	10.50	14.07	25.4
75	2.58	8.73	11.31	22.8	2.00	9.40	11.39	17.5
80	1.26	7.66	8.92	14.1	0.75	8.37	9.12	8.2
85	0.53	6.19	6.72	7.9	0.00	7.10	7.10	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	4.79	0.0
				Mujeres				
12	24.45	42.57	67.01	36.5	24.06	42.95	67.01	35.9
15	24.39	39.70	64.08	38.1	23.88	40.20	64.07	37.3
20	23.23	36.01	59.24	39.2	22.63	36.60	59.23	38.2
25	21.02	33.41	54.42	38.6	20.31	34.09	54.40	37.3
30	18.39	31.22	49.61	37.1	17.68	31.89	49.58	35.7
35	15.80	29.02	44.82	35.2	15.09	29.68	44.77	33.7
40	13.14	26.95	40.08	32.8	12.42	27.60	40.02	31.0
45	10.40	25.04	35.43	29.3	9.68	25.67	35.35	27.4
50	7.83	23.08	30.91	25.3	7.11	23.69	30.80	23.1
55	5.67	20.90	26.57	21.3	4.96	21.48	26.44	18.8
60	3.92	18.54	22.45	17.4	3.25	19.05	22.30	14.6
65	2.67	15.95	18.62	14.4	2.04	16.40	18.44	11.0
70	1.74	13.37	15.11	11.5	1.17	13.74	14.92	7.9
75	1.16	10.83	11.99	9.6	0.61	11.16	11.78	5.2
80	0.78	8.51	9.29	8.4	0.24	8.83	9.07	2.6
85	0.40	6.54	6.94	5.8	0.00	6.78	6.78	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	4.98	0.0

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(5)/(7)

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.9 y 3.12.

$$ {}_5\mathbf{m}_{40}^{-1} = \begin{pmatrix} 314.61556 & 313.40766 \\ 237.85500 & 238.16186 \end{pmatrix} \qquad [\mathbf{I} - {}_5\mathbf{P}_{40}] = \begin{pmatrix} 0.435480 & -0.562846 \\ -0.427162 & 0.572783 \end{pmatrix} $$

las esperanzas de vida parcial, por (3.28):

$$ {}_5\mathbf{e}_{40} = {}_5\mathbf{m}_{40}^{-1}[\mathbf{I} - {}_5\mathbf{P}_{40}] = \begin{pmatrix} 3.1330 & 2.4343 \\ 1.8474 & 2.5392 \end{pmatrix} $$

y las esperanzas de vida a los 40 años por (3.29):

$$ \begin{aligned} \mathbf{e}_{40} &= {}_5\mathbf{e}_{40} + \mathbf{e}_{45}\,{}_5\mathbf{P}_{50} = \begin{pmatrix} 3.1330 & 2.4343 \\ 1.8474 & 2.5392 \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 10.4486 & 9.8581 \\ 24.9284 & 25.5620 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.564520 & 0.562846 \\ 0.427162 & 0.427217 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 13.1884 & 12.4727 \\ 26.9133 & 27.5646 \end{pmatrix} \end{aligned} $$

Omitimos las gráficas de supervivientes, retiros e ingresos y esperanzas de vida, debido a que son casi iguales a los patrones por edad en las gráficas 3.3 a 3.5.

Otra vez tenemos la inconsistencia conceptual para el último grupo quinquenal de edades, esto es, 85–89 años. Podemos suponer nuevamente que las tasas de ingreso son nulas (${}_5m_{85}^{ia} = 0$). No obstante, como prevalece ${}_5m_{85}^{a\delta} + {}_5m_{85}^{ai}$ en la diagonal principal de la matriz de tasas (véase la ecuación 3.14), el valor de ${}_5p_{85}^{aa}$ no es cero, aunque el de ${}_5p_{85}^{ia}$ sí lo es. En efecto, para los hombres:

$$ {}_5\mathbf{P}_{85} = \exp\{-5\,{}_5\mathbf{m}_{85}\} = \exp\left\{-5 \begin{pmatrix} 1.888314 & 0.000000 \\ -1.695569 & 0.089173 \end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix} 0.000079 & 0.000000 \\ 0.603336 & 0.640269 \end{pmatrix} $$

y para las mujeres:

$$ {}_5\mathbf{P}_{85} = \exp\{-5\,{}_5\mathbf{m}_{85}\} = \exp\left\{-5 \begin{pmatrix} 2.486509 & 0.000000 \\ -2.438806 & 0.107311 \end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix} 0.000004 & 0.000000 \\ 0.599406 & 0.584759 \end{pmatrix} $$

Al aplicar (2.12) tenemos que, habiendo iniciado las tablas de mortalidad con *rádix* de un millón (véase el cuadro B.1), como las probabilidades ${}_5p_{85}^{aa}$ son extremadamente bajas (0.000079 para hombres y 0.000004 para mujeres), los supervivientes activos a los 90 años de edad —redondeados al entero— son cuatro hombres y cero mujeres. Así, podemos hacer nulo el monto de varones activos sin incurrir en mayor error numérico, pues representan una proporción mínima del total de 179 058 de 90 años (el de mujeres no se altera porque $\ell_{90}^{a} = 0$) y, por ende, ${}_5p_{85}^{aa} = 0$; no obstante, retuvimos la matriz de tasas con ${}_5m_{85}^{ia} = 0$ y ${}_5m_{85}^{ai}$ con su monto original para la valoración de (3.26) y (3.28).

3.3.1 Distribución uniforme de los eventos

Si suponemos que las entradas, salidas y defunciones se distribuyen de manera uniforme, es claro que los años-persona vividos varían linealmente y:

$$ {}_n\mathbf{L}_x = \frac{n}{2}\left[\mathbf{l}_{x,x} + \mathbf{l}_{x,x+n}\right] = \frac{n}{2}\left[\mathbf{l}_{x,x} + {}_n\mathbf{P}_x\ \mathbf{l}_{x,x}\right] = \frac{n}{2}[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]\,\mathbf{l}_{x,x} $$

e igualamos con (3.26):

$$ \frac{n}{2}[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]\,\mathbf{l}_{x,x} = {}_n\mathbf{m}_x^{-1}\left[\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x\right]\,\mathbf{l}_{x,x} $$

Si multiplicamos ambos lados por la derecha por la inversa de $\mathbf{l}_{x,x}$, después por la izquierda por ${}_n\mathbf{m}_x$, por la derecha por la inversa de $[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]$ y finalmente por $2/n$:

$$ {}_n\mathbf{m}_x = \frac{2}{n}[\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x][\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1} = \frac{2}{n}[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1}[\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x] \tag{3.32} $$

Adelante probamos la segunda igualdad, es decir, que $[\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x]$ y $[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1}$ conmutan. Primero despejemos la matriz de probabilidades, para ello multipliquemos por $n/2$ y agreguemos la matriz identidad en ambos lados:

$$ \mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x = [\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1}[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x] + [\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1}[\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x] = [\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1}2\mathbf{I} = 2[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1} $$

Multiplicando ambos lados por la inversa de $\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x$ y por $[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]$:

$$ \mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x = 2\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} $$

o bien,

$$ {}_n\mathbf{P}_x = 2\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} - \mathbf{I} = 2\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} - \left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1}\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right] \tag{3.33} $$

de donde,

$$ {}_n\mathbf{P}_x = \left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1}\left[2\mathbf{I}-\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right] = \left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1}\left[\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right] $$

Si en (3.33) hacemos:

$$ {}_n\mathbf{P}_x = 2\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} - \mathbf{I} = 2\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} - \left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} $$

entonces,

$$ {}_n\mathbf{P}_x = \left[2\mathbf{I}-\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} = \left[\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} $$

es decir que $\left[\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]$ y $\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1}$ conmutan y:

$$ {}_n\mathbf{P}_x = \left[\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} = \left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1}\left[\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right] \tag{3.34} $$

Se puede ver una clara analogía con (2.60") para la tabla de mortalidad.

Adicionemos la matriz identidad en ambos lados de (3.34):

$$ \mathbf{I} + {}_n\mathbf{P}_x = \left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} + \left[\mathbf{I}-\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} = 2\left[\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x\right]^{-1} $$

multipliquemos ambos lados por la izquierda por la inversa de $\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x$ y luego por la derecha por $\mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x$:

$$ \mathbf{I}+\frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x = 2\left[\mathbf{I} + {}_n\mathbf{P}_x\right]^{-1} $$

descontemos en ambos lados la matriz identidad:

$$ \frac{n}{2}\,{}_n\mathbf{m}_x = 2\left[\mathbf{I} + {}_n\mathbf{P}_x\right]^{-1} - \left[\mathbf{I} + {}_n\mathbf{P}_x\right]^{-1}\left[\mathbf{I} + {}_n\mathbf{P}_x\right] = \left[\mathbf{I} + {}_n\mathbf{P}_x\right]^{-1}\left[2\mathbf{I} - \mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x\right] $$

y multipliquemos ambos lados por $2/n$:

$$ {}_n\mathbf{m}_x = \frac{2}{n}[\mathbf{I}+{}_n\mathbf{P}_x]^{-1}[\mathbf{I} - {}_n\mathbf{P}_x] $$

Al comparar con (3.32) vemos que las matrices del lado derecho conmutan.

El-Sayed Nour y Chirayath Suchindran (1984) han mostrado que, en ciertos casos, la fórmula (3.34) llega a arrojar el aberrante caso de probabilidades mayores que uno y negativas. Veamos que esto también ocurre en la tabla de mortalidad. Retomemos (2.60') y supongamos que la probabilidad de fallecer es mayor que uno:

$$ {}_nq_x = \frac{n\,{}_nm_x}{1+\frac{n}{2}\,{}_nm_x} > 1 \qquad \text{o bien} \qquad n\,{}_nm_x > 1 + \frac{n}{2}\,{}_nm_x $$

de donde, restando $\frac{n}{2}\,{}_nm_x$ en ambos lados:

$$\frac{n}{2}\,{}_nm_x > 1 \qquad \text{o bien} \qquad {}_nm_x > \frac{2}{n}$$

Así, en el caso de un grupo quinquenal, la probabilidad ${}_5q_x$ sería mayor que uno —y ${}_5p_x$ negativa— si la tasa de mortalidad ${}_5m_x$ fuera mayor que 0.4.

Las probabilidades de transición suponiendo distribución uniforme de los eventos se reproducen en el cuadro 3.14. Se puede ver que, en los tres distanciamientos temporales de las observaciones y ambos sexos, y dada la alta movilidad de la población de México alrededor de 2010, al menos en tres intervalos etarios se advierte la conjetura de Nour y Suchindran. Dada la inconsistencia en las probabilidades, dejamos de lado este procedimiento.

3.4 La perspectiva de transición

Este enfoque generalmente se lleva a cabo con información retrospectiva, es decir, preguntando a las personas por una situación en el pasado y la condición actual. En México, se tuvo una experiencia para el caso de la actividad económica al final de los años ochenta del siglo pasado cuando, dentro del *módulo de migración* de la Encuesta Nacional de Ingreso y Gasto de los Hogares (ENIGH) de 1989, se preguntó a todas las personas de 12 años o más de edad en el hogar por la condición de actividad uno y cinco años antes de la entrevista. Un esquema similar se tiene con la encuesta continua de ocupación de Estados Unidos, la Current Population Survey (CPS), con cuya información Shirley Smith (1982) construyó tablas de vida activa.[14]

Desafortunadamente ningún dato del módulo de migración de la ENIGH fue procesado, con lo cual se perdió la posibilidad de trabajar con tan valiosa fuente de datos. Nuestra comparación en dos trimestres de la ENOE podemos considerarla como información retrospectiva, es decir, dada la situación (activa o inactiva) de una persona en un trimestre determinado, su situación en algún trimestre previo se puede considerar como una respuesta del pasado, similar al módulo de migración de la ENIGH.[15]

Es conveniente hacer un breve comentario acerca de los datos extraídos de las encuestas continuas de ocupación, como la ENOE. En el acápite 3.1, al construir las tasas de movilidad, fue indispensable conocer la situación de las personas en dos trimestres en el tiempo; así, trabajamos bajo una óptica retrospectiva, pues requerimos la presencia de ego en el trimestre posterior, y dejamos de lado a las personas que, conociendo su situación en el inicial, no estaban presentes en el trimestre posterior, fuera por rotación de la muestra (reemplazo

[14] La CPS, con reemplazo de un cuarto de las viviendas cada mes, se levanta bajo el esquema 4-8-4: se entrevista a la población durante cada uno de cuatro meses seguidos, se suspenden las entrevistas durante los siguientes ocho meses, y se vuelven a entrevistar en cada uno los cuatro meses siguientes (BLS, 2006: 3 13-14). Smith (1982: 10) obtuvo las transiciones al contrastar la situación de las personas en el mes de enero de dos años sucesivos.

[15] Este fue el enfoque seguido por Smith (1982).

Cuadro 3.14. México: Probabilidades de transición por edad y sexo para tres distanciamientos temporales bajo el supuesto de distribución uniforme de los eventos y mortalidad distinta, 2009-2011

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Intertrimestral				
12-14	-0.313072	1.311501	0.243402	0.754891	-0.485966	1.485081	0.105238	0.893746
15-19	0.194517	0.799281	0.817952	0.175954	-0.237196	1.234907	0.426883	0.570572
20-24	0.670161	0.319046	1.285259	-0.296764	0.139995	0.857135	0.752853	0.243832
25-29	0.867695	0.118037	1.559852	-0.578271	0.277050	0.719799	0.839336	0.156839
30-34	0.907348	0.076347	1.622686	-0.647450	0.266577	0.729551	0.831644	0.163552
35-39	0.902350	0.079024	1.623154	-0.652548	0.292181	0.702420	0.858967	0.134143
40-44	0.896231	0.081663	1.601238	-0.635531	0.320948	0.671132	0.884312	0.105226
45-49	0.869582	0.101119	1.568705	-0.612204	0.269523	0.718205	0.833377	0.150514
50-54	0.794648	0.165324	1.454154	-0.505917	0.145560	0.835209	0.709267	0.265864
55-59	0.677987	0.265358	1.311548	-0.377530	0.009690	0.960446	0.576658	0.385409
60-64	0.412101	0.507184	1.005009	-0.089935	-0.163534	1.116980	0.423215	0.519253
65-69	0.231861	0.651653	0.824909	0.058758	-0.288440	1.216286	0.312867	0.599090
70-74	0.001932	0.830602	0.616563	0.218958	-0.428111	1.315522	0.210133	0.657022
75-79	-0.149361	0.910389	0.467134	0.304728	-0.507660	1.335702	0.139774	0.660827
80-84	-0.408621	1.075352	0.250913	0.448106	-0.564084	1.306909	0.081255	0.626810
85-89	-0.532230	1.068602	0.159477	0.442169	-0.681029	1.295449	0.049497	0.533261

Cuadro 3.14
(Continúa)

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Intersemestral				
12-14	-0.047965	1.046476	0.230429	0.767860	-0.197485	1.196692	0.103549	0.895435
15-19	0.365119	0.628630	0.769485	0.224435	-0.030909	1.028778	0.411303	0.586140
20-24	0.739466	0.249869	1.142538	-0.154308	0.301469	0.695847	0.697571	0.299051
25-29	0.878922	0.106961	1.361510	-0.382603	0.381675	0.615335	0.704912	0.291056
30-34	0.912544	0.071306	1.434474	-0.464831	0.369318	0.627031	0.696778	0.298128
35-39	0.911175	0.070540	1.421733	-0.458895	0.419877	0.575164	0.741301	0.251405
40-44	0.903613	0.074586	1.399443	-0.442073	0.433869	0.558869	0.752892	0.235881
45-49	0.880727	0.090499	1.345563	-0.399592	0.378584	0.610104	0.700776	0.281948
50-54	0.812688	0.147907	1.254654	-0.313293	0.268697	0.713665	0.574499	0.398890
55-59	0.699256	0.244630	1.105522	-0.176748	0.143025	0.829596	0.461901	0.498027
60-64	0.474735	0.445198	0.825839	0.087382	-0.012862	0.970311	0.346815	0.593624
65-69	0.307001	0.576485	0.667116	0.216610	-0.108354	1.043378	0.259888	0.649958
70-74	0.120013	0.711606	0.489523	0.346981	-0.231738	1.130143	0.176056	0.689191
75-79	-0.038505	0.796402	0.367055	0.407634	-0.324139	1.166466	0.114257	0.684358
80-84	-0.282369	0.937127	0.203344	0.500187	-0.349405	1.113270	0.059207	0.646697
85-89	-0.425947	0.939815	0.116574	0.494156	-0.500731	1.136336	0.033832	0.547085

Cuadro 3.14
(Concluye)

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Interanual				
12-14	0.335562	0.663067	0.221989	0.776298	0.276476	0.722882	0.102846	0.896137
15-19	0.559180	0.434513	0.701251	0.292688	0.175842	0.822184	0.350001	0.647395
20-24	0.818745	0.170737	0.967200	0.020705	0.443804	0.553675	0.604120	0.392394
25-29	0.899681	0.086483	1.100329	-0.124943	0.521109	0.476115	0.596666	0.399136
30-34	0.931627	0.052789	1.114017	-0.153897	0.513089	0.483568	0.600182	0.394517
35-39	0.911055	0.070655	1.082233	-0.132490	0.465159	0.530037	0.555770	0.436297
40-44	0.917331	0.061435	1.104544	-0.159358	0.564358	0.429140	0.633913	0.354167
45-49	0.901659	0.070555	1.106865	-0.172158	0.456565	0.532808	0.511888	0.469175
50-54	0.855016	0.107037	1.020830	-0.087529	0.374960	0.608775	0.432585	0.538970
55-59	0.692868	0.250856	0.791881	0.128909	0.286351	0.688940	0.314305	0.642873
60-64	0.478172	0.441796	0.564513	0.346005	0.159824	0.802212	0.264093	0.674148
65-69	0.370150	0.513312	0.439241	0.444570	0.053754	0.887730	0.177064	0.729481
70-74	0.231777	0.598976	0.363516	0.473965	-0.059345	0.967403	0.098629	0.762282
75-79	0.124017	0.629289	0.243915	0.534252	-0.072802	0.934690	0.061126	0.733354
80-84	-0.162049	0.805396	0.130986	0.579406	0.112824	0.696344	0.033755	0.669655
85-89	-0.092943	0.536306	0.103978	0.509419	-0.555856	1.184984	0.005641	0.571964

Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.8, B.3, C.2, C.3, C.5 y C.6.

de viviendas después de la quinta entrevista) o por cambio de residencia o muerte; esto es evidente en las fórmulas (3.1) a (3.5), donde solo consideramos a aquellos de los que conocíamos su situación (activo o inactivo) tanto al inicio como al final (activo, inactivo o muerte).

Debido a la forma como proponemos la valoración del tiempo vivido en las ecuaciones (3.3), la omisión de personas (presentes en el trimestre inicial y ausentes en el final) se subsana —de alguna manera— si se supone que el comportamiento (entrar o salir de la actividad o mantenerse activo o inactivo) de quienes ya no se encuentran en el vivienda en la entrevista posterior fue similar al de aquellos que se entrevistaron en ambos trimestres. Desde luego que este supuesto es más adecuado conforme menor es el periodo de h años entre entrevistas.

Con los datos de la ENOE se puede aplicar el enfoque de transición con mortalidad distinta, ya que, en tanto encuesta tipo panel, podemos seguir al individuo a lo largo del año. No obstante, la perspectiva de movimiento (los dos acápites previos) es una mejor opción, ya que se puede restringir a un solo movimiento o ninguno, mientras en el enfoque de transición se supone multiplicidad de desplazamientos aunque el intervalo de tiempo sea breve.

Así, la perspectiva de transición se utiliza más bien con preguntas retrospectivas en una sola entrevista, como la del módulo de migración de la ENIGH. Salvo que se incluya una pregunta específica en el cuestionario, caso poco común, es imposible conocer la mortalidad de activos e inactivos, con lo cual el acceso y separación de la actividad económica están condicionados a la supervivencia de los individuos y, por ende, es necesario suponer continuidad en la mortalidad.

Definamos las probabilidades "prospectivas" de transición al estado puro (sin mortalidad o condicionales en supervivencia) como:

${}_n\widehat{S}^{aa}_{x-h}(t-h,t)$ probabilidad que un activo entre las edades exactas $x-h$ y $x-h+n$ al momento $t-h$ tiene de estar en la actividad h años después.

${}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}(t-h,t)$ probabilidad que un activo entre las edades exactas $x-h$ y $x-h+n$ al momento $t-h$ tiene de estar en la inactividad h años después.

${}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}(t-h,t)$ probabilidad que un inactivo entre las edades exactas $x-h$ y $x-h+n$ al momento $t-h$ tiene de estar en la actividad h años después.

${}_n\widehat{S}^{ii}_{x-h}(t-h,t)$ probabilidad que un inactivo entre las edades exactas $x-h$ y $x-h+n$ al momento $t-h$ tiene de estar en la inactividad h años después.

Reciben el nombre de "prospectivas" porque se ve hacia adelante.

Sin pérdida de generalidad, podemos omitir la referencia al tiempo calendario $(t-h,t)$, ya que permanece fijo a lo largo de la exposición; solo que sea estrictamente necesario lo haremos explícito. De acuerdo con (3.1), al omitir la mortalidad (defunciones) estas probabilidades se calculan como:

$$
\begin{aligned}
{}_n\widehat{S}^{aa}_{x-h} &= \frac{{}_nO^{aa}_{x-h}}{{}_n\widehat{O}^{a\bullet}_{x-h}} \qquad & {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} &= \frac{{}_nO^{ai}_{x-h}}{{}_n\widehat{O}^{a\bullet}_{x-h}} \\
{}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h} &= \frac{{}_nO^{ia}_{x-h}}{{}_n\widehat{O}^{i\bullet}_{x-h}} \qquad & {}_n\widehat{S}^{ii}_{x-h} &= \frac{{}_no^{ii}_{x-h}}{{}_n\widehat{O}^{i\bullet}_{x-h}}
\end{aligned}
\tag{3.35}
$$

Mediante pasos análogos a los seguidos para llegar a (3.19), para el intervalo genérico de h años las tasas de eventualidad son:

$$
{}_n\widehat{\boldsymbol{M}}_{x-h} = -\frac{1}{h}\ \ln\{{}_n\widehat{\mathbf{S}}_{x-h}\} \tag{3.36}
$$

con:

$$
{}_n\widehat{\mathbf{M}}_{x-h} = \begin{pmatrix} {}_nM^{ai}_{x-h} & -{}_nM^{ia}_{x} \\ -{}_nM^{ai}_{x-h} & {}_nM^{ia}_{x-h} \end{pmatrix} \tag{3.37}
$$

y

$$
{}_n\widehat{\mathbf{S}}_{x-h} = \begin{pmatrix} {}_n\widehat{S}^{aa}_{x-h} & {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} \\ {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h} & {}_n\widehat{S}^{ii}_{x-h} \end{pmatrix} \tag{3.38}
$$

Por el supuesto de *traslación*, podemos asimilar las tasas de tabla a las prospectivas centradas a la mitad del periodo de h años:

$$
{}_nm^{ai}_{x-h/2} = {}_nM^{ai}_{x-h} \qquad \text{y} \qquad {}_nm^{ia}_{x-h/2} = {}_nM^{ia}_{x-h}
$$

Es claro que conforme menor sea el periodo de h años y mayor el intervalo etario de n años (trienal o quinquenal), la edad inicial $x - h/2$ se aproximará más a x. De esa manera, podemos suponer que:

$$
{}_nm^{ai}_{x} = {}_nM^{ai}_{x-h} \qquad \text{y} \qquad {}_nm^{ia}_{x} = {}_nM^{ia}_{x-h} \tag{3.39}
$$

y se pueden aplicar directamente (3.7) y (3.8).

Al sumar miembro a miembro las probabilidades de transición en (3.7) y (3.8):

$$
{}_n\hat{p}^{ai}_x + {}_n\hat{p}^{ia}_x = \left[\frac{1-e^{-n\,{}_n\gamma_x}}{{}_n\gamma_x}\right]\left({}_nm^{ai}_x + {}_nm^{ia}_x\right) = 1 - e^{-n\,{}_n\gamma_x}
$$

o bien:

$$
{}_n\gamma_x = -\frac{1}{n}\ \ln\left\{1 - {}_n\hat{p}^{ai}_x - {}_n\hat{p}^{ia}_x\right\}
$$

y al despejar en (3.7) y (3.8):

$$
\begin{aligned}
&{}_nm^{ai}_x = {}_n\hat{p}^{ai}_x\ {}_nB_x \qquad \text{y} \qquad {}_nm^{ia}_x = {}_n\hat{p}^{ia}_x\ {}_nB_x \\
&\text{con} \qquad {}_nB_x = \frac{{}_n\gamma_x}{1-e^{-n\,{}_n\gamma_x}} = -\frac{1}{n}\ \frac{\ln\left\{1-{}_n\hat{p}^{ai}_x-{}_n\hat{p}^{ia}_x\right\}}{{}_n\hat{p}^{ai}_x+{}_n\hat{p}^{ia}_x}
\end{aligned}
\tag{3.40}
$$

La utilidad de este último resultado es que a partir de las probabilidades de transición al estado puro se obtienen las tasas de ingreso y de retiro. En el caso de las probabilidades prospectivas, podemos escribir (3.40) como:

$$
\begin{gathered}
{}_nM^{ai}_{x-h} = {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}\,{}_nB_x \quad \text{y} \quad {}_nM^{ia}_{x-h} = {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}{}_nB_x \\
\text{con} \qquad {}_nB_{x-h} = \tfrac{{}_n\gamma_{x-h}}{1-e^{-n\,{}_n\gamma_{x-h}}} = -\tfrac{1}{h}\,\tfrac{\ln\left\{1-{}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}-{}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\right\}}{{}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}+{}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}}
\end{gathered}
\tag{3.41}
$$

Los valores obtenidos con estas ecuaciones son iguales a los que se derivan de (3.36).

En el esquema de mortalidad igual, por (3.7), (3.8) y (3.39) tenemos:

$$
\begin{gathered}
{}_n\widehat{p}^{ai}_x = {}_nM^{ai}_{x-h}\,\tfrac{1-e^{-n\,{}_n\gamma_{x-h}}}{{}_n\gamma_{x-h}} \qquad \text{y} \qquad {}_n\widehat{p}^{ia}_x = {}_nM^{ia}_{x-h}\,\tfrac{1-e^{-n\,{}_n\gamma_{x-h}}}{{}_n\gamma_{x-h}} \\
\text{con} \qquad {}_n\gamma_{x-h} = {}_nM^{ai}_{x-h} + {}_nM^{ia}_{x-h}
\end{gathered}
\tag{3.42}
$$

De (3.41) se tiene que:

$$
{}_n\gamma_{x-h} = {}_nM^{ai}_{x-h} + {}_nM^{ia}_{x-h} = -\frac{1}{h}\ln\left\{1 - {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} - {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\right\}
$$

y

$$
1 - \exp\left\{-n\,{}_n\gamma_{x-h}\right\} = 1 - \left[1 - {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} - {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\right]^{\frac{n}{h}}
$$

Nuevamente por (3.41) y (3.39):

$$
{}_nm^{ai}_{x-h} = {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}\left[\frac{-\frac{1}{h}\ln\left\{1 - {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} - {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\right\}}{{}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} + {}_n\,\widehat{S}^{ia}_{x-h}}\right]
$$

al sustituir en (3.42):

$$
{}_n\hat{p}^{ai}_x = {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h}\left\{\frac{1 - \left[1 - {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} - {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\right]^{\frac{n}{h}}}{{}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} + {}_n\,\widehat{S}^{ia}_{x-h}}\right\} \tag{3.43}
$$

y de manera análoga:

$$
{}_n\hat{p}^{ia}_x = {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\left\{\frac{1 - \left[1 - {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} - {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h}\right]^{\frac{n}{h}}}{{}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} + {}_n\,\widehat{S}^{ia}_{x-h}}\right\} \tag{3.44}
$$

es decir, el vínculo directo entre ambos tipos de probabilidades.

Retomemos el modelo matricial. Por (3.36) y (3.37):

$$
\begin{aligned}
{}_n\widehat{\mathbf{M}}_{x-h} &= \begin{pmatrix} {}_nM^{ai}_{x-h} & -{}_nM^{ia}_{x-h} \\ -{}_nM^{ai}_{x-h} & {}_nm^{ii}_{x-h} \end{pmatrix} \\
&= -\tfrac{1}{h}\ \ln\{{}_n\widehat{\mathbf{S}}_{x-h}\} = -\tfrac{1}{h}\ \ln\left\{\begin{pmatrix} {}_n\widehat{S}^{aa}_{x-h} & {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h} \\ {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} & {}_n\widehat{S}^{ii}_{x-h} \end{pmatrix}\right\}
\end{aligned}
\tag{3.45}
$$

y, bajo el supuesto de que las tasas de tabla son iguales a las prospectivas:

$$
{}_n\widehat{\mathbf{P}}_x = \begin{pmatrix} {}_n\hat{p}^{aa}_x & {}_n\hat{p}^{ia}_x \\ {}_n\hat{p}^{ai}_x & {}_n\hat{p}^{ii}_x \end{pmatrix} = e^{-n\,{}_n\widehat{\mathbf{M}}_{x-h}} = \exp\left\{-\frac{n}{h}\ \ln\left\{\begin{pmatrix} {}_n\widehat{S}^{aa}_{x-h} & {}_n\widehat{S}^{ia}_{x-h} \\ {}_n\widehat{S}^{ai}_{x-h} & {}_n\widehat{S}^{ii}_{x-h} \end{pmatrix}\right\}\right\}
$$

o bien:

$$
{}_n\widehat{\mathbf{P}}_x = \left[{}_n\widehat{\mathbf{S}}_{x-h}\right]^{\frac{n}{h}} \tag{3.46}
$$

donde la potenciación responde al supuesto de traslación. Las cifras obtenidas con (3.43) y (3.44) son iguales a la valoración de (3.46).

Vamos a ilustrar el enfoque de transición con la información de la ENOE 2009–2011.

A diferencia de las tasas de movilidad presentadas en el acápite 3.1, en las probabilidades de transición se pueden tener movimientos múltiples, lo cual se desprende directamente de las ecuaciones (3.12) a (3.17). Dada la ausencia de mortalidad, si alguien realiza un número par de movimientos o ninguno, se encuentra en el mismo estado al cabo de los h años; si el monto es non, ego se encuentra en estados opuestos al inicio y al final. En un intervalo etario trienal o quinquenal es factible suponer que haya varios traslados entre actividad e inactividad, pero un periodo trimestral en el tiempo puede ser demasiado corto como para aceptar la ocurrencia de dos o más desplazamientos. Así, supongamos que hay un solo movimiento o ninguno en cada trimestre.

Los cuadros 3.15, C.7 y C.8 contienen la información de base y las probabilidades prospectivas. Por ejemplo, para las mujeres del grupo de edad 40–44 años e intervalos anuales entre entrevistas (cuadro 3.15), como por (3.1'):

$$
{}_5\widehat{O}^{a\bullet}_{40} = {}_5O^{aa}_{40} + {}_5O^{ai}_{40} = 1\,043\,412 + 242\,575 = 1\,285\,987
$$

$$
{}_5\widehat{O}^{i\bullet}_{40} = {}_5O^{ia}_{40} + {}_5O^{ii}_{40} = 278\,744 + 752\,598 = 1\,031\,342
$$

por (3.35):

Cuadro 3.15. México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intertanual)

Grupo de edad	Transiciones				Probabilidades perspectivas			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	Activo (7)	Inactivo (8)
				Hombres				
12-14	117 928	113 056	220 078	1 487 444	0.510546	0.489454	0.128887	0.871113
15-19	998 716	285 864	528 753	1 204 230	0.777465	0.222535	0.305111	0.694889
20-24	1 567 898	141 614	225 944	309 393	0.917161	0.082839	0.422059	0.577941
25-29	1 694 929	78 316	75 237	56 632	0.955835	0.044165	0.570543	0.429457
30-34	1 805 276	49 801	50 340	38 250	0.973154	0.026846	0.568236	0.431764
35-39	1 991 611	73 560	52 866	32 418	0.964381	0.035619	0.619882	0.380118
40-44	1 881 528	61 874	55 199	36 890	0.968162	0.031838	0.599409	0.400591
45-49	1 595 840	62 574	54 902	32 869	0.962269	0.037731	0.625514	0.374486
50-54	1 296 370	74 286	70 684	63 089	0.945803	0.054197	0.528388	0.471612
55-59	855 576	111 975	78 098	113 865	0.884270	0.115730	0.406839	0.593161
60-64	507 026	124 452	77 427	194 430	0.802920	0.197081	0.284808	0.715192
65-69	290 944	86 524	61 483	229 080	0.770778	0.229222	0.211600	0.788400
70-74	179 172	74 207	52 922	222 166	0.707130	0.292870	0.192382	0.807618
75-79	100 377	46 022	31 725	210 397	0.685640	0.314360	0.131029	0.868971
80-84	27 003	26 004	12 974	126 456	0.509423	0.490577	0.093050	0.906950
85-89	10 918	5 970	5 222	73 178	0.646495	0.353505	0.066607	0.933393

Cuadro 3.15
(Concluye)

Grupo de edad	Transiciones				Probabilidades perspectivas			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)
				Mujeres				
12-14	32 927	43 328	101 728	1 667 560	0.431801	0.568199	0.057497	0.942503
15-19	324 532	254 267	371 653	1 875 587	0.560699	0.439301	0.165382	0.834618
20-24	763 672	289 098	370 744	955 117	0.725393	0.274607	0.279625	0.720375
25-29	906 927	240 636	275 195	804 744	0.790307	0.209693	0.254825	0.745175
30-34	927 403	257 965	313 654	902 185	0.782376	0.217624	0.257973	0.742027
35-39	1 027 663	312 100	295 962	899 499	0.767048	0.232952	0.247571	0.752429
40-44	1 043 412	242 575	278 744	752 598	0.811371	0.188629	0.270273	0.729727
45-49	809 457	235 630	208 634	726 904	0.774536	0.225464	0.223010	0.776990
50-54	611 952	213 316	184 382	784 822	0.741519	0.258481	0.190241	0.809759
55-59	356 364	139 023	104 018	659 228	0.719365	0.280635	0.136284	0.863716
60-64	189 054	106 940	90 521	637 151	0.638709	0.361291	0.124398	0.875602
65-69	90 646	64 148	54 734	577 208	0.585591	0.414409	0.086612	0.913388
70-74	49 232	41 696	27 588	503 084	0.541439	0.458561	0.051987	0.948013
75-79	24 990	19 796	11 794	349 261	0.557987	0.442013	0.032665	0.967335
80-84	9 910	4 242	3 536	227 852	0.700254	0.299746	0.015282	0.984718
85-89	754	5 701	910	128 646	0.116809	0.883191	0.007024	0.992976

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.1.

$$_5\widehat{S}^{aa}_{40}=\frac{_5O^{aa}_{40}}{_5\widehat{O}^{a\bullet}_{40}}=\frac{1\,043\,412}{1\,285\,987}=0.811371 \qquad _5\widehat{S}^{ai}_{40}=\frac{_5O^{ia}_{40}}{_5\widehat{O}^{a\bullet}_{40}}=\frac{242\,575}{1\,285\,987}=0.188629$$

$$_5\widehat{S}^{ia}_{40}=\frac{_5O^{ia}_{40}}{_5\widehat{O}^{i\bullet}_{40}}=\frac{278\,744}{1\,031\,342}=0.270273 \qquad _5\widehat{S}^{ii}_{40}=\frac{_5O^{ii}_{40}}{_5\widehat{O}^{i\bullet}_{40}}=\frac{752\,598}{1\,031\,342}=0.729727$$

que se pueden cotejar en el cuadro 3.15.

En el caso de intervalos trimestrales (cuadro C.7), las probabilidades serían de retiro e ingreso más que de transición —porque suponemos un solo movimiento o ninguno— y, como corresponden a salidas del campo de observación (actividad e inactividad) sin retorno, podemos asimilarlas a las de fallecer en la tabla de vida; con lo cual, bajo el modelo de crecimiento exponencial, las tasas de retiro e ingreso son:

$$_nM^{ai}_x=-4\ln\left\{1-\,_n\widehat{S}^{ai}_x(t,t+1/4)\right\} \qquad \text{y} \qquad _nM^{ia}_x=-4\ln\left\{1-\,_n\widehat{S}^{ia}_x(t,t+1/4)\right\} \tag{3.47}$$

porque $h=4$ y $1/(1/4)=4$. Los resultados se incluyen en el cuadro C.10. Las tasas de eventualidad para las mujeres de 40–44 años, bajo el modelo de crecimiento exponencial, son:

$$_5M^{ai}_{40}=-4\ln\left\{1-\,_5\widehat{S}^{ai}_{40}(t,t+1/4)\right\}=-4\ln\{1-0.188629\}=0.672749$$

$$_5m^{ia}_{40}=-4\ln\left\{1-\,_5\widehat{S}^{ia}_{40}(t,t+1/4)\right\}=-4\ln\{1-0.270273\}=0.914747$$

las cuales se presentan en las dos primeras columnas del cuadro C.10.

Los periodos intersemestrales (cuadro C.8) comprenden dos trimestres, con lo cual, si suponemos que las probabilidades de ingreso y de retiro son iguales en ambos trimestres:

$$_n\widehat{S}^{aa}_x(t,t+1/2)=\,_n\widehat{S}^{aa}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{aa}_x(t,t+1/4)+\,_n\widehat{S}^{ai}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{ia}_x(t,t+1/4)$$

$$_n\widehat{S}^{ai}_x(t,t+1/2)=\,_n\widehat{S}^{aa}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{ai}_x(t,t+1/4)+\,_n\widehat{S}^{ai}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{ii}_x(t,t+1/4)$$

$$_n\widehat{S}^{ia}_x(t,t+1/2)=\,_n\widehat{S}^{ia}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{aa}_x(t,t+1/4)+\,_n\widehat{S}^{ii}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{ia}_x(t,t+1/4)$$

$$_n\widehat{S}^{ii}_x(t,t+1/2)=\,_n\widehat{S}^{ii}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{ii}_x(t,t+1/4)+\,_n\widehat{S}^{ia}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{S}^{ai}_x(t,t+1/4)$$

Bajo nuestra definición de la matriz $\widehat{\mathbf{S}}$, podemos escribir de maner compacta:

$$_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t,t+1/2)=\,_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t,t+1/4)\,_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t,t+1/4)=\left[\,_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t,t+1/4)\right]^2$$

y al extraer raíz cuadrada en ambos lados:

$$ {}_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t, t+1/4) = \left[{}_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t, t+1/2) \right]^{1/2} \tag{3.48} $$

donde la potencia de cualquier matriz se puede obtener ligando las ecuaciones (3.18) y (3.20):

$$ [\mathbf{A}]^q = \exp\left(q \ln\{\mathbf{A}\}\right) $$

Y para los intervalos anuales (cuadro 3.23) de manera análoga se tiene:

$$ {}_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t, t+1/4) = \left[{}_n\widehat{\mathbf{S}}_x(t, t+1) \right]^{1/4} \tag{3.48'} $$

Las probabilidades intertrimestrales para el intervalo intersemestral se presentan en el cuadro C.11 y para el anual en el cuadro 3.16, y las tasas simples, es decir, obtenidas mediante (3.48) y (3.48') se presentan en las dos primeras columnas de los cuadros 3.17, C.10 y C.11. En las columnas 3 y 4 de los mismos cuadros se ubican las tasas de movilidad bajo la perspectiva de movimientos múltiples calculadas con (3.37) o (3.41). Nuevamente, para las mujeres de 40–44 años bajo la modalidad intersemestral (cuadro 3.16), por (3.41) tenemos que:

$$ {}_5B_{40} = -\frac{\ln\left\{1 - {}_5\widehat{S}^{ai}_{40} - {}_5\widehat{S}^{ia}_{40}\right\}}{{}_5\widehat{S}^{ai}_{40} + {}_5\,\widehat{S}^{ia}_{40}} = -\frac{\ln\{1 - 0.188629 - 0.270273\}}{0.188629 + 0.270273} = 1.338314 $$

y las tasas de movilidad:

$$ {}_5M^{ai}_{40} = {}_5\widehat{S}^{ai}_{40}\,{}_5B_{40} = 0.188629 \times 1.338314 = 0.252445 $$

$$ {}_5M^{ia}_{40} = {}_5\widehat{S}^{ai}_{40}{}_5B_{40} = 0.270273 \times 1.338314 = 0.361710 $$

que se pueden ver en las columnas centrales del cuadro 3.17.

En las dos últimas columnas de los cuadros 3.17, C.10 y C.11 se presenta la proporción que las tasas del enfoque de movimientos múltiples representan de las tasas con la reducción a un solo desplazamiento intertrimestral. Así, por ejemplo, para los hombres de 35–39 años, la de varias entradas sobrepasa por 60.2% (1.602) la de una sola incorporación en el caso trimestral (cuadro C.10), por 28.7% en el semestral (cuadro C.11) y 14.1% en el anual (cuadro 3.17). En todos los casos (ambos tipos de tasas, todos los grupos de edad y los dos sexos) la perspectiva de movimientos múltiples sobrevalora las tasas del desplazamiento único, pero en mayor medida cuando el apartamiento es trimestral que cuando es semestral, y éste a su vez respecto del anual.

Así como en los acápites previos seleccionamos la separación trimestral porque es más acorde con un solo movimiento entre dos trimestres que el alejamiento semestral o anual, aquí elegimos el interanual, ya que las tasas de estados múltiples se asemejan más a las de un solo movimiento intertrimestral. Además, el enfoque de transición se aplica más bien a información retrospectiva en una encuesta única que a una enumeración tipo panel (visitas

Cuadro 3.16. México: Probabilidades de transición intertrimestrales prospectivas por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo interanual original)

Grupo de edad	Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)
		Hombres		
12-14	0.830601	0.169399	0.044608	0.955392
15-19	0.927891	0.072109	0.098867	0.901133
20-24	0.973557	0.026443	0.134727	0.865273
25-29	0.984758	0.015242	0.196901	0.803099
30-34	0.990874	0.009126	0.193170	0.806830
35-39	0.987291	0.012709	0.221171	0.778829
40-44	0.988867	0.011133	0.209604	0.790396
45-49	0.986448	0.013552	0.224670	0.775330
50-54	0.981747	0.018253	0.177958	0.822042
55-59	0.962626	0.037374	0.131384	0.868616
60-64	0.938003	0.061997	0.089593	0.910407
65-69	0.929669	0.070332	0.064924	0.935076
70-74	0.907676	0.092324	0.060646	0.939354
75-79	0.903285	0.096715	0.040312	0.959688
80-84	0.834650	0.165350	0.031363	0.968637
85-89	0.892834	0.107166	0.020192	0.979808
		Mujeres		
12-14	0.802195	0.197805	0.020016	0.979984
15-19	0.849566	0.150434	0.056633	0.943367
20-24	0.909380	0.090620	0.092276	0.907724
25-29	0.934740	0.065260	0.079306	0.920694
30-34	0.931808	0.068192	0.080835	0.919165
35-39	0.926782	0.073218	0.077813	0.922187
40-44	0.941495	0.058505	0.083828	0.916172
45-49	0.930507	0.069493	0.068737	0.931263
50-54	0.920319	0.079681	0.058645	0.941355
55-59	0.915080	0.084920	0.041239	0.958761
60-64	0.886076	0.113924	0.039226	0.960774
65-69	0.868046	0.131954	0.027579	0.972421
70-74	0.853082	0.146918	0.016656	0.983344
75-79	0.861576	0.138424	0.010230	0.989770
80-84	0.914120	0.085880	0.004378	0.995622
85-89	0.578968	0.421032	0.003348	0.996652

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 3.14.

Cuadro 3.17. México: Tasas de eventualidad derivadas de las probabilidades prospectivas de transición, 2009-2011
(Intervalo interanual)

Grupo de edad	Tasas					
	Un movimiento trimestral		Varios movimientos		Proporción	
	Retiro (1)	Ingreso (2)	Retiro (3)	Ingreso (4)	Retiro (5)=(3)/(1)	Ingreso (6)=(4)/(2)
			Hombres			
12-14	0.742423	0.182533	0.762452	0.200776	1.027	1.100
15-19	0.299366	0.416411	0.316324	0.433703	1.057	1.042
20-24	0.107197	0.578842	0.115340	0.587652	1.076	1.015
25-29	0.061437	0.877110	0.068525	0.885231	1.115	1.009
30-34	0.036672	0.858567	0.040785	0.863284	1.112	1.005
35-39	0.051161	0.999855	0.057907	1.007757	1.132	1.008
40-44	0.044783	0.940886	0.050317	0.947312	1.124	1.007
45-49	0.054579	1.017866	0.061918	1.026483	1.134	1.008
50-54	0.073688	0.783854	0.081277	0.792397	1.103	1.011
55-59	0.152360	0.563416	0.163736	0.575600	1.075	1.022
60-64	0.256007	0.375456	0.268928	0.388637	1.050	1.035
65-69	0.291709	0.268512	0.302262	0.279024	1.036	1.039
70-74	0.387470	0.250253	0.400798	0.263279	1.034	1.052
75-79	0.406869	0.164588	0.416067	0.173422	1.023	1.054
80-84	0.722973	0.127461	0.736481	0.139692	1.019	1.096
85-89	0.453419	0.081595	0.458526	0.086395	1.011	1.059
			Mujeres			
12-14	0.881613	0.080876	0.892384	0.090301	1.012	1.117
15-19	0.652118	0.233201	0.674239	0.253828	1.034	1.088
20-24	0.379970	0.387260	0.400321	0.407636	1.054	1.053
25-29	0.269949	0.330511	0.281952	0.342635	1.044	1.037
30-34	0.282512	0.337157	0.295367	0.350129	1.046	1.038
35-39	0.304149	0.324030	0.317503	0.337430	1.044	1.041
40-44	0.241145	0.350203	0.252445	0.361710	1.047	1.033
45-49	0.288104	0.284852	0.299162	0.295905	1.038	1.039
50-54	0.332141	0.241740	0.343040	0.252476	1.033	1.044
55-59	0.354975	0.168455	0.363099	0.176330	1.023	1.047
60-64	0.483811	0.160064	0.494622	0.170306	1.022	1.064
65-69	0.566045	0.111865	0.575013	0.120179	1.016	1.074
70-74	0.635597	0.067185	0.641717	0.072751	1.010	1.083
75-79	0.595968	0.041130	0.599445	0.044300	1.006	1.077
80-84	0.359172	0.017552	0.360022	0.018355	1.002	1.046
85-89	2.186033	0.013416	2.191803	0.017431	1.003	1.299

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.14 y 3.15.

repetidas a la misma vivienda, como la ENOE), siendo más probable que se pregunte por la condición de actividad de las personas un año antes —como en el módulo de migración de la ENIGH de 1989— que un trimestre o un semestre atrás.

Dadas las tasas de ingreso y retiro de las columnas centrales del cuadro 3.17, podemos convertirlas en probabilidades entre edades exactas con (3.7) y (3.8), (3.17), (3.43) y (3.44) o (3.46). Hagámoslo con (3.43) y (3.44) para las mujeres de 40–44 años de edad. Calculemos primero el factor común a ambas ecuaciones:

$$\frac{1-\left[1-{}_5\widehat{S}^{ai}_{40}-{}_5\widehat{S}^{ia}_{40}\right]^5}{{}_5\widehat{S}^{ai}_{40}+{}_5\,\widehat{S}^{ia}_{40}}=\frac{1-[1-0.188629-0.270273]^5}{0.188629+0.270273}=\frac{0.953615}{0.458903}=2.078034$$

de donde

$${}_5\hat{p}^{ai}_{40}={}_5\widehat{S}^{ai}_{40}\left\{\frac{1-\left[1-{}_5\widehat{S}^{ai}_{40}-{}_5\widehat{S}^{ia}_{40}\right]^5}{{}_5\widehat{S}^{ai}_{40}+{}_5\widehat{S}^{ia}_{40}}\right\}=0.188629\times 2.078034=0.391978$$

$${}_5\hat{p}^{ia}_{40}={}_5\widehat{S}^{ia}_{40}\left\{\frac{1-\left[1-{}_5\widehat{S}^{ai}_{40}-{}_5\widehat{S}^{ia}_{40}\right]^5}{{}_5\widehat{S}^{ai}_{40}+{}_5\widehat{S}^{ia}_{40}}\right\}=0.270273\times 2.078034=0.561637$$

y

$${}_5\hat{p}^{ai}_{40}=1-\ {}_5\hat{p}^{ai}_{40}=1-0.391978=0.608022 \quad \text{y} \quad {}_5\hat{p}^{ii}_{40}=1-\ {}_5\hat{p}^{ia}_{40}=1-0.561637=0.438363$$

En los cuadros 3.18 a 3.22 se presentan las distintas funciones biométricas de la tabla de vida activa para nuestros datos interanuales de México en 2009–2011, donde usamos la misma tabla de mortalidad (cuadro B.1) que en los dos capítulos anteriores. Como el procedimiento de elaboración de la tabla de vida activa es igual a los casos vistos en los acápites previos, omitimos su ejemplificación.

Bajo el argumento de que el enfoque de transición se aplicaría solo en el caso de información retrospectiva y, por ende, debiéramos aceptar la continuidad de la mortalidad, cabe preguntarse, quizás si se quiere tan solo por curiosidad, ¿cuáles serían las probabilidades de transición si aceptamos que la mortalidad es diferente? Para responder a esta pregunta, empecemos por modificar (3.35):

$$\begin{aligned} {}_nS^{aa}_{x-h}&=\frac{{}_nO^{aa}_{x-h}}{{}_nO^{a\bullet}_{x-h}} \qquad {}_nS^{ai}_{x-h}=\frac{{}_nO^{ai}_{x-h}}{{}_nO^{a\bullet}_{x-h}}\\ {}_nS^{ia}_{x-h}&=\frac{{}_nO^{ia}_{x-h}}{{}_nO^{i\bullet}_{x-h}} \qquad {}_nS^{ii}_{x-h}=\frac{{}_nO^{ii}_{x-h}}{{}_nO^{i\bullet}_{x-h}}\end{aligned} \tag{3.35'}$$

pues ahora en el denominador se deben agregar las defunciones. Las tasas de eventualidad prospectivas de calculan con (3.36) y por el supuesto (3.39):

Cuadro 3.18. México: Probabilidades de transición, 2009-2011

(Método de transición con igual mortalidad)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activo a:		Inactivo a:			Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)
					Hombres				
12-14	0.252446	0.747554	0.196853	0.803147	0.998283	0.252013	0.746270	0.196515	0.801768
15-19	0.588167	0.411833	0.564653	0.435347	0.993878	0.584566	0.409311	0.561195	0.432682
20-24	0.840811	0.159189	0.811062	0.188938	0.989096	0.831643	0.157454	0.802218	0.186878
25-29	0.928762	0.071238	0.920272	0.079728	0.986020	0.915779	0.070242	0.907407	0.078614
30-34	0.955378	0.044622	0.944493	0.055507	0.984511	0.940580	0.043931	0.929864	0.054647
35-39	0.945925	0.054075	0.941072	0.058928	0.982799	0.929653	0.053145	0.924885	0.057914
40-44	0.949907	0.050093	0.943089	0.056911	0.979239	0.930187	0.049053	0.923510	0.055730
45-49	0.943358	0.056642	0.939027	0.060973	0.972577	0.917488	0.055089	0.913276	0.059301
50-54	0.908150	0.091850	0.895478	0.104522	0.961575	0.873254	0.088321	0.861069	0.100506
55-59	0.784029	0.215971	0.759224	0.240776	0.944631	0.740618	0.204012	0.717186	0.227445
60-64	0.606294	0.393706	0.568959	0.431041	0.919513	0.557495	0.362018	0.523165	0.396348
65-69	0.508440	0.491560	0.453769	0.546231	0.883232	0.449070	0.434162	0.400783	0.482448
70-74	0.418270	0.581730	0.382131	0.617869	0.832100	0.348042	0.484058	0.317971	0.514129
75-79	0.331226	0.668774	0.278753	0.721247	0.762204	0.252462	0.509742	0.212466	0.549738
80-84	0.169954	0.830046	0.157439	0.842561	0.670563	0.113965	0.556598	0.105573	0.564990
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.553792	0.000000	0.553792	0.000000	0.553792

Cuadro 3.18
(Concluye)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activa a:		Inactiva a:			Activa a:		Inactiva a:	
	Activa: (1)	Inactiva (2)	Activa: (3)	Inactiva (4)	(5)	Activa: (6)	Inactiva (7)	Activa: (8)	Inactiva (9)
					Mujeres				
12-14	0.139515	0.860485	0.087073	0.912927	0.998973	0.139372	0.859602	0.086984	0.911989
15-19	0.280516	0.719484	0.270861	0.729139	0.997432	0.279796	0.717637	0.270166	0.727266
20-24	0.513248	0.486752	0.495647	0.504353	0.996808	0.511610	0.485198	0.494065	0.502743
25-29	0.568454	0.431546	0.524426	0.475574	0.996471	0.566448	0.430023	0.522575	0.473895
30-34	0.560566	0.439434	0.520908	0.479092	0.995638	0.558121	0.437518	0.518636	0.477002
35-39	0.533552	0.466448	0.495722	0.504278	0.993839	0.530264	0.463575	0.492668	0.501171
40-44	0.608022	0.391978	0.561637	0.438363	0.990685	0.602358	0.388327	0.556405	0.434280
45-49	0.522918	0.477082	0.471888	0.528112	0.985567	0.515371	0.470196	0.465077	0.520490
50-54	0.453291	0.546709	0.402375	0.597625	0.977471	0.443079	0.534392	0.393310	0.584161
55-59	0.372250	0.627750	0.304852	0.695148	0.964806	0.359149	0.605658	0.294123	0.670683
60-64	0.282896	0.717104	0.246910	0.753090	0.945178	0.267387	0.677791	0.233374	0.711804
65-69	0.198457	0.801543	0.167524	0.832476	0.915123	0.181612	0.733511	0.153305	0.761817
70-74	0.127056	0.872944	0.098966	0.901034	0.869936	0.110530	0.759405	0.086094	0.783842
75-79	0.106069	0.893931	0.066063	0.933937	0.803877	0.085266	0.718611	0.053106	0.750770
80-84	0.191982	0.808018	0.041195	0.958805	0.711363	0.136569	0.574794	0.029304	0.682059
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.587568	0.000000	0.587568	0.000000	0.587568

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.16 y B.1.

Cuadro 3.19. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2009-2011
(Método de transición con igual mortalidad)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 028	192 724	786 304	983 188	85 609	897 579
20	973 034	553 930	419 104	980 663	266 448	714 215
25	962 425	796 885	165 540	977 533	489 186	488 347
30	948 970	879 982	68 988	974 083	532 296	441 787
35	934 271	891 843	42 428	969 834	526 212	443 622
40	918 200	868 346	49 854	963 859	497 590	466 269
45	899 137	853 764	45 373	954 881	559 162	395 719
50	874 481	824 757	49 724	941 099	472 215	468 884
55	840 879	763 038	77 841	919 897	393 645	526 252
60	794 320	620 946	173 374	887 522	296 160	591 362
65	730 388	436 878	293 510	838 866	217 198	621 668
70	645 102	313 823	331 279	767 666	134 751	632 915
75	536 790	214 561	322 229	667 820	69 384	598 436
80	409 143	122 631	286 512	536 845	37 697	499 148
85	274 357	44 224	230 133	381 891	19 775	362 116
90	151 937	0	151 937	224 387	0	224 387

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.17 y B.1.

$$ {}_n\mathbf{m}_x = {}_n\mathbf{M}_{x-h} = -\frac{1}{h}\,\ln\{{}_n\mathbf{S}_{x-h}\} \tag{3.36'} $$

y al reemplazar en (3.17):

$$ {}_n\mathbf{P}_x = \exp\{-n\,{}_n\mathbf{m}_x\} = \exp\left\{\frac{n}{h}\,\ln\{{}_n\mathbf{S}_{x-h}\}\right\} = [{}_n\mathbf{S}_{x-h}]^{\frac{n}{h}} \tag{3.46'} $$

el equivalente a (3.46) para la mortalidad distinta.

Ejemplifiquemos el cálculo nuevamente con las mujeres de 40–40 años de edad. En las seis primeras columnas del cuadro 3.23 se reproducen los datos de base de la ENOE 2009–2011, con los cuales por (3.1):

$$ {}_5O_{40}^{a\bullet} = {}_5O_{40}^{aa} + {}_5O_{40}^{ai} + {}_5O_{40}^{a\delta} = 1\,043\,412 + 242\,575 + 1\,043 = 1\,287\,030 $$

$$ {}_5O_{40}^{i\bullet} = {}_5O_{40}^{ia} + {}_5O_{40}^{ii} + {}_5O_{40}^{i\delta} = 278\,744 + 752\,598 + 3\,194 = 1\,034\,536 $$

al valorar (3.35'):

Cuadro 3.20. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2009-2011
(Método de transición con igual mortalidad)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
					Hombres				
12-14	2 939 609	0	0	0	412 407	2 527 202	2 939 609	412 407	2 527 202
15-19	4 880 145	661 172	299496	960 668	1 675 354	2 244 123	3 919 477	2 336 526	2 543 619
20-24	4 838 607	2 427 678	326850	2 754 528	1 259 953	824 126	2 084 079	3 687 631	1 150 976
25-29	4 778 416	3 731 600	224914	3 956 514	603 573	218 329	821 902	4 335 173	443 243
30-34	4 708 011	4 212 089	153660	4 365 749	254 985	87 277	342 262	4 467 074	240 937
35-39	4 631 069	4 225 651	195 108	4 420 759	161533	48 777	210 310	4 387 184	243 885
40-44	4 543 196	4 123 245	173 277	4 296 522	187295	59 379	246 674	4 310 540	232 656
45-49	4 433 801	4 014 765	195 294	4 210 059	172062	51 680	223 742	4 186 827	246 974
50-54	4 287 946	3 753 887	290 242	4 044 129	170598	73 219	243 817	3 924 485	363 461
55-59	4 087 093	3 107 219	601 528	3 708 747	215721	162 625	378 346	3 322 940	764 153
60-64	3 809 945	2 123 965	854 394	2 978 359	344744	486 842	831 586	2 468 709	1 341 236
65-69	3 435 123	1 343 027	711 675	2 054 702	441370	939 051	1 380 421	1 784 397	1 650 726
70-74	2 947 941	830 754	603 332	1 434 086	418365	1 095 490	1 513 855	1 249 119	1 698 822
75-79	2 352 963	502 646	437 860	940 506	274087	1 138 370	1 412 457	776 733	1 576 230
80-84	1 690 185	187 780	318 813	506 593	141283	1 042 309	1 183 592	329 063	1 361 122
85-89	1 040 928	76 976	90 813	167 789	0	873 139	873 139	76 976	963 952
90 o más	727 862	0	0	0	0	727 862	727 862	0	727 862

Cuadro 3.20
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 082	0	0	0	184 000	2 767 082	2 951 082	184 000	2 767 082
15-19	4 909 626	183 254	244241	427 495	964 047	3 518 084	4 482 131	1 147 301	3 762 325
20-24	4 895 485	831 481	498632	1 330 113	1 361 008	2 204 364	3 565 372	2 192 489	2 702 996
25-29	4 879 034	1 677 082	764529	2 441 611	927 482	1 509 941	2 437 423	2 604 564	2 274 470
30-34	4 859 787	1 802 434	853238	2 655 672	839 455	1 364 660	2 204 115	2 641 889	2 217 898
35-39	4 834 220	1 725 532	897416	2 622 948	804 046	1 407 226	2 211 272	2 529 578	2 304 642
40-44	4 796 822	1 775 219	701 129	2 476 348	941362	1 379 112	2 320 474	2 716 581	2 080 241
45-49	4 739 884	1 826 665	948 930	2 775 595	664246	1 300 043	1 964 289	2 490 911	2 248 973
50-54	4 652 331	1 420 439	913 960	2 334 399	667925	1 650 007	2 317 932	2 088 364	2 563 967
55-59	4 518 169	1 085 253	848 175	1 933 428	550651	2 034 090	2 584 741	1 635 904	2 882 265
60-64	4 315 072	683 525	756 385	1 439 910	520027	2 355 135	2 875 162	1 203 552	3 111 520
65-69	4 014 258	424 550	614 816	1 039 366	367789	2 607 103	2 974 892	792 339	3 221 919
70-74	3 584 138	223 145	405 991	629 136	216186	2 738 816	2 955 002	439 331	3 144 807
75-79	3 002 204	112 472	199 446	311 918	127127	2 563 159	2 690 286	239 599	2 762 605
80-84	2 279 249	79 576	80 472	160 048	54323	2 064 878	2 119 201	133 899	2 145 350
85-89	1 487 749	8 612	68 426	77 038	0	1 410 711	1 410 711	8 612	1 479 137
90 o más	1 118 245	0	0	0	0	1 118 245	1 118 245	0	1 118 245

Fuente : Elaborado con base en los cuadros 3.17, 3.18 y B.1.

Cuadro 3.21. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2009-2011
(Método de transición con igual mortalidad)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	507 401	314 441	1 684	236	1 448	0.200776	0.762452	0.000573
15-19	1 103 176	739 100	5 994	2 870	3 124	0.433703	0.316324	0.001228
20-24	676 373	425 332	10 609	8 086	2 523	0.587652	0.115340	0.002192
25-29	392 372	297 068	13 455	12 207	1 248	0.885231	0.068525	0.002815
30-34	207 997	182 190	14 699	13 946	753	0.863284	0.040785	0.003122
35-39	245 777	254 050	16 071	15 224	847	1.007757	0.057907	0.003470
40-44	220 398	216 894	19 063	18 086	977	0.947312	0.050317	0.004194
45-49	253 515	259 239	24 656	23 283	1 373	1.026483	0.061918	0.005557
50-54	288 005	318 971	33 602	30 753	2 849	0.792397	0.081277	0.007828
55-59	439 846	544 086	46 559	37 852	8 707	0.575600	0.163736	0.011372
60-64	521 254	663 904	63 932	41 418	22 514	0.388637	0.268928	0.016738
65-69	460 593	539 356	85 286	44 292	40 994	0.279024	0.302262	0.024737
70-74	447 264	500 645	108 312	45 881	62 431	0.263279	0.400798	0.036550
75-79	273 352	323 173	127 647	42 109	85 538	0.173422	0.416067	0.053853
80-84	190 138	242 349	134 786	26 196	108 590	0.139692	0.736481	0.078958
85-89	0	35 296	122 420	8 928	113 492	0.000000	0.458526	0.115990
90 o más	0	0	151 937	0	151 937	0.000000	0.000000	0.208744

Cuadro 3.21
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activas (4)	Defunciones Inactivas (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	249 871	164 199	1 011	63	948	0.090301	0.892384	0.000342
15-19	954 984	773 555	2 525	590	1 935	0.253828	0.674239	0.000514
20-24	1 101 839	877 699	3 130	1 402	1 728	0.407636	0.400321	0.000639
25-29	779 314	734 362	3 450	1 842	1 608	0.342635	0.281952	0.000707
30-34	776 551	780 326	4 249	2 309	1 940	0.350129	0.295367	0.000874
35-39	777 654	803 150	5 975	3 126	2 849	0.337430	0.317503	0.001236
40-44	752 445	685 789	8 978	5 084	3 894	0.361710	0.252445	0.001871
45-49	665 482	745 186	13 782	7 243	6 539	0.295905	0.299162	0.002906
50-54	647 339	716 392	21 202	9 517	11 685	0.252476	0.343040	0.004554
55-59	508 230	593 995	32 375	11 720	20 655	0.176330	0.363099	0.007156
60-64	529 910	595 303	48 656	13 569	35 087	0.170306	0.494622	0.011253
65-69	387 207	455 605	71 200	14 049	57 151	0.120179	0.575013	0.017683
70-74	228 789	281 926	99 846	12 230	87 616	0.072751	0.641717	0.027728
75-79	122 383	143 626	130 975	10 444	120 531	0.044300	0.599445	0.043324
80-84	39 377	48 207	154 954	9 092	145 862	0.018355	0.360022	0.067304
85-89	0	18 876	157 504	899	156 605	0.000000	2.191803	0.104348
90 o más	0	0	224 387	0	224 387	0.000000	0.000000	0.200660

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.17 a 3.19 y B.1.

Cuadro 3.22. México: Esperanzas de vida activa, 2009-2011
(Método de transición con igual mortalidad)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:			Para un inactivo de edad *x* en la:			Total
	Actividad	Inactividad	% actividad	Actividad	Inactividad	% actividad	
	(1)	(2)	(3)[a]	(4)	(5)	(6)[b]	(7)
			Hombres				
12	43.94	17.38	71.7	42.88	18.43	69.9	61.32
15	43.61	14.81	74.6	42.27	16.15	72.4	58.42
20	41.00	12.76	76.3	39.60	14.17	73.6	53.76
25	37.19	12.14	75.4	36.14	13.18	73.3	49.33
30	33.05	11.95	73.4	31.95	13.05	71.0	44.99
35	28.75	11.91	70.7	27.81	12.85	68.4	40.66
40	24.48	11.85	67.4	23.48	12.84	64.6	36.33
45	20.20	11.85	63.0	19.28	12.76	60.2	32.05
50	16.00	11.88	57.4	14.86	13.02	53.3	27.88
55	12.03	11.87	50.3	10.69	13.20	44.7	23.89
60	8.74	11.41	43.4	7.25	12.90	36.0	20.15
65	6.43	10.27	38.5	4.79	11.90	28.7	16.70
70	4.50	9.07	33.2	3.07	10.51	22.6	13.58
75	3.12	7.70	28.9	1.59	9.24	14.7	10.83
80	1.73	6.72	20.5	0.68	7.78	8.0	8.45
85	1.74	4.71	27.0	0.00	6.45	0.0	6.45
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	24.44	42.45	36.5	23.42	43.48	35.0	66.89
15	24.24	39.72	37.9	23.16	40.80	36.2	63.96
20	23.05	36.07	39.0	21.81	37.31	36.9	59.12
25	20.77	33.53	38.3	19.17	35.13	35.3	54.30
30	18.07	31.41	36.5	16.53	32.96	33.4	49.48
35	15.42	29.27	34.5	13.89	30.80	31.1	44.69
40	12.98	26.98	32.5	11.35	28.60	28.4	39.95
45	10.15	25.15	28.8	8.48	26.82	24.0	35.30
50	7.78	23.00	25.3	6.11	24.67	19.9	30.78
55	5.87	20.56	22.2	4.07	22.37	15.4	26.44
60	4.16	18.15	18.6	2.68	19.63	12.0	22.31
65	2.96	15.50	16.0	1.56	16.90	8.5	18.46
70	2.18	12.76	14.6	0.83	14.11	5.6	14.94
75	1.89	9.92	16.0	0.42	11.39	3.5	11.81
80	2.17	6.93	23.9	0.12	8.98	1.3	9.10
85	0.44	6.39	6.4	0.00	6.82	0.0	6.82
90	0.00	0.00	0.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.17 a 3.20 y B.1.

Cuadro 3.23. México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición con mortalidad distinta por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intertanual)

Grupo de edad	Transiciones						Probabilidades prospectivas			
	Activo a:			Inactivo a:			Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Muerte (3)	Activo (4)	Inactivo (5)	Muerte (6)	Activo (7)	Inactivo (8)	Activo (9)	Inactivo (10)
					Hombres					
12-14	117 928	113 056	111	220 078	1 487 444	983	0.510301	0.489219	0.128813	0.870611
15-19	998 716	285 864	1 816	528 753	1 204 230	1 895	0.776367	0.222221	0.304778	0.694130
20-24	1 567 898	141 614	3 596	225 944	309 393	1 381	0.915236	0.082665	0.420973	0.576454
25-29	1 694 929	78 316	4 518	75 237	56 632	1 078	0.953405	0.044053	0.565917	0.425974
30-34	1 805 276	49 801	5 226	50 340	38 250	1 348	0.970420	0.026770	0.559719	0.425293
35-39	1 991 611	73 560	6 411	52 866	32 418	1 862	0.961396	0.035509	0.606637	0.371996
40-44	1 881 528	61 874	7 293	55 199	36 890	2 040	0.964542	0.031719	0.586419	0.391909
45-49	1 595 840	62 574	8 157	54 902	32 869	2 317	0.957559	0.037547	0.609426	0.364854
50-54	1 296 370	74 286	9 538	70 684	63 089	2 942	0.939267	0.053823	0.517017	0.461464
55-59	855 576	111 975	9 744	78 098	113 865	4 415	0.875453	0.114576	0.397692	0.579826
60-64	507 026	124 452	9 604	77 427	194 430	5 973	0.790891	0.194128	0.278685	0.699816
65-69	290 944	86 524	9 162	61 483	229 080	7 559	0.752513	0.223790	0.206234	0.768410
70-74	179 172	74 207	9 423	52 922	222 166	10 094	0.681776	0.282368	0.185573	0.779032
75-79	100 377	46 022	8 736	31 725	210 397	12 302	0.647030	0.296658	0.124693	0.826954
80-84	27 003	26 004	5 328	12 974	126 456	9 705	0.462895	0.445770	0.086995	0.847930
85-89	0	16 888	3 522	0	78 400	7 352	0.000000	0.827438	0.000000	0.914264

Cuadro 3.23
(Concluye)

Grupo de edad	Transiciones						Probabilidades prospectivas			
	Activa a:			Inactiva a:			Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Muerte (3)	Activa (4)	Inactiva (5)	Muerte (6)	Activa (7)	Inactiva (8)	Activa (9)	Inactiva (10)
					Mujeres					
12-14	32 927	43 328	14	101 728	1 667 560	609	0.431722	0.568095	0.057477	0.942179
15-19	324 532	254 267	172	371 653	1 875 587	1 259	0.560532	0.439171	0.165289	0.834151
20-24	763 672	289 098	412	370 744	955 117	1 077	0.725109	0.274500	0.279398	0.719790
25-29	906 927	240 636	476	275 195	804 744	1 091	0.789979	0.209606	0.254567	0.744423
30-34	927 403	257 965	560	313 654	902 185	1 572	0.782006	0.217522	0.257640	0.741069
35-39	1 027 663	312 100	794	295 962	899 499	2 384	0.766594	0.232814	0.247079	0.750931
40-44	1 043 412	242 575	1 043	278 744	752 598	3 194	0.810713	0.188477	0.269439	0.727474
45-49	809 457	235 630	1 221	208 634	726 904	4 513	0.773632	0.225201	0.221939	0.773260
50-54	611 952	213 316	1 352	184 382	784 822	6 836	0.740306	0.258058	0.188908	0.804088
55-59	356 364	139 023	1 119	104 018	659 228	7 830	0.717744	0.280003	0.134900	0.854946
60-64	189 054	106 940	934	90 521	637 151	10 558	0.636700	0.360155	0.122619	0.863079
65-69	90 646	64 148	659	54 734	577 208	13 619	0.583109	0.412652	0.084785	0.894118
70-74	49 232	41 696	592	27 588	503 084	17 030	0.537937	0.455594	0.050370	0.918536
75-79	24 990	19 796	501	11 794	349 261	17 569	0.551814	0.437123	0.031150	0.922448
80-84	9 910	4 242	341	3 536	227 852	16 950	0.683778	0.292693	0.014239	0.917508
85-89	0	6 455	198	0	129 556	14 963	0.000000	0.970239	0.000000	0.896463

Fuente: Elaborado con base en los cuadros C.6 y 3.14.

$$_5S_{40}^{aa}=\frac{_5O_{40}^{aa}}{_5O_{40}^{a\bullet}}=\frac{1\,043\,412}{1\,287\,030}=0.810713 \qquad _5S_{40}^{ai}=\frac{_5O_{40}^{ai}}{_5O_{40}^{a\bullet}}=\frac{242\,575}{1\,287\,030}=0.188477$$

$$_5S_{40}^{ia}=\frac{_5O_{40}^{ia}}{_5O_{40}^{i\bullet}}=\frac{278\,744}{1\,034\,536}=0.269439 \qquad _5S_{40}^{ii}=\frac{_5o_{40}^{ii}}{_5O_{40}^{i\bullet}}=\frac{752\,598}{1\,034\,536}=0.727474$$

y por (3.43')

$$_5\mathbf{P}_{40}=\left[_5\mathbf{S}_{40}\right]^5=\begin{pmatrix} 0.810713 & 0.188477 \\ 0.269439 & 0.727474 \end{pmatrix}^5=\begin{pmatrix} 0.604449 & 0.388785 \\ 0.555792 & 0.432745 \end{pmatrix}$$

Los resultados se muestran en las primeras cuatro columnas del cuadro 3.24, donde además incluimos las probabilidades con la misma mortalidad y la desviación absoluta proporcional —en las últimas cuatro columnas— calculada como:

$$\frac{\left\|_np_x^{jk}(\text{mortalidad distinta})-\,_np_x^{jk}(\text{mortalidad igual})\right\|}{\frac{1}{2}\left[_np_x^{jk}(\text{mortalidad igual})+\,_np_x^{jk}(\text{mortalidad })\right]}\times 100 \qquad \text{con} \qquad j,k=i,a \qquad (3.49)$$

Se advierte que, entre las 126 probabilidades (63 para cada sexo, porque omitimos $_5p_{85}^{aa}$ pues es nula), solo en 9 (2 en hombres y 7 en mujeres) la desviación absoluta proporcional excede 5%, todas en la vejez, y apenas en 3 (1 en hombres y 2 en mujeres) rebasa 10%. En suma, podemos considerar las diferencias menores, lo cual se debe a la particular estructura etaria de participación y de incidencia de la mortalidad diferencial (véase anexo B).

3.5 Comparación de los distintos resultados

Cabe preguntarse si las diferencias entre los resultados de las perspectivas de movimiento y transición son significativas. Entre los distintos indicadores que hemos visto a lo largo de este trabajo, las tasas deben ser los más adecuados para la comparación, pues ha sido a partir de ellas que hemos derivado las tablas de vida activa. Debido a la escasa diferencia en los resultados al suponer continuidad de la mortalidad o distinto riesgo de fallecer, retenemos el caso de igual mortalidad.

Así, en el cuadro 3.25 se contrastan las tasas del enfoque de movimiento (cuadro 3.1) con aquellas de la perspectiva de transición (columnas 1 y 2 del cuadro 3.17), las cuales —al menos en el plano teórico— debieran ser similares, dado el supuesto de un solo movimiento o ninguno en el periodo intertrimestral.

La comparación en el cuadro 3.25 indica que tal similitud está lejos de verificarse: en todos los grupos de edad y ambos sexos (excepto en mujeres de 85–89 años), las de movimiento (columnas 1 y 2 del cuadro) son más del doble que las de transición (columnas 3 y 4), como se advierte en las dos últimas columnas. En realidad, es tal la movilidad intertrimestral

Cuadro 3.24. México: Probabilidades de transición con mortalidad distinta e igual y desviación absoluta proporcional, 2009-2011

Grupo de edad	Con mortalidad distinta				Con mortalidad igual				Desviación absoluta proporcional (%)*			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	Activo (7)	Inactivo (8)	Activo (9)	Inactivo (10)	Activo (11)	Inactivo (12)
						Hombres						
12-14	0.25207	0.74638	0.19653	0.80178	0.25201	0.74627	0.19651	0.80177	0.02	0.02	0.01	0.00
15-19	0.58421	0.40917	0.56118	0.43279	0.58457	0.40931	0.56120	0.43268	0.06	0.03	0.00	0.02
20-24	0.83188	0.15744	0.80174	0.18667	0.83164	0.15745	0.80222	0.18688	0.03	0.01	0.06	0.11
25-29	0.91599	0.07003	0.89961	0.07756	0.91578	0.07024	0.90741	0.07861	0.02	0.30	0.86	1.35
30-34	0.94063	0.04360	0.91156	0.05283	0.94058	0.04393	0.92986	0.05465	0.01	0.76	1.99	3.38
35-39	0.92863	0.05260	0.89864	0.05552	0.92965	0.05315	0.92488	0.05791	0.11	1.03	2.88	4.22
40-44	0.92986	0.04855	0.89764	0.05332	0.93019	0.04905	0.92351	0.05573	0.04	1.02	2.84	4.42
45-49	0.91722	0.05452	0.88486	0.05664	0.91749	0.05509	0.91328	0.05930	0.03	1.05	3.16	4.60
50-54	0.87403	0.08755	0.84101	0.09681	0.87325	0.08832	0.86107	0.10051	0.09	0.87	2.36	3.75
55-59	0.74084	0.20201	0.70118	0.21962	0.74062	0.20401	0.71719	0.22744	0.03	0.99	2.26	3.50
60-64	0.55904	0.36077	0.51791	0.38978	0.55750	0.36202	0.52316	0.39635	0.28	0.34	1.01	1.67
65-69	0.45026	0.43450	0.40042	0.48113	0.44907	0.43416	0.40078	0.48245	0.26	0.08	0.09	0.27
70-74	0.34868	0.48517	0.31885	0.51579	0.34804	0.48406	0.31797	0.51413	0.18	0.23	0.28	0.32
75-79	0.25048	0.51085	0.21472	0.56031	0.25246	0.50974	0.21247	0.54974	0.79	0.22	1.06	1.90
80-84	0.11187	0.55908	0.10911	0.59477	0.11396	0.55660	0.10557	0.56499	1.86	0.44	3.29	5.14
85-89	0.00000	0.57813	0.00000	0.63879	0.00000	0.55379	0.00000	0.55379	0.00	4.30	0.00	14.25

Cuadro 3.24

(Comcluye)

Grupo de edad	Con mortalidad distinta				Con mortalidad igual				Desviación absoluta proporcional (%)*			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)	Activa (9)	Inactiva (10)	Activa (11)	Inactiva (12)
						Mujeres						
12-14	0.13942	0.85981	0.08699	0.91200	0.13937	0.85960	0.08698	0.91199	0.04	0.02	0.01	0.00
15-19	0.27996	0.71792	0.27020	0.72724	0.27980	0.71764	0.27017	0.72727	0.06	0.04	0.01	0.00
20-24	0.51198	0.48539	0.49406	0.50257	0.51161	0.48520	0.49406	0.50274	0.07	0.04	0.00	0.03
25-29	0.56697	0.43017	0.52244	0.47348	0.56645	0.43002	0.52258	0.47390	0.09	0.03	0.03	0.09
30-34	0.55881	0.43771	0.51844	0.47644	0.55812	0.43752	0.51864	0.47700	0.12	0.04	0.04	0.12
35-39	0.53123	0.46379	0.49221	0.50002	0.53026	0.46357	0.49267	0.50117	0.18	0.05	0.09	0.23
40-44	0.60445	0.38879	0.55579	0.43275	0.60236	0.38833	0.55641	0.43428	0.35	0.12	0.11	0.35
45-49	0.51810	0.47086	0.46403	0.51732	0.51537	0.47020	0.46508	0.52049	0.53	0.14	0.22	0.61
50-54	0.44704	0.53599	0.39237	0.57951	0.44308	0.53439	0.39331	0.58416	0.89	0.30	0.24	0.80
55-59	0.36500	0.60933	0.29357	0.66358	0.35915	0.60566	0.29412	0.67068	1.62	0.61	0.19	1.07
60-64	0.27396	0.68600	0.23356	0.70515	0.26739	0.67779	0.23337	0.71180	2.43	1.20	0.08	0.94
65-69	0.18903	0.74872	0.15384	0.75333	0.18161	0.73351	0.15331	0.76182	4.00	2.05	0.35	1.12
70-74	0.11807	0.78522	0.08681	0.77403	0.11053	0.75941	0.08609	0.78384	6.59	3.34	0.83	1.26
75-79	0.09591	0.76020	0.05417	0.74048	0.08527	0.71861	0.05311	0.75077	11.75	5.62	1.99	1.38
80-84	0.16826	0.63490	0.03089	0.67525	0.13657	0.57479	0.02930	0.68206	20.79	9.94	5.26	1.00
85-89	0.00000	0.62663	0.00000	0.57898	0.00000	0.58757	0.00000	0.58757	0.00	6.43	0.00	1.47

* Calculadas con la fórmula (3.46) del texto.

Fuente: Elaborado con los cuadros 3.17, 3.22 y B.3.

Cuadro 3.25. Tasas de ingreso y retiro bajo el supuesto de un solo desplazamiento intertrimestral para los enfoques de movimiento y transición por edad y sexo, 2009-2011

Grupo de edad	Enfoque de movimiento		Enfoque de transición		Diferencia		Proporción	
	Ingreso (1)	Retiro (2)	Ingreso (3)	Retiro (4)	Ingreso (5)=(1)-(3)	Retiro (6)=(2)-(4)	Ingreso (7)=(1)/(3)	Retiro (8)=(2)/(4)
				Hombres				
12-14	0.36621	1.97318	0.18253	0.74242	0.18368	1.23076	2.006	2.658
15-19	0.87154	0.85165	0.41641	0.29937	0.45513	0.55229	2.093	2.845
20-24	1.34548	0.33396	0.57884	0.10720	0.76664	0.22677	2.324	3.115
25-29	2.06968	0.15651	0.87711	0.06144	1.19257	0.09507	2.360	2.547
30-34	2.37100	0.11138	0.85857	0.03667	1.51244	0.07471	2.762	3.037
35-39	2.44348	0.11872	0.99985	0.05116	1.44363	0.06756	2.444	2.321
40-44	2.29209	0.11664	0.94089	0.04478	1.35120	0.07186	2.436	2.605
45-49	2.22266	0.14291	1.01787	0.05458	1.20479	0.08833	2.184	2.618
50-54	1.80482	0.20482	0.78385	0.07369	1.02097	0.13113	2.303	2.780
55-59	1.51046	0.30519	0.56342	0.15236	0.94705	0.15283	2.681	2.003
60-64	1.03952	0.52432	0.37546	0.25601	0.66407	0.26831	2.769	2.048
65-69	0.86341	0.68208	0.26851	0.29171	0.59490	0.39037	3.216	2.338
70-74	0.69854	0.94143	0.25025	0.38747	0.44829	0.55396	2.791	2.430
75-79	0.54920	1.07203	0.16459	0.40687	0.38461	0.66516	3.337	2.635
80-84	0.34499	1.48680	0.12746	0.72297	0.21753	0.76383	2.707	2.057
85-89	0.25590	1.73743	0.08160	0.45342	0.17430	1.28401	3.136	3.832
				Mujeres				
12-14	0.17172	2.42319	0.08088	0.88161	0.09084	1.54158	2.123	2.749
15-19	0.50908	1.47263	0.23320	0.65212	0.27588	0.82051	2.183	2.258
20-24	0.77957	0.88750	0.38726	0.37997	0.39231	0.50753	2.013	2.336
25-29	0.76908	0.65950	0.33051	0.26995	0.43857	0.38955	2.327	2.443
30-34	0.76750	0.67321	0.33716	0.28251	0.43034	0.39070	2.276	2.383
35-39	0.79723	0.65182	0.32403	0.30415	0.47320	0.34767	2.460	2.143
40-44	0.81681	0.61972	0.35020	0.24115	0.46660	0.37857	2.332	2.570
45-49	0.77383	0.66659	0.28485	0.28810	0.48898	0.37849	2.717	2.314
50-54	0.66210	0.77915	0.24174	0.33214	0.42036	0.44701	2.739	2.346
55-59	0.54664	0.90958	0.16846	0.35498	0.37819	0.55461	3.245	2.562
60-64	0.42499	1.12012	0.16006	0.48381	0.26493	0.63631	2.655	2.315
65-69	0.33138	1.28555	0.11186	0.56604	0.21951	0.71950	2.962	2.271
70-74	0.25144	1.56935	0.06719	0.63560	0.18425	0.93375	3.742	2.469
75-79	0.17826	1.69604	0.04113	0.59597	0.13713	1.10008	4.334	2.846
80-84	0.10877	1.73931	0.01755	0.35917	0.09122	1.38014	6.197	4.843
85-89	0.09445	2.45344	0.01342	2.18603	0.08103	0.26741	7.040	1.122

Fuente: Cuadro 3.1 para columnas (1) y (2) y cuadro 3.16 para columnas (3) y (4).

en la ENOE de 2009–2011, que al pretender captarla con periodos interanuales se cancelan entradas y salidas, e incluso si se aceptan movimientos multiples (columnas 3 y 4 del cuadro 3.17), de tal suerte que se minimizan los traslados mútliples.

Esto último lo podemos corroborar mediante una simulación sencilla. Supongamos que en un lapso intertrimestral genérico hay efectivamente un movimiento único o ninguno y que las probabilidades de transición son iguales en los cuatro periodos del año. Si esto es así, la conversión de probabilidades interanuales en intertrimestrales mediante (3.48') ofrece las probabilidades invariables en el tiempo.

Considérense los casos de un solo movimiento o ninguno. Para el desplazamiento único de activo al inicio del año a inactivo al final tenemos cuatro trayectorias posibles, siguiendo el orden de su sucesión en los cuatro trimestres, cuya suma es:

$$ {}_n\widetilde{S}_x^{ai}(t,t{+}1) = {}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{ai} + {}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{ai}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii} + {}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{ai}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii} + {}_n\widehat{S}_x^{ai}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii} $$

y para el paso de inactivo a activo:

$$ {}_n\widetilde{S}_x^{ia}(t,t{+}1) = {}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ia} + {}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ia}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa} + {}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ia}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa} + {}_n\widehat{S}_x^{ia}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa} $$

y la cantidad nula, es decir, permanecer en el mismo estado en los cuatro periodos intersemestrales:

$$ {}_n\widetilde{S}_x^{aa}(t,t+1) = {}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa}\,{}_n\widehat{S}_x^{aa} \qquad \text{y} \qquad {}_n\widetilde{S}_x^{ii}(t,t+1) = {}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii}\,{}_n\widehat{S}_x^{ii} $$

En el cuadro 3.26 se comparan estas probabilidades con las realmente captadas por la ENOE para el periodo general interanual (cuadro 3.15), y en las últimas dos columnas se presenta el porcentaje que, de cada una de las probabilidades reales, representan las de la simulación, es decir:

$$ \frac{{}_n\widetilde{S}_x^{jk}(t,t+1)}{{}_n\widehat{S}_x^{jk}(t,t+1)} \times 100 \qquad \text{con} \quad j,k = i,a $$

El resultado es contundente en las últimas columnas del cuadro 3.26: en todos los grupos de edad y ambos sexos, en las probabilidades ${}_n\widehat{S}_x^{ai}(t,t+1)$ y ${}_n\widehat{S}_x^{ia}(t,t+1)$ la ocurrencia de un solo traslado representa 99% o más del potencial número non total de desplazamientos; mientras en ${}_n\widehat{S}_x^{aa}(t,t+1)$ y ${}_n\widehat{S}_x^{ii}(t,t+1)$ la ausencia de cambios de estados comprende al menos 93% en hombres y 94% en mujeres de la posible cuantía par o nula de tránsitos entre actividad e inactividad a lo largo del rango etario. Vemos que nuestra apreciación de la neutralización de movimientos al tomar periodos interanuales es factible.

Cabe mencionar que la discrepancia en los resultados de los enfoques de movimiento y transición inspeccionada aquí es particular de México en una época de inestabilidad laboral.

Es probable que, bajo una oferta más profusa de empleos estables, bien remunerados y con prestaciones, en otras latitudes o en el futuro de México, se advierta una mayor proximidad entre las tablas de vida activa de ambas perspectivas.

La tabla de vida activa de estados múltiples ha sido objeto de diversas extensiones, entre las que se encuentran los trabajos de Markku Nurminen et al. (2004a, 2004b y 2005), cuyo objetivo es predecir las probabilidades de transición mediante modelos logísticos o multinomiales con covariables de diferente tipo. Asimismo, Partida (2014) desagrega a la PEA de la ENOE en formal, informal y desempleada, y mediante la extensión de un modelo para la tabla de mortalidad, interpreta el cambio en el mercado laboral mediante la variación en las esperanzas de vida activa. Estos trabajos superan el objetivo trazado para este libro, que es la construcción de una tabla de vida activa y no de todas sus posibles extensiones. Al lector interesado en los trabajos citados lo remito a las fuentes originales.

Cuadro 3.26. México: Probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011

Grupo de edad	Interanuales				Movimientos mínimos*				Porcentaje que representan los mínimos			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	Activo (7)	Inactivo (8)	Activo (5)	Inactivo (6)	Activo (7)	Inactivo (8)
						Hombres						
12-14	0.51055	0.48945	0.12889	0.87111	0.47596	0.48488	0.12768	0.83316	93.2	99.1	99.1	95.6
15-19	0.77747	0.22253	0.30511	0.69489	0.74129	0.22065	0.30253	0.65941	95.3	99.2	99.2	94.9
20-24	0.91716	0.08284	0.42206	0.57794	0.89835	0.08249	0.42029	0.56055	97.9	99.6	99.6	97.0
25-29	0.95583	0.04417	0.57054	0.42946	0.94041	0.04400	0.56843	0.41598	98.4	99.6	99.6	96.9
30-34	0.97315	0.02685	0.56824	0.43176	0.96399	0.02679	0.56701	0.42377	99.1	99.8	99.8	98.1
35-39	0.96438	0.03562	0.61988	0.38012	0.95013	0.03549	0.61769	0.36793	98.5	99.6	99.6	96.8
40-44	0.96816	0.03184	0.59941	0.40059	0.95621	0.03175	0.59767	0.39028	98.8	99.7	99.7	97.4
45-49	0.96227	0.03773	0.62551	0.37449	0.94688	0.03759	0.62310	0.36137	98.4	99.6	99.6	96.5
50-54	0.94580	0.05420	0.52839	0.47161	0.92896	0.05398	0.52630	0.45664	98.2	99.6	99.6	96.8
55-59	0.88427	0.11573	0.40684	0.59316	0.85868	0.11506	0.40448	0.56926	97.1	99.4	99.4	96.0
60-64	0.80292	0.19708	0.28481	0.71519	0.77414	0.19581	0.28297	0.68698	96.4	99.4	99.4	96.1
65-69	0.77078	0.22922	0.21160	0.78840	0.74699	0.22802	0.21049	0.76452	96.9	99.5	99.5	97.0
70-74	0.70713	0.29287	0.19238	0.80762	0.67877	0.29096	0.19113	0.77860	96.0	99.3	99.3	96.4
75-79	0.68564	0.31436	0.13103	0.86897	0.66573	0.31296	0.13044	0.84824	97.1	99.6	99.6	97.6
80-84	0.50942	0.49058	0.09305	0.90695	0.48531	0.48748	0.09246	0.88033	95.3	99.4	99.4	97.1
85-89	0.64649	0.35351	0.06661	0.93339	0.63545	0.35264	0.06644	0.92164	98.3	99.8	99.8	98.7

Cuadro 3.26
(Concluye)

Grupo de edad	Interanuales				Movimientos mínimos*				Porcentaje que representan los mínimos			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)	Activa (9)	Inactiva (10)	Activa (11)	Inactiva (12)
						Mujeres						
12-14	0.43180	0.56820	0.05750	0.94250	0.41411	0.56541	0.05721	0.92231	95.9	99.5	99.5	97.9
15-19	0.56070	0.43930	0.16538	0.83462	0.52094	0.43471	0.16365	0.79199	92.9	99.0	99.0	94.9
20-24	0.72539	0.27461	0.27963	0.72037	0.68388	0.27185	0.27682	0.67891	94.3	99.0	99.0	94.2
25-29	0.79031	0.20969	0.25482	0.74518	0.76342	0.20844	0.25330	0.71856	96.6	99.4	99.4	96.4
30-34	0.78238	0.21762	0.25797	0.74203	0.75389	0.21623	0.25632	0.71380	96.4	99.4	99.4	96.2
35-39	0.76705	0.23295	0.24757	0.75243	0.73775	0.23141	0.24593	0.72323	96.2	99.3	99.3	96.1
40-44	0.81137	0.18863	0.27027	0.72973	0.78573	0.18756	0.26875	0.70455	96.8	99.4	99.4	96.5
45-49	0.77454	0.22546	0.22301	0.77699	0.74968	0.22423	0.22179	0.75213	96.8	99.5	99.5	96.8
50-54	0.74152	0.25848	0.19024	0.80976	0.71739	0.25709	0.18922	0.78526	96.7	99.5	99.5	97.0
55-59	0.71936	0.28064	0.13628	0.86372	0.70119	0.27952	0.13574	0.84497	97.5	99.6	99.6	97.8
60-64	0.63871	0.36129	0.12440	0.87560	0.61643	0.35941	0.12375	0.85209	96.5	99.5	99.5	97.3
65-69	0.58559	0.41441	0.08661	0.91339	0.56777	0.41264	0.08624	0.89417	97.0	99.6	99.6	97.9
70-74	0.54144	0.45856	0.05199	0.94801	0.52962	0.45724	0.05184	0.93502	97.8	99.7	99.7	98.6
75-79	0.55799	0.44201	0.03267	0.96733	0.55103	0.44129	0.03261	0.95970	98.8	99.8	99.8	99.2
80-84	0.70025	0.29975	0.01528	0.98472	0.69825	0.29962	0.01528	0.98260	99.7	100.0	100.0	99.8
85-89	0.11681	0.88319	0.00702	0.99298	0.11236	0.88132	0.00701	0.98667	96.2	99.8	99.8	99.4

* Cero movimientos para activo-activo e inactivo-inactivo y un movimiento único para activo-inactivo e inactivo-activo.
Fuente: Elaborado con base en los cuadros 3.14 y 3.15.

4. Estimación indirecta

Los métodos indirectos de estimación demográfica han encontrado una creciente acogida entre estudiosos de diversas disciplinas, ya que permiten obtener indicadores confiables cuando la información de base no existe o cuando adolece de deficiencias que pueden dar una idea sesgada de la realidad. Ansley Coale y Paul Demeny (1968), Kenneth Hill y Hania Zoltnik (1986) y Tom Multrie et al. (2013) ofrecen comprensivos compendios de ese tipo de algoritmos de estimación demográfica. Si bien en el ámbito de la mortalidad y la fecundidad, incluso de la migración (Rogers, Little y Raymer, 2010), se han elaborado métodos robustos de estimación indirecta, en el campo de la fuerza de trabajo son inexistentes cuando se desea derivar tasas de ingreso y retiro de la actividad y, en consecuencia, cuando se quiere construir una tabla de vida activa, prescindiendo del supuesto tradicional.

En este capítulo se presentan cinco propuestas para obtener tasas de ingreso y retiro de la actividad por edad y sexo de manera indirecta, o bien, probabilidades de transición entre actividad e inactividad a partir de las proporciones de participación extraídas de censos de población o encuestas de hogares por muestreo. En otros términos, hacer el supuesto de la concurrencia simultánea de entradas y salidas de la actividad sobre todo el rango etario de participación con las meras proporciones de participación.

El primer algoritmo se basa en la liga de dos intervalos etarios consecutivos o en la partición en mitades de uno solo. En la segunda propuesta se establece el intervalo de variación de las probabilidades de transición entre actividad e inactividad y una ponderación arbitraria de los límites extremos. En la tercera alternativa se obtienen las tasas de ingreso y retiro de la actividad a partir de los años brutos de vida activa. La cuarta consiste en un refinamiento que permite adaptar la estimación indirecta a las proporciones de participación observadas en cada edad, y se apoya en los resultados de la tercera alternativa o en la fijación arbitraria de probabilidades de transición iniciales. Finalmente, se ofrece una propuesta para vincular dos observaciones en el tiempo.

4.1 Estimación a partir de proporciones de participación

En (2.14) solamente tenemos una ecuación y dos incógnitas; una estrategia es buscar una segunda ecuación linealmente independiente que nos permita obtener la solución, pues por un teorema de álgebra sabemos que la condición necesaria y suficiente para que un sistema

de ecuaciones lineales simultáneas tenga solución única, es que el número de incógnitas sea igual al de ecuaciones linealmente independientes.

Una alternativa es utilizar la primera ecuación en (2.14) para dos intervalos de edad sucesivos de la misma longitud:

$$\alpha_{x+n} = \alpha_x \, {}_n\hat{p}_x^{aa} + \iota_x \, {}_n\hat{p}_x^{ia} \qquad \text{y} \qquad \alpha_{x+2n} = \alpha_{x+n} \, {}_n\hat{p}_x^{aa} + \iota_{x+n} \, {}_n\hat{p}_x^{ia} \tag{4.1}$$

cuya solución es:

$${}_n\hat{p}_x^{aa} = \frac{\alpha_{x+n}\,\iota_{x+n} - \alpha_{x+2n}\,\iota_x}{\alpha_x - \alpha_{x+n}} \qquad \text{y} \qquad {}_n\hat{p}_x^{ia} = \frac{\alpha_x\,\alpha_{x+2n} - \alpha_{x+n}^2}{\alpha_x - \alpha_{x+n}} \tag{4.2}$$

Podemos asignar las probabilidades resultantes solo al primero de ambos grupos de edades (de x a $x+n$), hacerlo del primero al antepenúltimo intervalos, y adoptar el enfoque tradicional para los dos últimos porque ${}_n\hat{p}_{\theta-2n}^{ia} = {}_n\hat{p}_{\theta-n}^{ia} = 0$. Otra posibilidad es dividir el intervalo genérico de n años en dos subintervalos de igual longitud de $n/2$ cada uno y definir por:

${}_n\rho_x^{aa}$ la probabilidad que un activo a la edad exacta x o $x+n/2$ tiene de encontrarse en la actividad $n/2$ años después, en ausencia de mortalidad.

${}_n\rho_x^{ai}$ la probabilidad que un activo a la edad exacta x o $x+n/2$ tiene de encontrarse en la inactividad $n/2$ años después, en ausencia de mortalidad.

${}_n\rho_x^{ia}$ la probabilidad que un inactivo a la edad exacta x o $x+n/2$ tiene de encontrarse en la actividad $n/2$ años después, en ausencia de mortalidad.

${}_n\rho_x^{ii}$ la probabilidad que un inactivo a la edad exacta x o $x+n/2$ tiene de encontrarse en la inactividad $n/2$ años después, en ausencia de mortalidad.

Con lo cual, si se aplica la primera ecuación en (2.14) para ambos semintervalos, se tienen las dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas:

$$\alpha_{x+n/2} = \alpha_x \, {}_n\rho_x^{aa} + \iota_x \, {}_n\rho_x^{ia} \qquad \text{y} \qquad \alpha_{x+n} = \alpha_{x+n/2} \, {}_n\rho_x^{aa} + \iota_{x+n/2} \, {}_n\rho_x^{ia}$$

¿Cómo obtener $\alpha_{x+n/2}$? Simplemente suponer que es igual a la proporción observada para el intervalo, como en el supuesto (2.4) que utilizamos para determinar las proporciones instantáneas. Nuestro sistema de ecuaciones lineales simultáneas es ahora:

$${}_nA_x = \alpha_x \, {}_n\rho_x^{aa} + \iota_x \, {}_n\rho_x^{ia} \qquad \alpha_{x+n} = {}_nA_x \, {}_n\rho_x^{aa} + {}_nI_x \, {}_n\rho_x^{ia} \tag{4.3}$$

cuya solución por analogía con (4.2) es:

$${}_n\rho_x^{aa} = \frac{{}_nA_x \, {}_nI_x - \alpha_{x+n}\,\iota_x}{\alpha_x - {}_nA_x} \qquad \text{y} \qquad {}_n\rho_x^{ia} = \frac{\alpha_x\,\alpha_{x+n} - {}_nA_x^2}{\alpha_x - {}_nA_x} \tag{4.4}$$

Si juntamos los dos semi intervalos de edad:

$$ {}_n\hat{p}_x^{aa} = {}_n\rho_x^{aa}\ {}_n\rho_x^{aa} + {}_n\rho_x^{ai}\ {}_n\rho_x^{ia} $$

y extendemos (2.9) a las probabilidades del semi intervalo:

$$ {}_n\rho_x^{aa} + {}_n\rho_x^{ai} = 1 \qquad \text{y} \qquad {}_n\rho_x^{ia} + {}_n\rho_x^{ii} = 1 $$

al usar las propiedades de cerradura (2.3) ($\alpha_x + \iota_x = 1$) y (1.3) (${}_nA_x + {}_nI_x = 1$), y despejar en (2.9) y (2.14) tenemos:

$$ {}_n\hat{p}_x^{aa} = \alpha_{x+n} + \iota_x \left(\frac{\alpha_{x+n} - {}_nA_x}{\alpha_x - {}_nA_x}\right)^2 \qquad {}_n\hat{p}_x^{ai} = 1 - {}_n\hat{p}_x^{aa} $$

$$ {}_n\hat{p}_x^{ia} = \frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x\ {}_n\hat{p}_x^{aa}}{\iota_x} \qquad {}_n\hat{p}_x^{ii} = 1 - {}_n\hat{p}_x^{ia} $$

Apliquemos (4.2) a los grupos masculinos 15–19 y 20–24 de México en 2010 (cuadro 2.1):

$$ {}_5\hat{p}_{15}^{aa} = \frac{\alpha_{20}\,\iota_{20} - \alpha_{25}\,\iota_{15}}{\alpha_{15} - \alpha_{20}} = \frac{0.63308 \times 0.36692 - 0.88093 \times 0.76413}{0.23587 - 0.63308} = 1.10988 $$

Un caso aberrante, porque una probabilidad debe ser menor o igual a uno. Si ahora aplicamos (4.4) al intervalo 40–44 femenino:

$$ {}_5\hat{p}_{40}^{aa} = \alpha_{45} + \iota_{40} \left(\frac{\alpha_{45} - {}_5A_{40}}{\alpha_{40} - {}_5A_{40}}\right)^2 = 0.52977 + 0.45966 \left(\frac{0.52977 - 0.54347}{0.54034 - 0.54347}\right)^2 = 9.30857 $$

tenemos otra vez un caso aberrante. En los cuadros 4.1 y 4.2, se muestran los resultados que se obtienen al aplicar (4.2) y (4.4), respectivamente. Se podrá observar que solo para los intervalos 25–34 y 30–39 años masculinos, y 15–24, 20–29, 25–34 y 70–74 años femeninos la estimación es correcta cuando se usan dos grupos quinquenales adyacentes (renglones con "sí" en la columna 5 del cuadro 4.1). En cambio, la estimación es válida en cinco grupos masculinos y en seis femeninos cuando se divide el grupo de edad en dos semi intervalos de igual longitud (renglones con "sí" en la columna 5 del cuadro 4.2).

4.1.1 Rango de variación de las probabilidades

El problema con las estimaciones anteriores, en los cuadros 4.1 y 4.2, es que en ninguna de ambas alternativas impusimos la restricción de que las probabilidades ${}_n\hat{p}_x^{aa}$ y ${}_n\hat{p}_x^{ia}$ caigan dentro de los límites entre los que pueden variar. Contrario a lo que se pudiera pensar, las probabilidades de transición no necesariamente fluctúan entre cero y uno, sino que, generalmente, oscilan en un intervalo más estrecho, como veremos a continuación.

En el acápite 3.4 llegamos a las fórmulas (3.40):

Cuadro 4.1. México: Probabilidades de transición al estado puro estimadas mediante la liga de grupos quinquenales de edad adyacentes, 2010

Grupo de edad	Activo a:		Inactivo a:		¿Estimación correcta?
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)
			Hombres		
15-24	1.10988	-0.10988	0.48590	0.51410	No
20-29	1.00259	-0.00259	0.67102	0.32898	No
25-34	0.98255	0.01745	0.81929	0.18071	Sí
30-39	0.97601	0.02399	0.99027	0.00973	Sí
35-44	1.58677	-0.58677	-24.42472	25.42472	No
40-49	1.05558	-0.05558	-2.50397	3.50397	No
45-54	1.01642	-0.01642	-1.17570	2.17570	No
50-59	1.02468	-0.02468	-1.34562	2.34562	No
55-64	0.93430	0.06570	-0.37549	1.37549	No
60-69	0.85595	0.14405	-0.01192	1.01192	No
65-74	0.88173	0.11827	-0.07267	1.07267	No
70-79	0.92867	0.07133	-0.14232	1.14232	No
75-84	0.83761	0.16239	-0.05218	1.05218	No
80-89	0.75616	0.24384	0.00000	1.00000	
			Mujeres		
15-24	0.97366	0.02634	0.24394	0.75606	Sí
20-29	0.66702	0.33298	0.38480	0.61520	Sí
25-34	0.63888	0.36112	0.41012	0.58988	Sí
30-39	1.07395	-0.07395	-0.05832	1.05832	No
35-44	0.11160	0.88840	1.02133	-0.02133	No
40-49	2.54381	-1.54381	-1.83775	2.83775	No
45-54	1.22828	-0.22828	-0.35563	1.35563	No
50-59	1.04087	-0.04087	-0.18021	1.18021	No
55-64	0.85395	0.14605	-0.05023	1.05023	No
60-69	0.78096	0.21904	-0.01578	1.01578	No
65-74	0.77610	0.22390	-0.01425	1.01425	No
70-79	0.70855	0.29145	0.00010	0.99990	Sí
75-84	0.76548	0.23452	-0.00798	1.00798	No
80-89	0.68289	0.31711	0.00000	1.00000	

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 2.1.

Cuadro 4.2. México: Probabilidades de transición al estado puro estimadas mediante la división de los grupos de edad en dos subintervalos, 2010

Grupo de edad	Activo a:		Inactivo a:		¿Estimación correcta?
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)
			Hombres		
12-14	1.84016	-0.84016	0.23587	0.76413	No
15-19	1.13215	-0.13215	0.47903	0.52097	No
20-24	0.93850	0.06150	0.78162	0.21838	Sí
25-29	0.96650	0.03350	0.93804	0.06196	Sí
30-34	0.97717	0.02283	0.95999	0.04001	Sí
35-39	1.00594	-0.00594	-0.25551	1.25551	No
40-44	1.05251	-0.05251	-2.37743	3.37743	No
45-49	1.52881	-0.52881	-18.55523	19.55523	No
50-54	1.04583	-0.04583	-1.78080	2.78080	No
55-59	1.48134	-0.48134	-6.24778	7.24778	No
60-64	0.81019	0.18981	0.20036	0.79964	Sí
65-69	0.88305	0.11695	-0.07579	1.07579	No
70-74	0.84499	0.15501	-0.01816	1.01816	No
75-79	1.14304	-0.14304	-0.35453	1.35453	No
80-84	0.52720	0.47280	0.14667	0.85333	Sí
85-89	35.80638	-34.80638	-15.00062	16.00062	No
			Mujeres		
12-14	2.99465	-1.99465	0.09706	0.90294	No
15-19	1.48107	-0.48107	0.18940	0.81060	No
20-24	0.56835	0.43165	0.43012	0.56988	Sí
25-29	0.51936	0.48064	0.51766	0.48234	Sí
30-34	11.47624	-10.47624	-11.25847	12.25847	No
35-39	0.60477	0.39523	0.46805	0.53195	Sí
40-44	9.30857	-8.30857	-9.78976	10.78976	No
45-49	3.14470	-2.14470	-2.51472	3.51472	No
50-54	1.21685	-0.21685	-0.34493	1.34493	No
55-59	1.16739	-0.16739	-0.26819	1.26819	No
60-64	0.53455	0.46545	0.10051	0.89949	Sí
65-69	0.94483	0.05517	-0.06744	1.06744	No
70-74	0.39775	0.60225	0.06610	0.93390	Sí
75-79	0.85974	0.14026	-0.02135	1.02135	No
80-84	0.38567	0.61433	0.02871	0.97129	Sí
85-89	21.27655	-20.27655	-1.36180	2.36180	No

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 2.1.

$$
\begin{aligned}
&{}_n m_x^{ai} = {}_n\hat{p}_x^{ai}\ {}_n B_x \qquad \text{y} \qquad {}_n m_x^{ia} = {}_n\hat{p}_x^{ia}\ {}_n B_x \\
&\text{con} \qquad {}_n B_x = \tfrac{{}_n\gamma_x}{1-e^{-n\,{}_n\gamma_x}} = -\tfrac{1}{n}\,\tfrac{\ln\left\{1-{}_n\hat{p}_x^{ai}-{}_n\hat{p}_x^{ia}\right\}}{{}_n\hat{p}_x^{ai}+{}_n\hat{p}_x^{ia}}
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

El valor de ${}_n B_x$ existe si y solo si el argumento del logaritmo natural en el numerador de (4.5) es estrictamente positivo:

$$1 - {}_n\hat{p}_x^{ai} - {}_n\hat{p}_x^{ia} = {}_n\hat{p}_x^{aa} - {}_n\hat{p}_x^{ia} > 0$$

o bien,

$${}_n\hat{p}_x^{aa} > {}_n\hat{p}_x^{ia} = \frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x\ {}_n\hat{p}_x^{aa}}{\iota_x}$$

donde la igualdad se obtiene despejando ${}_n\hat{p}_x^{ia}$ en la primera ecuación de (2.14); al despejar en la ecuación anterior:

$${}_n\hat{p}_x^{aa}\left(\iota_x + \alpha_x\right) > \alpha_{x+n}$$

Por la condición de cerradura (2.3):

$${}_n\hat{p}_x^{aa} > \alpha_{x+n}$$

es decir, α_{x+n} es la cota inferior de ${}_n\hat{p}_x^{aa}$. Si despejamos nuevamente ${}_n\hat{p}_x^{ia}$ en la primera ecuación de (2.14) y utilizamos el primer principio de cerradura en (2.9) $\left({}_n\hat{p}_x^{aa} = 1 - {}_n\hat{p}_x^{ai}\right)$:

$${}_n\hat{p}_x^{ia} = \frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x\left(1 - {}_n\hat{p}_x^{ai}\right)}{\iota_x} = \frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x + \alpha_x\ {}_n\hat{p}_x^{ai}}{\iota_x}$$

y despejamos:

$${}_n\hat{p}_x^{ai} = \frac{\alpha_x - \alpha_{x+n} + \iota_x\ {}_n\hat{p}_x^{ia}}{\alpha_x}$$

Este resultado es particularmente importante, pues muestra que conforme una de las probabilidades de transición de cambio de estado (actividad-inactividad o inactividad-actividad) aumenta, la probabilidad en el sentido inverso también se incrementa, ya que en las dos igualdades ambas probabilidades tienen signo positivo. Podemos concluir que, en el método tradicional de construcción de tablas de vida activa, al suponer que en un intervalo solo hay ingresos a la actividad o solo hay retiros, pero no ocurren ambos de manera simultánea, las probabilidades ${}_n\hat{p}_x^{ai}$ y ${}_n\hat{p}_x^{ia}$ alcanzan su valor mínimo. Si en un intervalo ascendente ($\alpha_{x+n} > \alpha_x$) aceptamos la presencia de retiros de la actividad, la probabilidad ${}_n\hat{p}_x^{ai}$ es estrictamente mayor que cero y ${}_n\hat{p}_x^{aa}$ estrictamente menor que uno. Si aceptamos ingresos a la actividad en un intervalo de edades descendente, la probabilidad ${}_n\hat{p}_x^{ai}$ aumenta y es estrictamente mayor que su valor en (2.17):

$${}_n\hat{p}_x^{ai} > 1 - \frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x}$$

de donde:

$$ {}_n\hat{p}_x^{aa} = 1 - {}_n\hat{p}_x^{ai} < \frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x} $$

Podemos establecer entonces el intervalo de variación para ${}_n\hat{p}_x^{aa}$:

$$ \alpha_{x+n} < {}_n\hat{p}_x^{aa} \leq \min\left\{1, \frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x}\right\} = {}_n\Pi_x^{aa} $$

Siguiendo pasos análogos para las restantes tres probabilidades:

$$ \begin{aligned} {}_n\pi_x^{aa} &= \alpha_{x+n} < {}_n\hat{p}_x^{aa} \leq \min\left\{1, \tfrac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x}\right\} = {}_n\Pi_x^{aa} \\ {}_n\pi_x^{ai} &= \max\left\{0, 1-\tfrac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x}\right\} \leq {}_n\hat{p}_x^{ai} < \iota_{x+n} = {}_n\Pi_x^{ai} \\ {}_n\pi_x^{ia} &= \max\left\{0, 1-\tfrac{\iota_{x+n}}{\iota_x}\right\} \leq {}_n\hat{p}_x^{ia} < \alpha_{x+n} = {}_n\Pi_x^{ia} \\ {}_n\pi_x^{ii} &= \iota_{x+n} < {}_n\hat{p}_x^{ii} \leq \min\left\{1, \tfrac{\iota_{x+n}}{\iota_x}\right\} = {}_n\Pi_x^{ii} \end{aligned} \tag{4.6} $$

La propuesta es estimar las probabilidades como una media ponderada de sus cotas:

$$ \begin{aligned} {}_n\hat{p}_x^{aa} &= {}_nw_x^{aa}\ {}_n\pi_x^{aa} + (1 - {}_nw_x^{aa})\ {}_n\Pi_x^{aa} && 0 \leq {}_nw_x^{aa} < 1 \\ {}_n\hat{p}_x^{ai} &= (1 - {}_nw_x^{ai})\ {}_n\pi_x^{ai} + {}_nw_x^{ai}\ {}_n\Pi_x^{ai} && 0 \leq {}_nw_x^{ai} < 1 \\ {}_n\hat{p}_x^{ia} &= (1 - {}_nw_x^{ia})\ {}_n\pi_x^{ia} + {}_nw_{xn}^{ia}\Pi_x^{ia} && 0 \leq {}_nw_x^{ia} < 1 \\ {}_n\hat{p}_x^{ii} &= {}_nw_x^{ii}\ {}_n\pi_x^{ii} + (1 - {}_nw_x^{ii})\ {}_n\Pi_x^{ii} && 0 \leq {}_nw_x^{ii} < 1 \end{aligned} \tag{4.7} $$

Al haber partido de (4.5) para determinar el mínimo de las cuatro probabilidades, es claro que ninguna puede alcanzar la cota superior, pues el logaritmo de cero no está definido; entonces los ponderadores nunca pueden ser iguales a uno. Las desigualdades estrictas en los ponderadores se deben a que el argumento en el logaritmo de ${}_nB_x$ debe ser estrictamente positivo.

Tomemos la probabilidad de activo a activo para un intervalo ascendente, donde la cota superior ${}_n\Pi_x^{aa}$ vale uno:

$$ {}_nw_x^{aa} = \frac{1 - {}_n\hat{p}_x^{aa}}{1 - \alpha_{x+n}} = \frac{{}_n\hat{p}_x^{ai}}{\iota_{x+n}} $$

y para la probabilidad de inactivo a activo, como la cota inferior en un intervalo ascendente es ${}_n\pi_x^{ia} = 1 - \iota_{x+n}/\iota_x$:

$$ {}_nw_x^{ia} = \frac{{}_n\hat{p}_x^{ia} - 1 + \frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}}{\alpha_{x+n} - 1 + \frac{\iota_{x+n}}{\iota_x}} = \frac{\iota_x\ {}_n\hat{p}_x^{ia} - \iota_x + \iota_{x+n}}{-\iota_x\ \iota_{x+n} + \iota_{x+n}} $$

Por la primera igualdad en (2.14):

$$ {}_nw_x^{ia} = \frac{\alpha_{x+n} - \alpha_x\ {}_n\hat{p}_x^{aa} - \iota_x + \iota_{x+n}}{\iota_{x+n}\ \alpha_x} = \frac{1 - \alpha_x\ {}_n\hat{p}_x^{aa} - \iota_x}{\iota_{x+n}\ \alpha_x} = \frac{\alpha_x - \alpha_x\ {}_n\hat{p}_x^{aa}}{\iota_{x+n}\ \alpha_x} = \frac{{}_n\hat{p}_x^{ai}}{\iota_{x+n}} = {}_nw_x^{aa} $$

es decir, que los ponderadores para las probabilidades de transición activo-activo e inactivo-activo son iguales. El lector puede probar fácilmente que:

$$ {}_n w_x^{aa} = {}_n w_x^{ai} = {}_n w_x^{ia} = {}_n w_x^{ii} \tag{4.8} $$

Esta conclusión es válida incluso para un intervalo descendente ($\alpha_x > \alpha_{x+n}$). En efecto, dado que la cota superior para la probabilidad de activo a activo es α_{x+n}/α_x:

$$ {}_n w_x^{aa} = \frac{\frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x} - {}_n\hat{p}_x^{aa}}{\frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x} - \alpha_{x+n}} = \frac{\alpha_{x+n} - {}_n\hat{p}_x^{aa}\,\alpha_x}{\alpha_{x+n} - \alpha_{x+n}\,\alpha_x} = \frac{\alpha_{x+n} - {}_n\hat{p}_x^{aa}\,\alpha_x}{\alpha_{x+n}\,\iota_x} = \frac{{}_n\hat{p}_x^{ia}}{\alpha_{x+n}} $$

donde la última igualdad se tiene a partir de (2.14). Como la cota inferior es cero para la probabilidad de inactivo a activo:

$$ {}_n\hat{p}_x^{ia} = {}_n w_x^{ia}\,\alpha_{x+n} $$

y despejando se tiene que ${}_n w_x^{aa} = {}_n w_x^{ia}$. Nuevamente, el eventual lector puede probar que se cumplen las igualdades (4.8). La idea detrás de la manera como hemos introducido los ponderadores en (4.6) y (4.7), y la propiedad (4.8), es que conforme se aumenta el valor de cualquiera de los ponderadores ${}_n w_x^{ia}$ y ${}_n w_x^{ai}$ se acrecienta la movilidad entre actividad e inactividad. Así, un ponderador nulo nos remite al enfoque tradicional, y un ponderador lo más cercano posible a la unidad maximiza el monto agregado de entradas y salidas.

Dado que a partir de la edad θ nadie es activo:

$$ {}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{aa} = {}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{ia} = 0 \qquad \text{y} \qquad {}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{ai} = {}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{ii} = 1 $$

concluimos que:

$$ {}_n w_{\theta-n}^{aa} = {}_n w_{\theta-n}^{ii} = {}_n w_{\theta-n}^{ai} = {}_n w_{\theta-n}^{ia} = 0 \tag{4.9} $$

es decir, tenemos que adoptar forzosamente el método tradicional para el último intervalo de edades.

Conforme ${}_n\hat{p}_x^{aa}$ se acerca a α_{x+n}, las probabilidades ${}_n\hat{p}_x^{ai}$ y ${}_n\hat{p}_x^{ia}$ se aproximan a su máximo, es decir, nos acercamos progresivamente al caso de la mayor ocurrencia posible de ingresos y de retiros entre las edades x y $x+n$. De la construcción exponencial en (3.7) y (3.8) se tiene que las tasas de ingreso y de retiro pueden aumentar tanto como sea posible:

$$ \lim_{{}_n\hat{p}_x^{aa} \to \alpha_{x+n}} {}_n m_x^{ai} = \lim_{{}_n\hat{p}_x^{aa} \to \alpha_{x+n}} {}_n m_x^{ia} = \infty $$

Si bien pareciera que una tasa nunca debe exceder la unidad, esto no es cierto bajo la óptica exponencial, pues una tasa de ingreso a la actividad mayor que uno significa que un inactivo realiza en promedio más de n entradas en el intervalo de n años, y de la misma manera para un activo con una tasa de salida superior a uno, lo cual es evidente en las tasas de movilidad de las dos últimas columnas del cuadro 3.1.

Hemos establecido el intervalo dentro del que oscila cualquiera de las cuatro probabilidades de transición; sin embargo, los ponderadores se deben fijar de manera arbitraria, o bien, si hay se tiene algún indicio de la movilidad de las personas entre actividad e inactividad. Tal indicio provendría, indudablemente, de una encuesta continua de ocupación o de preguntas retrospectivas en una encuesta (véase el capítulo 3), con lo cual no sería necesario recurrir a la estimación indirecta, pues se dispone de los insumos necesarios para la aplicación del enfoque de estados múltiples.

No obstante, podemos usar la información de encuestas continuas de empleo, en primera instancia, para orientar la selección de los ponderadores. Dadas las propiedades (4.8), es indistinto el análisis con cualquiera de los ponderadores. En el cuadro 4.3 se presentan los rangos de variación para los ponderadores en comparaciones intertrimestrales, intersemestrales e interanuales de la situación de las personas, para los once trienios del periodo 2000–2012 de la ENE-ENOE.[1] En los periodos intertrimestrales e intersemestrales, en todas las edades y ambos sexos, los valores están muy próximos a la unidad, es decir, cerca del monto máximo posible de movimientos entre actividad e inactividad.

Si bien en el caso interanual el rango se amplía y el ponderador mínimo se aleja de uno, aunque el rango de variación se mantiene estrecho y apenas se amplía de 75 a 89 años (última columna del cuadro 4.3), cabe preguntarse por los cuantías de los ponderadores en otras realidades. Entre la escasa información disponible que hemos podido recopilar, tenemos los casos de Dinamarca en 1972–1974 (Hoem y Fong, 1976) y Estados Unidos en 1970 y 1977 (Smith, 1982) y 1979–1980 (Smith, 1986). En las gráficas 4.1 y 4.2 se advierte que, en ambos países, iniciando cerca del punto medio del rango de variación de la probabilidad, conforme la edad aumenta tiende al mínimo de traslados entre actividad e inactividad, es decir, al enfoque tradicional, solo para aumentar en las edades de retiro de la actividad.[2]

Vemos que los ponderadores varían de acuerdo a realidades diferentes, esto es, a mercados laborales disimiles y, sobre todo, en épocas distintas del desarrollo económico.

La situación común es que no tengamos indicio alguno del valor de los ponderadores, es decir, que no tengamos idea, ni aun vaga, del monto de ingresos y retiros de la actividad. Una manera de cubrir todos los posibles escenarios es obtener el ponderador que maximice la incertidumbre, o bien, la varianza de las probabilidades ${}_n\widehat{p}_x^{ai}$ y ${}_n\widehat{p}_x^{ia}$, pues cualquier otro contexto tendría menor fluctuación y sería "más verídico". Veamos por separado los casos ascendente y descendente en las proporciones instantáneas de participación.

i) $\alpha_{x+n} > \alpha_x$

El rango de oscilación de las probabilidades de transición es:

[1] Los trienios son 2000–2002, 2001–2003, 2002–2004,..., 2009–2011 y 2010–2012. La Encuesta Nacional de Empleo (ENE) se levantó hasta el cuarto trimestre de 2004 y se renombró Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE) a partir de 2005, haciendo algunas modificaciones al cuestionario, pero prácticamente se mantuvo el concepto de actividad económica.

[2] En todos los casos utilizamos las ecuaciones (2.14) para los valores de α_x e ι_x iniciando con $\alpha_\beta = 0$ e $\iota_\beta = 1$. Las probabilidades de transición al estado puro se valoraron con (3.7) y (3.8).

Cuadro 4.3. México: Rango de variación del ponderador de las probabilidades de transición para tres distintos periodos de observación, por edad y sexo, 2000-2012

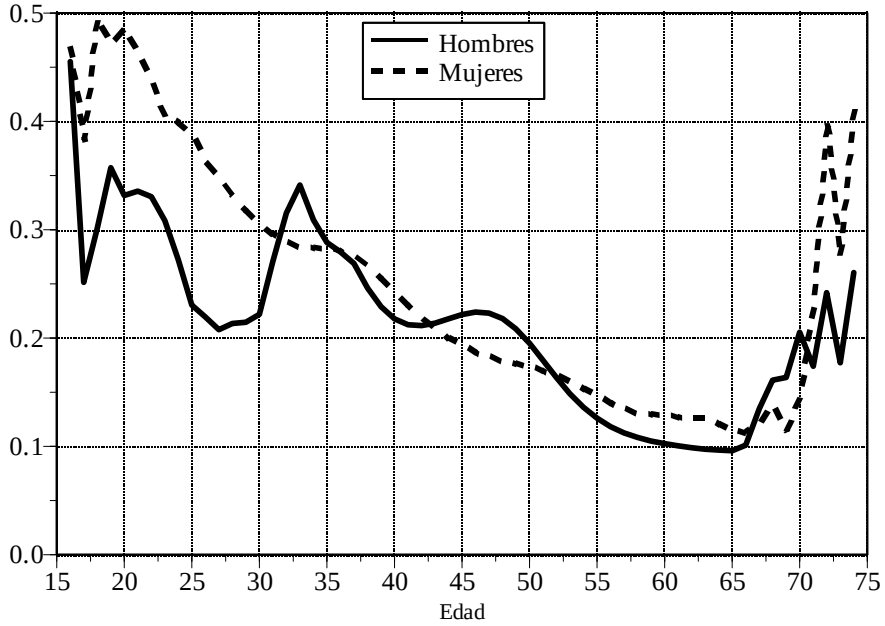
Grupo de edad	Intertrimestral			Intersemestral			Interanual		
	Mínimo (1)	Máximo (2)	Rango (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Rango (6)	Mínimo (7)	Máximo (8)	Rango (9)
				Hombres					
12-14	0.99798	0.99907	0.00109	0.94490	0.96407	0.01916	0.70771	0.78610	0.07839
15-19	0.99951	0.99971	0.00020	0.97676	0.98520	0.00844	0.81250	0.87665	0.06415
20-24	0.99906	0.99947	0.00041	0.96941	0.97958	0.01017	0.82470	0.86151	0.03681
25-29	0.99991	0.99997	0.00006	0.98612	0.99452	0.00840	0.82187	0.90777	0.08590
30-34	0.99997	0.99999	0.00002	0.99405	0.99808	0.00403	0.90021	0.95659	0.05638
35-39	0.99998	1.00000	0.00001	0.99546	0.99848	0.00302	0.90494	0.97489	0.06996
40-44	0.99999	1.00000	0.00000	0.99621	0.99833	0.00212	0.91561	0.97304	0.05742
45-49	0.99997	0.99999	0.00003	0.99390	0.99784	0.00395	0.87183	0.96876	0.09693
50-54	0.99989	0.99996	0.00008	0.99088	0.99546	0.00458	0.86850	0.96374	0.09524
55-59	0.99968	0.99987	0.00019	0.98169	0.99162	0.00993	0.85676	0.92050	0.06374
60-64	0.99926	0.99963	0.00037	0.96843	0.98371	0.01529	0.82902	0.89859	0.06957
65-69	0.99925	0.99949	0.00024	0.96977	0.98224	0.01247	0.82871	0.88707	0.05836
70-74	0.99900	0.99965	0.00066	0.97384	0.98491	0.01106	0.82676	0.90892	0.08215
75-79	0.99927	0.99961	0.00034	0.97308	0.98504	0.01196	0.80424	0.91284	0.10860
80-84	0.99935	0.99984	0.00049	0.96598	0.99138	0.02541	0.57530	0.94620	0.37090
85-89	0.99960	0.99993	0.00034	0.98356	0.99573	0.01217	0.68797	0.99392	0.30595

Cuadro 4.3
(Concluye)

Grupo de edad	Intertrimestral			Intersemestral			Interanual		
	Mínimo (1)	Máximo (2)	Rango (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Rango (6)	Mínimo (7)	Máximo (8)	Rango (9)
				Mujeres					
12-14	0.99909	0.99960	0.00051	0.96032	0.97650	0.01618	0.66480	0.86149	0.19669
15-19	0.99984	0.99994	0.00011	0.98975	0.99299	0.00324	0.89682	0.93779	0.04097
20-24	0.99942	0.99969	0.00026	0.98264	0.98710	0.00446	0.87103	0.92737	0.05634
25-29	0.99878	0.99912	0.00035	0.97425	0.98064	0.00638	0.87126	0.90601	0.03475
30-34	0.99889	0.99928	0.00039	0.97564	0.98179	0.00615	0.87412	0.91458	0.04046
35-39	0.99888	0.99934	0.00046	0.97568	0.97922	0.00354	0.85616	0.91129	0.05513
40-44	0.99883	0.99934	0.00051	0.97246	0.98009	0.00763	0.85783	0.89923	0.04140
45-49	0.99878	0.99921	0.00043	0.97023	0.97919	0.00896	0.83320	0.88705	0.05386
50-54	0.99875	0.99956	0.00081	0.96802	0.98498	0.01696	0.84344	0.91399	0.07055
55-59	0.99911	0.99951	0.00039	0.97434	0.98334	0.00900	0.83381	0.88381	0.05000
60-64	0.99939	0.99977	0.00039	0.97952	0.98418	0.00466	0.85443	0.91210	0.05767
65-69	0.99957	0.99979	0.00023	0.98234	0.98845	0.00611	0.87008	0.94804	0.07796
70-74	0.99965	0.99991	0.00026	0.97750	0.99039	0.01289	0.82754	0.95738	0.12985
75-79	0.99964	0.99988	0.00025	0.98142	0.99247	0.01105	0.83101	0.96501	0.13401
80-84	0.99980	0.99997	0.00017	0.97378	0.99637	0.02259	0.58901	0.97004	0.38104
85-89	0.99996	0.99999	0.00004	0.98378	0.99846	0.01468	0.77830	0.99778	0.21947

Fuente: Elaborado con base en la ENE de 2000 a 2004 y la ENOE de 2005 a 2012.

Gráfica 4.1. Dinamarca: Ponderadores de las probabilidades de transición por edad y sexo, 1972-1974



Fuente: Obtenidos a partir de las tasas de Hoem y Fong (1976).

$$0 \leq {}_n\hat{p}_x^{ai} < \iota_{x+n} \qquad \tfrac{\alpha_{x+n}-\alpha_x}{\iota_x} \leq {}_n\hat{p}_x^{ia} < \alpha_{x+n}$$

de donde:

$${}_n\hat{p}_x^{ai} = (1 - {}_nw_x) \times 0 + {}_nw_x \times \iota_{x+n}$$

y

$${}_n\hat{p}_x^{ia} = (1 - {}_nw_x) \times \frac{\iota_x - \iota_{x+n}}{\iota_x} + {}_nw_x \times \alpha_{x+n}$$

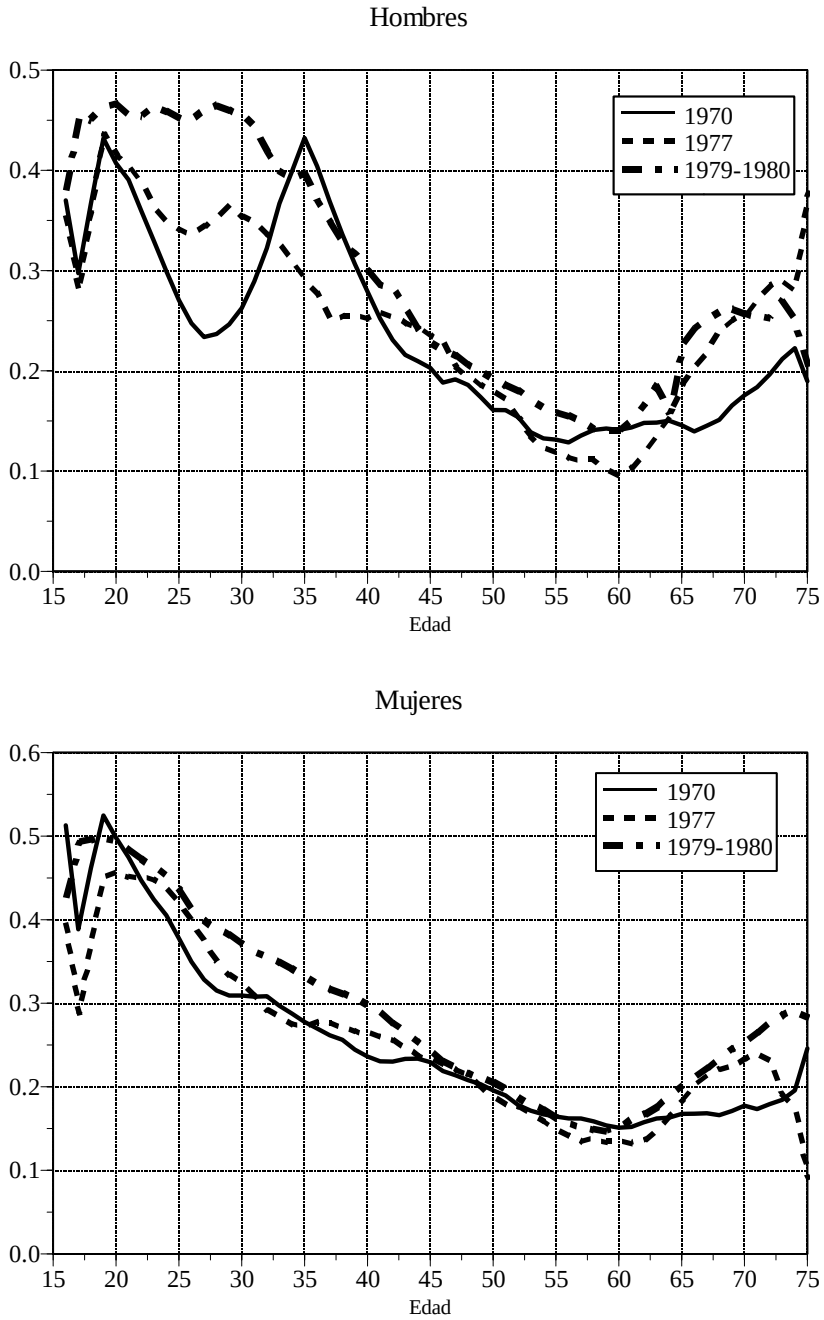
ii) $\alpha_{x+n} < \alpha_x$

Las probabilidades de transición varían como:

$$\tfrac{\alpha_{x+n}-\alpha_x}{\alpha_x} \leq {}_n\hat{p}_x^{ai} < \iota_{x+n} \qquad 0 \leq {}_n\hat{p}_x^{ia} < \alpha_{x+n}$$

o bien:

Gráfica 4.2. Estados Unidos: Ponderadores de las probabilidades de transición por edad y sexo, 1970-1980



Fuente: Obtenidos a partir de las tasas de Smith (1982 y 1986).

$$ {}_n\hat{p}_x^{ai} = (1 - {}_nw_x) \times \frac{\alpha_x - \alpha_{x+n}}{\alpha_x} + {}_nw_x \times \iota_{x+n} $$

y

$$ {}_n\hat{p}_x^{ia} = (1 - {}_nw_x) \times 0 + {}_nw_x \times \alpha_{x+n} $$

Las probabilidades fueron convertidas en tasas de retiro e ingreso de acuerdo con (4.5).

Para analizar la varianza de ambas tasas y los dos tipos de intervalos etarios, inspeccionamos la oscilación en la participación en la actividad de las 32 entidades federativas de México en los censos de 2000 y 2010, específicamente el rango dentro del que fluctúan tanto las proporciones instantáneas α_x, como su distancia entre dos edades sucesivas. Encontramos que los valores de α_x van de 0.02 a 0.98 y los incrementos en intervalos ascendentes o descendentes en decrementos de 0.10 a 0.46. Así, variamos α_x en 0.01 y los acrecentamientos entre edades consecutivas también en 0.01. Tomamos diez mil valores para los ponderadores: el primero de 10^{-8} y los restantes de 0.0001 a 0.9999 aumentando en 0.0001. Para cada valor del ponderador se calcularon las probabilidades para las 3 381 combinaciones de α_x y sus incrementos o decrementos entre edades.

El resultado fue el mismo en ambas tasas y tipos de intervalos etarios: la varianza crece conforme los ponderadores se acercan a uno, es decir, conforme nos aproximamos al máximo posible de entradas y salidas de la actividad. Este hallazgo hace sentido, pues al maximizar los movimientos cubrimos los demás casos, incluso el enfoque tradicional donde se minimizan. Cabe aclarar que la elección de un valor máximo de los ponderadores, para nuestro ejemplo adelante, tan solo descansa en la maximización de la varianza de las tasas de movilidad, y de ninguna manera se basa en la semejanza de los ponderdores con sus valores en la ENE-ENOE de 2000–2012 (cuadro 4.3).

A lo largo del libro hemos supuesto que a partir de 90 años nadie es activo, con lo cual estamos en el caso tradicional; no obstante, esto no afecta la asignación de los ponderadores, pues como $\alpha_\theta = 0$, tenemos que ${}_n\pi_{\theta-n}^{ai} = \max\left\{0, 1 - \frac{\alpha_\theta}{\alpha_{\theta-n}}\right\} = 1$ y ${}_n\pi_{\theta-n}^{ia} = \max\left\{0, 1 - \frac{\iota_\theta}{\iota_{\theta-n}}\right\} = 0$,[3] con lo cual ${}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{ai} = {}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{ii} = 1$ y ${}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{aa} = {}_n\widehat{p}_{\theta-n}^{ia} = 0$ independientemente del valor de los ponderadores. En la gráfica 4.3 se presenta el rango de variación de ${}_n\widehat{p}_x^{aa}$ para los datos del censo de México de 2010 (cuadro 2.1). Es claro que el descenso es más pronunciado en el límite inferior en las edades de retiro (60 años o más) en ambos sexos. Ante la incertidumbre, adoptamos 0.999 para los ponderadores de todas las edades.

En el cuadro 4.4 se presenta la estimación de las probabilidades de transición ${}_n\widehat{p}_x^{ai}$ y ${}_n\widehat{p}_x^{ia}$. Tomemos como ejemplo nuevamente al grupo 40–44 femenino. Por la segunda relación en (4.6):

$$ {}_5\pi_{40}^{ai} = \max\left\{0, 1 - \frac{\alpha_{45}}{\alpha_{40}}\right\} = \max\left\{0, 1 - \frac{0.529772}{0.540337}\right\} = \max\{0, 0.019553\} = 0.019553 $$

[3] Porque $\iota_\theta = 1 > \iota_{\theta-n}$ y por ende $1 - \frac{\iota_\theta}{\iota_\theta - n} < 0$.

Cuadro 4.4. México: Estimación de las probabilidades de transición al estado puro por edad y sexo, 2010

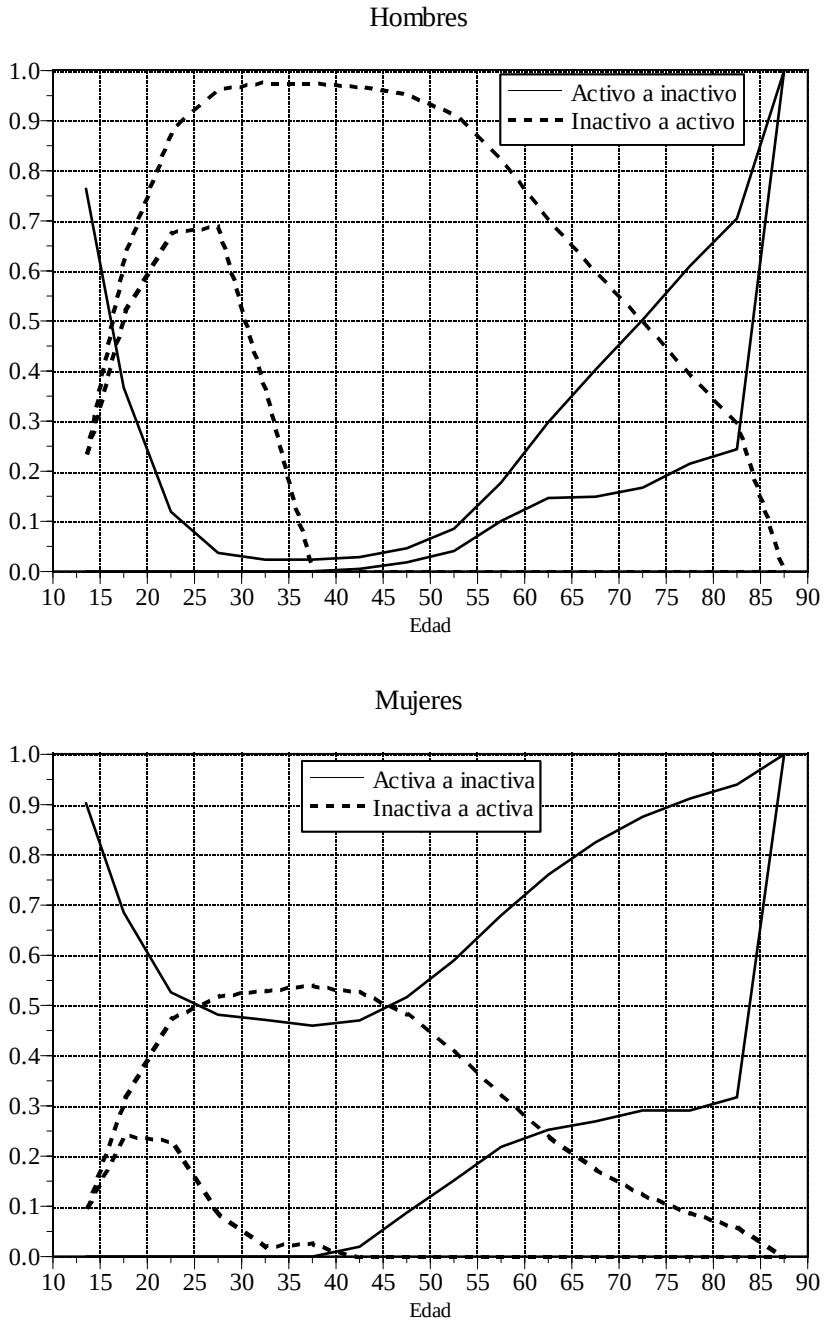
Grupo de edad	Proporciones		Ponderador	Actvo a inactivo			Inactivo a activo		
				Límites			Límites		
	Activo (1)	Inactivo (2)	(3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Probabilidad (6)	Mínimo (7)	Máximo (8)	Probabilidad (9)
				Hombres					
12-14	0.000000	1.000000	0.999	0.000000	0.764131	0.763367	0.235869	0.235869	0.235869
15-19	0.235869	0.764131	0.999	0.000000	0.366919	0.366552	0.519822	0.633081	0.632968
20-24	0.633081	0.366919	0.999	0.000000	0.119066	0.118947	0.675498	0.880934	0.880729
25-29	0.880934	0.119066	0.999	0.000000	0.036885	0.036848	0.690215	0.963115	0.962842
30-34	0.963115	0.036885	0.999	0.000000	0.023468	0.023444	0.363759	0.976532	0.975920
35-39	0.976532	0.023468	0.999	0.000196	0.023659	0.023636	0.000000	0.976341	0.975365
40-44	0.976341	0.023659	0.999	0.005100	0.028638	0.028615	0.000000	0.971362	0.970390
45-49	0.971362	0.028638	0.999	0.018247	0.046363	0.046335	0.000000	0.953637	0.952683
50-54	0.953637	0.046363	0.999	0.040743	0.085217	0.085172	0.000000	0.914783	0.913869
55-59	0.914783	0.085217	0.999	0.100674	0.177312	0.177235	0.000000	0.822688	0.821866
60-64	0.822688	0.177312	0.999	0.146623	0.297937	0.297786	0.000000	0.702063	0.701361
65-69	0.702063	0.297937	0.999	0.149113	0.402624	0.402370	0.000000	0.597376	0.596779
70-74	0.597376	0.402624	0.999	0.167252	0.502536	0.502201	0.000000	0.497464	0.496966
75-79	0.497464	0.502536	0.999	0.215102	0.609542	0.609147	0.000000	0.390458	0.390068
80-84	0.390458	0.609542	0.999	0.243845	0.704753	0.704292	0.000000	0.295247	0.294952
85-89	0.295247	0.704753	0.999	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Cuadro 4.4
(Concluye)

Grupo de edad	Proporciones		Ponderador	Actva a inactiva			Inactiva a activa		
				Límites			Límites		
	Activo (1)	Inactivo (2)	(3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Probabilidad (6)	Mínimo (7)	Máximo (8)	Probabilidad (9)
				Mujeres					
12-14	0.000000	1.000000	0.999	0.000000	0.902944	0.902041	0.097056	0.097056	0.097056
15-19	0.097056	0.902944	0.999	0.000000	0.685235	0.684550	0.241110	0.314765	0.314691
20-24	0.314765	0.685235	0.999	0.000000	0.526368	0.525842	0.231843	0.473632	0.473390
25-29	0.473632	0.526368	0.999	0.000000	0.481533	0.481052	0.085179	0.518467	0.518034
30-34	0.518467	0.481533	0.999	0.000000	0.471276	0.470805	0.021300	0.528724	0.528216
35-39	0.528724	0.471276	0.999	0.000000	0.459663	0.459203	0.024642	0.540337	0.539821
40-44	0.540337	0.459663	0.999	0.019553	0.470228	0.469778	0.000000	0.529772	0.529242
45-49	0.529772	0.470228	0.999	0.087380	0.516520	0.516090	0.000000	0.483480	0.482997
50-54	0.483480	0.516520	0.999	0.151654	0.589841	0.589403	0.000000	0.410159	0.409749
55-59	0.410159	0.589841	0.999	0.218284	0.679372	0.678911	0.000000	0.320628	0.320307
60-64	0.320628	0.679372	0.999	0.252479	0.760324	0.759816	0.000000	0.239676	0.239436
65-69	0.239676	0.760324	0.999	0.269106	0.824822	0.824267	0.000000	0.175178	0.175002
70-74	0.175178	0.824822	0.999	0.290996	0.875798	0.875214	0.000000	0.124202	0.124077
75-79	0.124202	0.875798	0.999	0.290772	0.911913	0.911292	0.000000	0.088087	0.087999
80-84	0.088087	0.911913	0.999	0.317105	0.939846	0.939223	0.000000	0.060154	0.060094
85-89	0.060154	0.939846	0.999	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 2.1.

Gráfica 4.3. México: Límites máximo y mínimo de las probabilidades de transición por edad y sexo, 2010



Fuente: Cuadro 4.4.

y por la segunda ecuación en (4.7):

$$ {}_5\hat{p}_{40}^{ai} = \left(1 - {}_5w_{40}^{ai}\right) \left(1 - \frac{\alpha_{45}}{\alpha_{40}}\right) + {}_5w_{40}^{ai}\,\iota_{45} = 0.001 \times 0.019553 + 0.999 \times 0.470228 = 0.469778 $$

De acuerdo con la tercera relación en (4.6):

$$ {}_5\pi_{40}^{ia} = \max\left\{0, 1 - \frac{\iota_{45}}{\iota_{40}}\right\} = \max\left\{0, 1 - \frac{0.459663}{0.470228}\right\} = \max\{0, -0.022984\} = 0 $$

y por la tercera ecuación en (4.7):

$$ {}_5\hat{p}_{40}^{ia} = \left(1 - {}_5w_{40}^{ia}\right) \times 0 + {}_5w_{40}^{ia}\,\alpha_{45} = 0.001 \times 0 + 0.999 \times 0.529772 = 0.529242 $$

Por (2.9)

$$ {}_5\hat{p}_{40}^{aa} = 1 - {}_5\hat{p}_{40}^{ai} = 1 - 0.469778 = 0.530222 \qquad {}_5\hat{p}_{40}^{ii} = 1 - {}_5\hat{p}_{40}^{ia} = 1 - 0.529242 = 0.470758 $$

Las cuatro probabilidades al estado puro y con mortalidad se reproducen en el cuadro 4.5.

La tabla de vida activa se presenta en los cuadros 4.6 a 4.9. El cálculo de las tasas de ingreso y retiro de la actividad se hace con las fórmulas (4.5), necesarias para la valoración de los años-persona vividos (ecuaciones 3.10), eventos (ecuaciones 2.23 y 2.24) y las esperanzas de vida (ecuaciones 3.11 y 2.44). Para nuestro ejemplo de las mujeres del grupo 40–44 años:

$$ {}_5B_{40} = -\frac{1}{5}\,\frac{\ell n\left\{1 - {}_5\hat{p}_{40}^{ai} - {}_5\hat{p}_{40}^{ia}\right\}}{{}_5\hat{p}_{40}^{ai} + {}_5\hat{p}_{40}^{ia}} = -\frac{1}{5}\,\frac{\ell n\left\{1 - 0.469778 - 0.529242\right\}}{0.469778 + 0.529242} = 1.386858 $$

y las tasas de ingreso y de retiro son:

$$ {}_5m_{40}^{ia} = {}_5\hat{p}_{40}^{ai}\,{}_5B_{40} = 0.529242 \times 1.386858 = 0.733983 $$

$$ {}_5m_{40}^{ai} = {}_5\hat{p}_{40}^{ia}\,{}_5B_{40} = 0.469778 \times 1.386858 = 0.651514 $$

valores que se muestran en el renglón correspondiente del cuadro 4.8.

Las fórmulas (4.5) no las podemos aplicar para el grupo 85–89 años, pues como ${}_5\hat{p}_{85}^{ai} = 1$ y ${}_5\hat{p}_{85}^{ia} = 0$ el argumento del logaritmo en el numerador de ${}_5B_{85}$ es cero y, por ende, el logaritmo no está definido. Como adoptamos el enfoque tradicional para ese intervalo de edades, no hay ingresos a la actividad, sino solo retiros. La valoración de las salidas se puede hacer con las dos alternativas propuestas en el acápite 2.4.2. Igual que en el capítulo 2, adoptamos la segunda sugerencia. Ejemplifiquemos el cálculo con las mujeres. Si introducimos la proporción de

Cuadro 4.5. México: Probabilidades de transición, 2010

(Método del intervalo de las probabilidades)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activo a:		Inactivo a:			Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	(5)	Activo (6)	Inactivo (7)	Activo (8)	Inactivo (9)
					Hombres				
12-14	0.236633	0.763367	0.235869	0.764131	0.998283	0.236227	0.762056	0.235464	0.762819
15-19	0.633448	0.366552	0.632968	0.367032	0.993878	0.629570	0.364308	0.629093	0.364785
20-24	0.881053	0.118947	0.880729	0.119271	0.989096	0.871446	0.117650	0.871125	0.117971
25-29	0.963152	0.036848	0.962842	0.037158	0.986020	0.949688	0.036333	0.949382	0.036638
30-34	0.976556	0.023444	0.975920	0.024081	0.984511	0.961430	0.023081	0.960804	0.023708
35-39	0.976364	0.023636	0.975365	0.024635	0.982799	0.959569	0.023229	0.958587	0.024212
40-44	0.971385	0.028615	0.970390	0.029610	0.979239	0.951218	0.028021	0.950244	0.028995
45-49	0.953665	0.046335	0.952683	0.047317	0.972577	0.927513	0.045064	0.926558	0.046019
50-54	0.914828	0.085172	0.913869	0.086131	0.961575	0.879676	0.081899	0.878754	0.082822
55-59	0.822765	0.177235	0.821866	0.178134	0.944631	0.777209	0.167422	0.776359	0.168271
60-64	0.702214	0.297786	0.701361	0.298639	0.919513	0.645695	0.273818	0.644911	0.274603
65-69	0.597630	0.402370	0.596779	0.403221	0.883232	0.527845	0.355386	0.527094	0.356138
70-74	0.497799	0.502201	0.496966	0.503034	0.832100	0.414219	0.417882	0.413526	0.418575
75-79	0.390853	0.609147	0.390068	0.609932	0.762204	0.297910	0.464295	0.297311	0.464893
80-84	0.295708	0.704292	0.294952	0.705048	0.670563	0.198291	0.472272	0.197784	0.472779
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.553792	0.000000	0.553792	0.000000	0.553792

Cuadro 4.5
(Concluye)

Grupo de edad	Al estado puro				Super-vivencia	Con mortalidad			
	Activa a:		Inactiva a:			Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	(5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Activa (8)	Inactiva (9)
					Mujeres				
12-14	0.097959	0.902041	0.097056	0.902944	0.998973	0.097859	0.901115	0.096957	0.902017
15-19	0.315450	0.684550	0.314691	0.685309	0.997432	0.314640	0.682792	0.313883	0.683549
20-24	0.474158	0.525842	0.473390	0.526610	0.996808	0.472644	0.524164	0.471879	0.524929
25-29	0.518948	0.481052	0.518034	0.481966	0.996471	0.517117	0.479354	0.516205	0.480265
30-34	0.529195	0.470805	0.528216	0.471784	0.995638	0.526887	0.468752	0.525912	0.469726
35-39	0.540797	0.459203	0.539821	0.460179	0.993839	0.537465	0.456374	0.536495	0.457344
40-44	0.530223	0.469778	0.529242	0.470758	0.990685	0.525284	0.465402	0.524312	0.466373
45-49	0.483910	0.516090	0.482997	0.517003	0.985567	0.476925	0.508642	0.476026	0.509541
50-54	0.410597	0.589403	0.409749	0.590251	0.977471	0.401346	0.576124	0.400517	0.576953
55-59	0.321089	0.678911	0.320307	0.679693	0.964806	0.309788	0.655018	0.309034	0.655772
60-64	0.240184	0.759816	0.239436	0.760564	0.945178	0.227016	0.718162	0.226310	0.718868
65-69	0.175733	0.824267	0.175002	0.824998	0.915123	0.160818	0.754305	0.160149	0.754974
70-74	0.124786	0.875214	0.124077	0.875923	0.869936	0.108556	0.761379	0.107939	0.761996
75-79	0.088709	0.911292	0.087999	0.912001	0.803877	0.071311	0.732566	0.070741	0.733136
80-84	0.060777	0.939223	0.060094	0.939906	0.711363	0.043235	0.668128	0.042749	0.668614
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.587568	0.000000	0.587568	0.000000	0.587568

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.4 y B.1.

Cuadro 4.6. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010
(Método del intervalo de las probabilidades)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 028	230 923	748 105	983 189	95 425	887 764
20	973 033	616 009	357 024	980 665	308 679	671 986
25	962 424	847 832	114 592	977 534	462 991	514 543
30	948 970	913 967	35 003	974 084	505 030	469 054
35	934 271	912 346	21 925	969 836	512 775	457 061
40	918 200	896 476	21 724	963 861	520 810	443 051
45	899 138	873 388	25 750	954 883	505 870	449 013
50	874 481	833 938	40 543	941 101	455 004	486 097
55	840 879	769 222	71 657	919 898	377 304	542 594
60	794 320	653 478	140 842	887 524	284 565	602 959
65	730 388	512 778	217 610	838 868	201 056	637 812
70	645 101	385 368	259 733	767 667	134 478	633 189
75	536 789	267 033	269 756	667 820	82 944	584 876
80	409 143	159 753	249 390	536 845	47 289	489 556
85	274 356	81 003	193 353	381 891	22 972	358 919
90	151 936	0	151 936	224 387	0	224 387

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.5 y B.1.

participación del censo ${}_5A_{85} = {}_5a_{85}$, ya que de la tabla de mortalidad disponemos de las defunciones totales ${}_5d_{85}$ de la cohorte en la tabla de vida activa, por la primera ecuación en (2.24):

$$ {}_5d^a_{85} = {}_5d_{85}\,{}_5A_{85} = 157\,504 \times 0.049707 = 7\,829 $$

al despejar en (2.26), los retiros son:

$$ {}_5H^{ai}_{85} = \ell^a_{85} - \ell^a_{90} - {}_5d^a_{85} = 22\,972 - 0 - 7\,829 = 15\,143 $$

y la tasa de retiro es:

$$ {}_5m^{ai}_{85} = \frac{{}_5H^{ai}_{85}}{{}_5L^a_{85}} = \frac{15\,143}{75\,029} = 0.201829 $$

pues:

$$ {}_5L^a_{85} = {}_5L_{85}\,{}_5A_{85} = 1\,509\,411 \times 0.049707 = 75\,029 $$

Cuadro 4.7. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010

(Método del intervalo de las probabilidades)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 808	0	0	0	597 268	2 342 540	2 939 808	597 268	2 342 540
15-19	4 882 055	784 573	366956	1 151 529	2 052 841	1 677 685	3 730 526	2 837 414	2 044 641
20-24	4 840 244	2 745 209	319059	3 064 268	1 369 213	406 763	1 775 976	4 114 422	725 822
25-29	4 779 195	4 074 270	135885	4 210 155	479 906	89 134	569 040	4 554 176	225 019
30-34	4 708 486	4 442 956	91857	4 534 813	146 441	27 232	173 673	4 589 397	119 089
35-39	4 631 959	4 431 811	91 448	4 523 259	90689	18 011	108 700	4 522 500	109 459
40-44	4 545 000	4 328 862	108 606	4 437 468	89250	18 282	107 532	4 418 112	126 888
45-49	4 436 890	4 139 032	170 792	4 309 824	103533	23 533	127 066	4 242 565	194 325
50-54	4 292 716	3 795 512	298 184	4 093 696	155544	43 476	199 020	3 951 056	341 660
55-59	4 094 010	3 177 177	567 954	3 745 131	245342	103 537	348 879	3 422 519	671 491
60-64	3 819 506	2 341 834	800 430	3 142 264	406315	270 927	677 242	2 748 149	1 071 357
65-69	3 447 689	1 589 167	831 326	2 420 493	523249	503 947	1 027 196	2 112 416	1 335 273
70-74	2 963 389	1 013 549	756 709	1 770 258	504696	688 435	1 193 131	1 518 245	1 445 144
75-79	2 370 251	569 938	609 175	1 179 113	394064	797 074	1 191 138	964 002	1 406 249
80-84	1 707 071	270 961	395 578	666 539	258619	781 913	1 040 532	529 580	1 177 491
85-89	1 055 430	273 273	38 340	311 613	0	743 817	743 817	273 273	782 157
90 o más	727 857	0	0	0	0	727 857	727 857	0	727 857

Cuadro 4.7
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 160	0	0	0	245 813	2 705 347	2 951 160	245 813	2 705 347
15-19	4 909 978	195 529	281017	476 546	1 201 840	3 231 592	4 433 432	1 397 369	3 512 609
20-24	4 895 611	843 156	697811	1 540 967	1 367 585	1 987 059	3 354 644	2 210 741	2 684 870
25-29	4 879 236	1 357 332	953628	2 310 960	1 141 286	1 426 990	2 568 276	2 498 618	2 380 618
30-34	4 860 280	1 503 814	1016079	2 519 893	1 058 774	1 281 613	2 340 387	2 562 588	2 297 692
35-39	4 835 164	1 551 055	1005410	2 556 465	1 053 501	1 225 198	2 278 699	2 604 556	2 230 608
40-44	4 798 365	1 549 884	1 042 851	2 592 735	999445	1 206 185	2 205 630	2 549 329	2 249 036
45-49	4 742 327	1 400 686	1 111 665	2 512 351	923448	1 306 528	2 229 976	2 324 134	2 418 193
50-54	4 656 115	1 112 182	1 138 959	2 251 141	845904	1 559 070	2 404 974	1 958 086	2 698 029
55-59	4 523 922	772 946	1 082 579	1 855 525	734508	1 933 889	2 668 397	1 507 454	3 016 468
60-64	4 323 640	481 192	905 088	1 386 280	604336	2 333 024	2 937 360	1 085 528	3 238 112
65-69	4 026 568	282 380	682 689	965 069	459807	2 601 692	3 061 499	742 187	3 284 381
70-74	3 600 894	157 960	472 836	630 796	315625	2 654 473	2 970 098	473 585	3 127 309
75-79	3 023 174	83 680	291 802	375 482	198696	2 448 996	2 647 692	282 376	2 740 798
80-84	2 302 290	41 323	161 478	202 801	106960	1 992 529	2 099 489	148 283	2 154 007
85-89	1 509 411	75 029	15 767	90 796	0	1 418 615	1 418 615	75 029	1 434 382
90 o más	1 118 245	0	0	0	0	1 118 245	1 118 245	0	1 118 245

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.5 y 4.6 y B.1.

Cuadro 4.8. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Método del intervalo de las probabilidades)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	1 322 812	1 091 547	1 684	342	1 342	0.564691	1.827566	0.000573
15-19	1 978 825	1 590 255	5 995	3 484	2 511	0.967811	0.560459	0.001228
20-24	1 027 381	786 540	10 609	9 018	1 591	1.415472	0.191167	0.002192
25-29	350 218	271 261	13 454	12 822	632	1.556392	0.059563	0.002815
30-34	171 183	158 477	14 699	14 327	372	1.437437	0.034531	0.003122
35-39	147 652	147 832	16 071	15 690	381	1.348929	0.032688	0.003470
40-44	170 405	174 963	19 062	18 530	532	1.342958	0.039601	0.004194
45-49	256 695	272 568	24 657	23 577	1 080	1.320958	0.064246	0.005557
50-54	434 385	468 174	33 602	30 927	2 675	1.271395	0.118493	0.007828
55-59	774 849	851 670	46 559	38 923	7 636	1.153923	0.248843	0.011372
60-64	1 062 846	1 157 547	63 932	45 999	17 933	0.992056	0.421210	0.016738
65-69	1 127 602	1 202 756	85 287	52 256	33 031	0.844473	0.569375	0.024737
70-74	1 019 352	1 082 196	108 312	55 491	52 821	0.705364	0.712794	0.036550
75-79	785 013	840 378	127 646	51 915	75 731	0.558232	0.871759	0.053853
80-84	499 609	536 545	134 787	41 814	92 973	0.424300	1.013152	0.078958
85-89	0	49 306	122 420	31 697	90 723	0.000000	0.180427	0.115990
90 o más	0	0	151 936	0	151 936			0.208744

Cuadro 4.8
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activas (4)	Defunciones Inactivas (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	614 082	518 574	1 010	83	927	0.226988	2.109630	0.000342
15-19	1 589 346	1 375 374	2 524	718	1 806	0.452469	0.984259	0.000514
20-24	1 824 385	1 668 659	3 131	1 414	1 717	0.679506	0.754796	0.000639
25-29	1 727 323	1 683 517	3 450	1 767	1 683	0.725578	0.673779	0.000707
30-34	1 683 629	1 673 644	4 248	2 240	2 008	0.732748	0.653107	0.000874
35-39	1 671 207	1 659 954	5 975	3 218	2 757	0.749216	0.637327	0.001236
40-44	1 650 755	1 660 925	8 978	4 770	4 208	0.733983	0.651514	0.001871
45-49	1 636 476	1 680 589	13 782	6 753	7 029	0.676735	0.723103	0.002906
50-54	1 565 014	1 633 798	21 203	8 916	12 287	0.580058	0.834385	0.004554
55-59	1 383 517	1 465 468	32 374	10 788	21 586	0.458655	0.972148	0.007156
60-64	1 117 106	1 188 399	48 656	12 216	36 440	0.344987	1.094766	0.011253
65-69	830 724	884 179	71 201	13 123	58 078	0.252932	1.191315	0.017683
70-74	563 169	601 571	99 847	13 132	86 715	0.180081	1.270250	0.027728
75-79	350 035	373 457	130 975	12 233	118 742	0.127713	1.322553	0.043324
80-84	188 836	203 173	154 954	9 980	144 974	0.087667	1.370168	0.067304
85-89	0	15 143	157 504	7 829	149 675	0.000000	0.201829	0.104348
90 o más	0	0	224 387	0	224 387			0.200660

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.5, 4.7 y B.1.

Cuadro 4.9. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Método del intervalo de las probabilidades)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:			Para un inactivo de edad *x* en la:			Total
	Actividad	Inactividad	% actividad	Actividad	Inactividad	% actividad	
	(1)	(2)	(3)[a]	(4)	(5)	(6)[b]	(7)
			Hombres				
12	46.71	14.72	76.0	46.29	15.14	75.4	61.43
15	46.26	12.27	79.0	45.60	12.93	77.9	58.53
20	43.35	10.52	80.5	42.73	11.14	79.3	53.87
25	39.40	10.04	79.7	38.78	10.66	78.4	49.44
30	35.11	9.99	77.8	34.43	10.67	76.3	45.10
35	30.74	10.03	75.4	30.02	10.75	73.6	40.77
40	26.35	10.09	72.3	25.63	10.81	70.3	36.44
45	22.00	10.16	68.4	21.28	10.88	66.2	32.16
50	17.78	10.21	63.5	17.06	10.93	61.0	27.99
55	13.82	10.19	57.6	13.11	10.89	54.6	24.00
60	10.38	9.88	51.2	9.68	10.58	47.8	20.26
65	7.60	9.20	45.2	6.90	9.90	41.1	16.80
70	5.37	8.31	39.3	4.68	9.00	34.2	13.68
75	3.63	7.29	33.2	2.96	7.96	27.1	10.92
80	2.37	6.17	27.7	1.70	6.83	20.0	8.53
85	3.37	3.13	51.9	0.00	6.50	0.0	6.50
90	0.00	4.79	9.6	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	23.46	43.56	35.0	23.03	43.99	34.4	67.02
15	23.43	40.65	36.6	22.74	41.35	35.5	64.08
20	21.91	37.33	37.0	21.22	38.02	35.8	59.24
25	19.62	34.80	36.1	18.91	35.52	34.7	54.42
30	17.09	32.51	34.5	16.37	33.23	33.0	49.61
35	14.52	30.29	32.4	13.80	31.01	30.8	44.81
40	11.90	28.18	29.7	11.17	28.90	27.9	40.07
45	9.34	26.09	26.4	8.63	26.80	24.3	35.42
50	7.03	23.88	22.7	6.32	24.58	20.5	30.90
55	5.10	21.45	19.2	4.40	22.15	16.6	26.56
60	3.63	18.80	16.2	2.94	19.48	13.1	22.43
65	2.57	16.00	13.8	1.89	16.69	10.2	18.57
70	1.83	13.22	12.2	1.16	13.89	7.7	15.05
75	1.34	10.57	11.3	0.67	11.24	5.7	11.91
80	1.02	8.17	11.1	0.36	8.83	3.9	9.18
85	3.27	3.61	47.5	0.00	6.88	0.0	6.88
90	0.00	4.98	10.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.6, 4.7 y B.1.

Cuadro 4.10. México: Tasas de ingreso y retiro de la actividad económica para dos valoraciones, 2010

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Ingreso		Retiro		Ingreso		Retiro	
$x,x+n$ -1	ENOE*	Indirecto	ENOE*	Indirecto	ENOE*	Indirecto	ENOE*	Indirecto
12-14	0.36621	0.56469	1.97318	1.82757	0.17172	0.22699	2.42319	2.10963
15-19	0.87154	0.96781	0.85165	0.56046	0.50908	0.45247	1.47263	0.98426
20-24	1.34548	1.41547	0.33396	0.19117	0.77957	0.67951	0.88750	0.75480
25-29	2.06968	1.55639	0.15651	0.05956	0.76908	0.72558	0.65950	0.67378
30-34	2.37100	1.43744	0.11138	0.03453	0.76750	0.73275	0.67321	0.65311
35-39	2.44348	1.34893	0.11872	0.03269	0.79723	0.74922	0.65182	0.63733
40-44	2.29209	1.34296	0.11664	0.03960	0.81681	0.73398	0.61972	0.65151
45-49	2.22266	1.32096	0.14291	0.06425	0.77383	0.67674	0.66659	0.72310
50-54	1.80482	1.27140	0.20482	0.11849	0.66210	0.58006	0.77915	0.83439
55-59	1.51046	1.15392	0.30519	0.24884	0.54664	0.45865	0.90958	0.97215
60-64	1.03952	0.99206	0.52432	0.42121	0.42499	0.34499	1.12012	1.09477
65-69	0.86341	0.84447	0.68208	0.56937	0.33138	0.25293	1.28555	1.19132
70-74	0.69854	0.70536	0.94143	0.71279	0.25144	0.18008	1.56935	1.27025
75-79	0.54920	0.55823	1.07203	0.87176	0.17826	0.12771	1.69604	1.32255
80-84	0.34499	0.42430	1.48680	1.01315	0.10877	0.08767	1.73931	1.37017
85-89	0.25590	0.00000	1.73743	0.18043	0.09445	0.00000	2.45344	0.20183

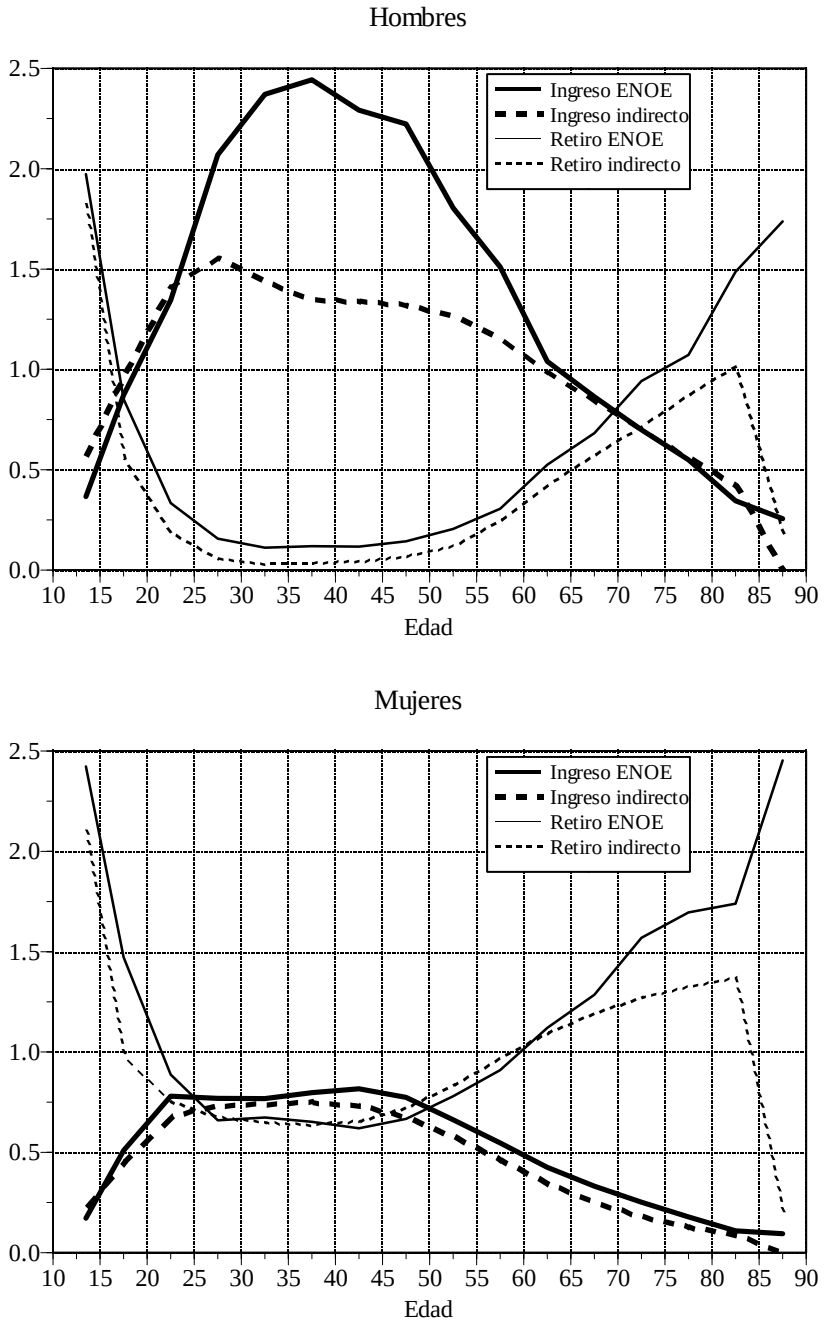
* Para el intervalo intertrimestral del periodo 2009-2011.
Fuente: Calculado con base en los cuadros 3.1 y 4.8.

Cabe preguntarse por la veracidad de los perfiles que exhiben las tasas que hemos estimado. En el cuadro 4.10 las contrastamos con las obtenidas de la ENOE para el trienio 2009–2011 para periodos intertrimestrales, ya que estamos suponiendo la máxima movilidad. En la gráfica 4.4 se advierte, en general, que las pautas etarias y los niveles son similares, excepto en los distanciamientos nada despreciables en el ingreso de los hombres entre 25 y 60 años. El abrupto descenso en las tasas de salida en el último grupo de edad se debe a que hemos supuesto que ahí no hay ingresos, es decir, minimizamos los retiros.

4.2 La perspectiva relacional

En el algoritmo indirecto formulado en el acápite anterior, la restricción más evidente es, sin duda, la fijación arbitraria de los ponderadores w. Aquí inspeccionamos otra posibilidad, explorada hace algunos años (Partida, 2011), que consiste en estimar las tasas de ingreso y retiro de la actividad específicas por edad y sexo a partir de las proporciones de participación en la actividad por edad desprendidas de censos de población o encuestas de hogares por muestreo. En realidad, las tasas de ingreso y retiro de la ENOE se vinculan con los años

Gráfica 4.4. México: Tasas de ingreso y retiro de la ENOE*
y del método indirecto por edad y sexo, 2010



* Para el intervalo intertrimestral.
Fuente: Cuadro 4.10.

brutos de vida activa (véase el acápite 1.3), concebidos estos como medidas sintéticas de la participación en la actividad económica.

Nuestra propuesta se basa en la idea original de Andrei Rogers (1975: 146–154) y Andrei Rogers y Luis Castro (1976) para las probabilidades o cocientes de migración interna. El modelo, trasplantado al caso de la entrada y salida de la actividad, se puede expresar como:

$$ {}_n m_x^{ai} = \beta_x^0 + \beta_x^1 \, \Theta^a \qquad \text{y} \qquad {}_n m_x^{ia} = \lambda_x^0 + \lambda_x^1 \, \Theta^i \tag{4.10} $$

con

$$ \Theta^a = \frac{\widehat{e}_b^a}{\widehat{e}_b^a + \widehat{e}_b^i} \qquad \text{y} \qquad \Theta^i = \frac{\widehat{e}_b^i}{\widehat{e}_b^a + \widehat{e}_b^i} \tag{4.10'} $$

donde $\widehat{e}_b^a$ y $\widehat{e}_b^i$ son los años brutos de vida activa e inactiva, respectivamente, a la edad inicial de participación b, definidos en el acápite 1.3. Así, Θ^a expresa la proporción del intervalo laboral de edades que se ha de pasar, en promedio, en la actividad, en ausencia de mortalidad y Θ^i en la inactividad. El razonamiento detrás de las ecuaciones en (4.10) es que los activos son quienes están expuestos a salir de la actividad (el paso de activo a inactivo), y los inactivos a ingresar.[4]

En el trabajo previo (Partida, 2011), los coeficientes β y λ se estimaron con regresiones ordinarias de mínimos cuadrados, usando los datos para las 32 entidades federativas de México recabados en la ENE-ENOE de 2000 a 2007; no obstante, no fue posible obtener los coeficientes para periodos interanuales debido al escaso tamaño de la muestra. Aquí repetimos el ejercicio con el lustro 2008–2012. Debido a que las entradas y salidas en la muestra de la ENOE son escasas para observaciones interanuales, trabajamos solo con movimientos intertrimestrales e intersemestrales. En el acápite siguiente veremos que, si adaptamos las estimaciones indirectas a las proporciones instantáneas de participación, las probabilidades de transición son similares al trabajar con comparaciones intertrimestrales o intersemestrales. Así, se puede pensar que, si se tuvieran estimaciones precisas con cotejos interanuales, también estarían próximas a las intertrimestrales e intersemestrales.

Los coeficientes β y λ se estimaron mediante regresiones ordinarias de mínimos cuadrados, usando los datos para las 32 entidades federativas recabados en la ENOE de 2008–2012. A diferencia de los datos recolectados en un momento dado, como en un censo de población, para la información de una encuesta continua las proporciones de participación se calculan con los años-persona vividos, es decir:

[4]Se toman los años brutos en lugar de los netos con el fin de evitar sesgos que pudiera introducir la mortalidad.

$$ {}_nA_x = \frac{\sum_{j=1}^{k} {}_nK_x^a(j)}{\sum_{j=1}^{k} \left[{}_nK_x^a(j) + {}_nK_x^i(j)\right]} \quad \text{e} \quad {}_nI_x = \frac{\sum_{j=1}^{k} {}_nK_x^i(j)}{\sum_{q=1}^{k} \left[{}_nK_x^a(j) + {}_nK_x^i(j)\right]} \tag{4.11} $$

donde ${}_nK_x^a(j)$ y ${}_nK_x^i(j)$ son los años-persona vividos en la actividad e inactividad, respectivamente, durante el periodo j de k periodos intertrimestrales o intersemestrales, según el caso. Los años-brutos de vida activa e inactiva se calculan directamente con (1.12) y las tasas con (3.5).

En los cuadros 4.11 y 4.12 se reproducen los valores de los coeficientes β y λ para periodos intertrimestrales e intersemestrales, respectivamente. En general, la varianza de las tasas explicada por los modelos (coeficientes de determinación) es baja, y en los casos en que es más alta, la pendiente (β^1 o λ^1) es negativa, con lo cual, ante altas proporciones de Θ^a o Θ^i se puede tener el inaceptable caso de tasas negativas. Esta situación es más latente en las tasas de ingreso de ambos sexos en todo el rango etario para ambos tipos de periodos.[5]

Con el fin de evitar tasas de ingreso o retiro de la actividad negativas, optamos por modelos de regresión lineal que pasen por el origen, es decir:

$$ {}_nm_x^{ai} = \beta_x\,\Theta^a \qquad \text{y} \qquad {}_nm_x^{ia} = \lambda_x\,\Theta^i \tag{4.12} $$

Los resultados se reproducen en el cuadro 4.13. Vemos ahora que todos los coeficientes son positivos, con lo cual queda garantizado que todas las tasas estimadas serán positivas; además de que se tienen altos coeficientes de determinación.[6]

Los modelos (4.12) que pasan por el origen tienen sentido desde un punto de vista conceptual también: como Θ^i es la proporción del intervalo de edades activas que un activo de edad b ha de pasar en la inactividad, si es cero implica que un activo de edad b pasará todo el periodo $\theta - b$ en la actividad, con lo cual no habrá retiros a lo largo de ese intervalo etario y, por ende, las tasas de salida de la actividad serán nulas en todas las edades. Una conclusión similar se puede extraer para los distintos grupos de edad y para las tasas de ingreso.

Se incluya o no la ordenada al origen, los modelos (4.10) y (4.12) son proporcionales a la fracción de la vida restante que representan los años brutos de vida activa e inactiva. Esto implica que, conforme aumenten las proporciones de participación ${}_nA_x$ y, por ende, la proporción que los años brutos de vida activa representen del total (Θ^a), las tasas de ingreso aumentarán y las de retiro disminuirán y, por ende, se elevarán los supervivientes ℓ_x^a.

En el resto del capítulo, dejamos de lado el modelo con ordenada al origen (4.10), pues ahí está latente la posibilidad de tener tasas de movilidad negativas; así, solo retenemos la versión sin ordenada al origen (4.12). En el cuadro 4.14 se presenta la proporción que los coeficientes

[5] Nótese que la tasa de retiro es negativa cuando $\Theta^a < -\beta^0/\beta^1$ y la tasa de ingreso cuando $\Theta^i < -\lambda^0/\lambda^1$.

[6] La varianza explicada R^2 por el modelo se obtuvo con la fórmula propuesta por Joseph Eisenhauer (2003: 78): $R^2 = \Sigma\widehat{Y}_i^2/\Sigma Y_i^2$.

Cuadro 4.11. México: Coeficientes de regresión para estimar las tasas de ingreso y de retiro de la actividad por edad y sexo para periodos intertrimestales, 2008-2012

Edad	Tasas de retiro			Tasas de ingreso		
	β^0	β^1	R^2	λ^0	λ^1	R^2
			Hombres			
12-14	6.64727	-6.84625	0.501	1.77571	-4.10836	0.697
15-19	2.33159	-2.19915	0.349	2.09645	-3.48201	0.477
20-24	0.85682	-0.79916	0.147	1.74689	-1.04012	0.029
25-29	0.33080	-0.26113	0.029	2.59025	-1.15982	0.024
30-34	0.05353	0.09974	0.005	3.55487	-3.47209	0.178
35-39	0.06951	0.07351	0.003	2.86255	-1.37593	0.021
40-44	0.08444	0.06292	0.002	2.89196	-1.75659	0.040
45-49	0.21260	-0.09232	0.004	2.87639	-1.96118	0.054
50-54	0.44080	-0.34468	0.049	2.48783	-1.98110	0.050
55-59	0.79678	-0.74294	0.150	2.08324	-1.80201	0.062
60-64	1.93828	-2.13428	0.435	2.27102	-3.45533	0.254
65-69	3.21317	-3.79329	0.667	2.31057	-4.15212	0.444
70-74	3.62350	-4.03738	0.578	2.01440	-3.80365	0.514
75-79	3.76281	-4.03072	0.477	1.67375	-3.34756	0.471
80-84	4.39466	-4.37987	0.201	1.08207	-2.15921	0.325
85-89	2.89451	-1.83329	0.015	0.89520	-1.85112	0.215
			Mujeres			
12-14	3.24241	-2.38451	0.082	0.84356	-1.00029	0.203
15-19	1.78891	-0.93528	0.055	1.77857	-1.86720	0.458
20-24	1.11627	-0.73275	0.042	2.68416	-2.81452	0.741
25-29	1.08195	-1.24841	0.134	2.93621	-3.24528	0.757
30-34	1.04097	-1.14465	0.155	2.80466	-3.03489	0.683
35-39	1.12309	-1.41940	0.232	2.81877	-3.01508	0.704
40-44	0.96764	-1.03616	0.111	2.73971	-2.88445	0.541
45-49	1.11289	-1.31255	0.181	2.63611	-2.79202	0.518
50-54	1.19482	-1.22852	0.178	2.08435	-2.14746	0.437
55-59	1.79044	-2.56251	0.455	1.63107	-1.61761	0.272
60-64	2.05311	-2.65163	0.355	1.46325	-1.54886	0.282
65-69	2.01378	-2.08700	0.182	1.26839	-1.38408	0.203
70-74	2.74217	-3.43142	0.230	0.96133	-1.05968	0.197
75-79	1.98558	-0.71073	0.007	0.86206	-1.01508	0.227
80-84	1.77847	0.07819	0.000	0.78418	-1.00854	0.364
85-89	3.98628	-4.66661	0.037	0.13839	-0.08952	0.004

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.12.

Cuadro 4.12. México: Coeficientes de regresión para estimar las tasas de ingreso y de retiro de la actividad por edad y sexo para periodos intersemestales, 2008-2012

Edad	Tasas de retiro			Tasas de ingreso		
	β^0	β^1	R^2	λ^0	λ^1	R^2
			Hombres			
12-14	2.88462	-2.81492	0.345	1.02475	-2.34842	0.628
15-19	1.09341	-1.00247	0.323	1.31887	-2.25009	0.461
20-24	0.44708	-0.41858	0.143	1.07151	-0.75402	0.028
25-29	0.15739	-0.11207	0.015	1.57346	-1.25830	0.071
30-34	0.05980	0.00709	0.000	1.54778	-0.89194	0.028
35-39	0.05350	0.01332	0.000	1.55730	-0.91475	0.024
40-44	0.04702	0.03070	0.001	1.25905	-0.28757	0.002
45-49	0.18768	-0.16412	0.037	1.43319	-1.08574	0.032
50-54	0.31496	-0.29780	0.082	1.52997	-1.75663	0.086
55-59	0.49973	-0.49461	0.134	1.15245	-1.14343	0.045
60-64	1.07351	-1.18191	0.321	1.21650	-1.94815	0.230
65-69	1.78825	-2.10136	0.587	1.22711	-2.24837	0.296
70-74	1.75750	-1.90164	0.385	0.99023	-1.87871	0.382
75-79	2.02519	-2.12837	0.294	0.88472	-1.83878	0.458
80-84	2.37079	-2.31421	0.081	0.51928	-0.98979	0.178
85-89	1.83734	-1.37714	0.012	0.48818	-1.02019	0.148
			Mujeres			
12-14	1.89521	-2.14972	0.128	0.51215	-0.61267	0.205
15-19	0.96403	-0.64827	0.061	1.10388	-1.17654	0.431
20-24	0.63253	-0.49871	0.063	1.64921	-1.75063	0.670
25-29	0.61180	-0.76235	0.198	1.64083	-1.81017	0.633
30-34	0.58295	-0.66054	0.148	1.54570	-1.66007	0.621
35-39	0.64840	-0.89171	0.304	1.63252	-1.77816	0.652
40-44	0.48448	-0.44577	0.085	1.52961	-1.61289	0.483
45-49	0.56235	-0.60663	0.136	1.39920	-1.46184	0.437
50-54	0.66396	-0.72328	0.249	1.18962	-1.27705	0.385
55-59	0.88608	-1.12925	0.297	0.83408	-0.82199	0.208
60-64	1.16539	-1.58829	0.298	0.78662	-0.84075	0.259
65-69	0.91449	-0.63434	0.037	0.69211	-0.76793	0.203
70-74	1.09790	-0.87548	0.046	0.52232	-0.58920	0.141
75-79	0.80565	0.41049	0.003	0.25568	-0.24546	0.047
80-84	0.95476	-0.11317	0.000	0.39251	-0.51272	0.305
85-89	1.83619	-2.13717	0.008	0.18183	-0.21094	0.069

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.13.

Cuadro 4.13. México: Coeficientes de regresión para estimar las tasas de ingreso y de retiro de la actividad por edad y sexo para tres tipos de periodos, 2008-2012

Edad	Periodos intertrimestrales				Periodos intersemestrales			
	Tasas de retiro		Tasas de ingreso		Tasas de retiro		Tasas de ingreso	
	β_x	R^2	λ_x	R^2	β_x	R^2	λ_x	R^2
				Hombres				
12-14	3.12926	0.960	1.12668	0.769	1.51657	0.960	0.66916	0.768
15-19	1.29985	0.966	2.69860	0.928	0.63938	0.968	1.63360	0.921
20-24	0.48665	0.940	4.10995	0.961	0.25276	0.938	2.40127	0.947
25-29	0.23530	0.887	6.47660	0.971	0.12427	0.866	3.37507	0.961
30-34	0.18008	0.857	7.00817	0.964	0.09689	0.822	3.66582	0.962
35-39	0.17782	0.865	7.06327	0.966	0.09365	0.816	3.67103	0.957
40-44	0.18963	0.879	6.76932	0.966	0.10129	0.845	3.41995	0.955
45-49	0.22673	0.900	6.51880	0.965	0.11770	0.865	3.13459	0.944
50-54	0.31682	0.929	5.35335	0.953	0.17514	0.900	2.74867	0.929
55-59	0.45277	0.941	4.33967	0.952	0.25577	0.916	2.25018	0.922
60-64	0.77449	0.937	3.23996	0.923	0.43005	0.922	1.63407	0.905
65-69	1.02870	0.925	2.65977	0.905	0.58385	0.922	1.36509	0.872
70-74	1.40039	0.944	2.13507	0.895	0.73738	0.938	1.03722	0.874
75-79	1.61610	0.949	1.58688	0.862	0.91262	0.937	0.76646	0.833
80-84	2.21517	0.936	1.03088	0.830	1.24574	0.882	0.53934	0.795
85-89	2.51049	0.904	0.78804	0.744	1.38178	0.810	0.41734	0.665
				Mujeres				
12-14	7.15063	0.965	0.26631	0.807	3.47435	0.941	0.15289	0.793
15-19	4.32547	0.974	0.80333	0.949	2.21252	0.966	0.47352	0.943
20-24	2.54993	0.960	1.21573	0.962	1.37832	0.957	0.71459	0.958
25-29	1.93333	0.940	1.16342	0.951	1.05318	0.943	0.64251	0.946
30-34	1.91660	0.949	1.17630	0.954	1.06938	0.946	0.65042	0.953
35-39	1.88334	0.944	1.21729	0.957	1.03242	0.942	0.66211	0.951
40-44	1.80944	0.943	1.22922	0.954	0.99194	0.952	0.67354	0.950
45-49	1.96018	0.946	1.16609	0.951	1.06216	0.949	0.62966	0.949
50-54	2.28514	0.958	0.98218	0.952	1.24705	0.960	0.50117	0.936
55-59	2.70275	0.945	0.83143	0.946	1.50022	0.950	0.42478	0.936
60-64	3.38608	0.951	0.64821	0.926	1.87001	0.943	0.33508	0.917
65-69	3.83504	0.958	0.52040	0.888	2.07943	0.953	0.26662	0.876
70-74	4.63265	0.945	0.38375	0.878	2.38256	0.947	0.19156	0.819
75-79	5.12838	0.956	0.27930	0.831	2.80127	0.916	0.13672	0.821
80-84	5.30823	0.942	0.16891	0.747	2.72011	0.768	0.07400	0.661
85-89	7.05606	0.855	0.11828	0.712	3.31176	0.595	0.06085	0.649

Fuente: Elaborado con base en los cuadros C.11 y C.12.

Cuadro 4.14. México: Relación entre los coeficientes de regresión intertrimestrales respecto de los intersemestrales por edad y sexo, 2008-2012

Edad	Hombres		Mujeres	
	Tasas de retiro	Tasas de ingreso	Tasas de retiro	Tasas de ingreso
12-14	2.063	1.684	2.058	1.742
15-19	2.033	1.652	1.955	1.696
20-24	1.925	1.712	1.850	1.701
25-29	1.894	1.919	1.836	1.811
30-34	1.859	1.912	1.792	1.809
35-39	1.899	1.924	1.824	1.838
40-44	1.872	1.979	1.824	1.825
45-49	1.926	2.080	1.845	1.852
50-54	1.809	1.948	1.832	1.960
55-59	1.770	1.929	1.802	1.957
60-64	1.801	1.983	1.811	1.934
65-69	1.762	1.948	1.844	1.952
70-74	1.899	2.058	1.944	2.003
75-79	1.771	2.070	1.831	2.043
80-84	1.778	1.911	1.951	2.283
85-89	1.817	1.888	2.131	1.944

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 4.13.

para el enfoque intertrimestral representan de los intersemestrales. Se puede ver que los valores de esas razones de coeficientes de las regresiones son cercanos a los correspondientes a las tasas de retiro e ingreso nacionales de 2009–2011 (véase el cuadro C.4 del anexo C).

¿Qué tan buen predictor son los coeficientes de las regresiones que pasan por el origen? La respuesta a este interrogante la tenemos en los cuadros 4.15 y 4.16 y las gráficas 4.5 y 4.6. Ejemplifiquemos el cálculo con los valores nacionales de la ENOE de 2008–2012 y las mujeres de 40–44 años para intervalos intertrimestrales. En las primeras dos columnas del panel inferior del cuadro 4.15 tenemos los años-persona vividos por condición de actividad, con lo cuales por (4.11):

$$ {}_5A_{40} = \frac{{}_5K^a_{40}}{{}_5K^a_{40} + {}_5K^i_{40}} = \frac{7\,981\,328}{7\,981\,328 + 6\,018\,806} = 0.570089 $$

y,

$$ {}_5I_{40} = \frac{{}_5I^a_{40}}{{}_5K^a_{40} + {}_5K^i_{40}} = \frac{6\,018\,806}{7\,981\,328 + 6\,018\,806} = 0.429911 $$

que se pueden ver en el renglón correspondiente de las columnas 3 y 4 del cuadro 4.15. Usando las proporciones de los 16 grupos etarios, por (1.12) los años-brutos de vida activa e inactiva son que $\widehat{e}^a_{12} = 26.045$ y $\widehat{e}^i_{12} = 51.955$, con lo cual, por (4.10'):

$$\Theta^a = \frac{\widehat{e}^a_{12}}{\widehat{e}^a_{12} + \widehat{e}^i_{12}} = \frac{26.045}{78} = 0.33394 \qquad \text{y} \qquad \Theta^i = \frac{\widehat{e}^i_{12}}{\widehat{e}^a_{12} + \widehat{e}^i_{12}} = \frac{51.955}{78} = 0.66606$$

y las tasas de retiro e ingreso estimadas, usando los coeficientes del cuadro 4.13:

$${}_5\widetilde{m}^{ai}_{40} = 1.80944\,\Theta^a = 1.80944 \times 0.33394 = 0.604241$$

$${}_5\widetilde{m}^{ia}_{40} = 1.22922\,\Theta^i = 1.22922 \times 0.66606 = 0.818735$$

que se muestran en las columnas 9 y 10 del cuadro 4.15. De acuerdo con (3.5) las tasas observadas de ingreso y retiro son:

$${}_5M^{ai}_{40} = \tfrac{{}_5O^{ai}_{40}}{{}_5K^{a}_{40}} = \tfrac{4\,977\,065}{7\,981\,328} = 0.623589$$

$${}_5M^{ia}_{40} = \tfrac{{}_5O^{ia}_{40}}{{}_5K^{i}_{40}} = \tfrac{4\,919\,474}{6\,018\,806} = 0.817351$$

donde los eventos se reproducen en las columnas 5 y 6 del cuadro 4.15, y las tasas observadas en las columnas 7 y 8. Vemos que la diferencia es mínima en ambos tipos de valoración. La estrecha cercanía es evidente en las gráficas 4.5 y 4.6; apenas se distingue una ligera discrepancia en las tasas de retiro femeninas en las edades avanzadas.

Si bien el ajuste es por demás satisfactorio para el conjunto del país, no se debe perder de vista que, en tanto promedio de las entidades federativas, era de esperarse que se apegara a los patrones delineados por β_x y λ_x en las ecuaciones (4.12). Cabe preguntarse por la bondad del ajuste para cada entidad federativa, sexo y periodo entre observaciones consecutivas. Una medida comúnmente empleada para comparar medidas relativas por edad es el error medio absoluto porcentual (EMAP), el cual para cualquiera de nuestras tasas se define como:

$$EMAP^{jk} = 100 \times \frac{1}{16} \sum_x \left\| \frac{{}_nm^{jk}_x - {}_n\widetilde{m}^{jk}_x}{{}_nm^{jk}_x} \right\| \qquad j,k = i,a$$

donde 16 son los grupos de edad y "$\widetilde{\ }$" se refiere a la tasa estimada de manera indirecta con (4.12).

Los valores del EMAP son adecuados en la mayoría de las estimaciones para las entidades federativas. En el cuadro 4.17 se advierte que el indicador excede 30% apenas en 32 de los 128 patrones bajo la perspectiva trimestral y en 41 de la semestral; no obstante, sobresalen algunos casos con EMAP extremadamente altos, sobre todo en los periodos intersemestrales. En las gráficas 4.7 y 4.8 se presentan los cuatro casos con los mayores EMAP.

En general mantienen la forma del patrón etario observado, pero sobre o subestiman las tasas observadas. No obstante, sobresale el caso de las tasas de ingreso masculinas de Chihuahua para periodos intersemestrales, donde el ajuste claramente se aleja de los valores observados. Es difícil aventurar alguna hipótesis sobre el comportamiento particular

Cuadro 4.15. México: Proporciones de participación y tasas de movilidad observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012
(Intervalos intertrimestrales)

Grupo de edad	Años-persona en la:		Proporciones de :		Eventos		Tasas observadas		Tasas estimadas	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Activos (3)	Inactivos (4)	Retiros (5)	Ingresos (6)	Retiro (7)	Ingreso (8)	Retiro (9)	Ingreso (10)
					Hombres					
12-14	1 724 159	10 645 330	0.139388	0.860612	3 421 618	3 953 009	1.984514	0.371337	2.070227	0.381302
15-19	9 306 528	10 525 919	0.469258	0.530742	7 963 471	9 224 932	0.855687	0.876402	0.859941	0.913286
20-24	12 442 541	3 407 866	0.784998	0.215002	4 067 524	4 543 773	0.326905	1.333319	0.321956	1.390927
25-29	12 445 974	907 037	0.932072	0.067928	1 915 949	1 922 024	0.153941	2.119013	0.155668	2.191871
30-34	12 291 810	552 936	0.956952	0.043048	1 328 510	1 314 848	0.108081	2.377940	0.119138	2.371771
35-39	12 624 111	552 379	0.958078	0.041922	1 399 225	1 329 241	0.110838	2.406395	0.117642	2.390418
40-44	11 561 214	557 727	0.953979	0.046021	1 324 114	1 273 431	0.114531	2.283253	0.125454	2.290937
45-49	10 006 710	572 724	0.945864	0.054136	1 408 843	1 275 665	0.140790	2.227364	0.150000	2.206154
50-54	8 466 997	816 355	0.912062	0.087938	1 660 070	1 465 460	0.196064	1.795126	0.209600	1.811731
55-59	6 199 957	1 117 699	0.847260	0.152740	1 829 412	1 647 596	0.295068	1.474096	0.299542	1.468670
60-64	4 092 034	1 769 180	0.698155	0.301845	2 098 946	1 843 707	0.512935	1.042125	0.512380	1.096497
65-69	2 522 965	1 813 962	0.581740	0.418260	1 710 765	1 557 165	0.678077	0.858433	0.680558	0.900144
70-74	1 581 820	1 847 936	0.461205	0.538795	1 486 139	1 289 062	0.939512	0.697569	0.926457	0.722569
75-79	889 605	1 593 401	0.358277	0.641723	972 096	847 015	1.092728	0.531577	1.069166	0.537047
80-84	308 897	1 061 213	0.225454	0.774546	447 446	361 237	1.448527	0.340400	1.465491	0.348881
85-89	110 189	617 066	0.151514	0.848486	184 118	163 683	1.670923	0.265260	1.660866	0.266696
Años brutos			51.6025	26.3975						
Θ			0.66157	0.33843						

Cuadro 4.15
(Concluye)

Grupo de edad	Años-persona en la:		Proporciones de :		Eventos		Tasas observadas		Tasas estimadas	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Activas (3)	Inactivas (4)	Retiros (5)	Ingresos (6)	Retiro (7)	Ingreso (8)	Retiro (9)	Ingreso (10)
					Mujeres					
12-14	701 825	11 215 019	0.058894	0.941106	1 700 793	1 939 867	2.423387	0.172970	2.387867	0.177382
15-19	4 582 746	14 841 883	0.235924	0.764076	6 702 770	7 645 912	1.462610	0.515158	1.444440	0.535064
20-24	7 666 088	9 121 452	0.456653	0.543347	6 691 215	7 140 924	0.872833	0.782871	0.851520	0.809748
25-29	8 013 518	7 061 425	0.531579	0.468421	5 344 535	5 356 619	0.666940	0.758575	0.645614	0.774911
30-34	7 979 788	7 018 038	0.532063	0.467937	5 345 958	5 432 839	0.669937	0.774125	0.640026	0.783488
35-39	8 431 722	6 862 167	0.551313	0.448687	5 468 217	5 481 424	0.648529	0.798789	0.628920	0.810790
40-44	7 981 328	6 018 806	0.570089	0.429911	4 977 065	4 919 474	0.623589	0.817351	0.604241	0.818735
45-49	6 629 260	5 694 112	0.537942	0.462058	4 447 815	4 388 017	0.670937	0.770624	0.654581	0.776690
50-54	5 115 332	5 646 230	0.475334	0.524666	3 965 814	3 711 535	0.775280	0.657348	0.763096	0.654191
55-59	3 278 269	4 983 835	0.396784	0.603216	2 984 411	2 714 144	0.910362	0.544590	0.902552	0.553786
60-64	1 925 035	4 704 666	0.290365	0.709635	2 177 912	2 010 688	1.131362	0.427382	1.130740	0.431751
65-69	1 099 983	3 878 823	0.220933	0.779067	1 398 369	1 336 118	1.271264	0.344465	1.280667	0.346621
70-74	622 491	3 433 539	0.153473	0.846527	957 184	846 508	1.537668	0.246541	1.547019	0.255598
75-79	306 587	2 520 057	0.108463	0.891537	515 698	459 211	1.682060	0.182222	1.712564	0.186029
80-84	118 355	1 611 365	0.068424	0.931576	208 562	181 104	1.762173	0.112392	1.772620	0.112506
85-89	45 170	963 987	0.044760	0.955240	107 286	88 654	2.375167	0.091966	2.356289	0.078781
Años brutos			26.0472	51.9528						
Θ			0.33394	0.66606						

Fuente: Elaborado con los cuadros 4.13 y C.11.

Cuadro 4.16. México: Proporciones de participación y tasas de movilidad observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012
(Intervalos intersemestrales)

Grupo de edad	Años-persona en la:		Proporciones de :		Eventos		Tasas observadas		Tasas estimadas	
	Actividad	Inactividad	Activos	Inactivos	Retiros	Ingresos	Retiro	Ingreso	Retiro	Ingreso
					Hombres					
12-14	1 243 060	7 332 636	0.144952	0.855048	1 182 410	1 622 579	0.951209	0.221282	1.003326	0.226458
15-19	6 389 869	7 103 239	0.473565	0.526435	2 679 498	3 785 152	0.419335	0.532877	0.422998	0.552846
20-24	8 260 177	2 262 861	0.784961	0.215039	1 372 214	1 750 075	0.166124	0.773390	0.167218	0.812642
25-29	8 349 924	610 880	0.931828	0.068172	690 591	676 282	0.082706	1.107061	0.082211	1.142199
30-34	8 346 787	386 427	0.955752	0.044248	482 710	487 042	0.057832	1.260372	0.064098	1.240593
35-39	8 714 640	378 852	0.958338	0.041662	497 815	471 145	0.057124	1.243614	0.061955	1.242356
40-44	8 023 756	386 137	0.954085	0.045915	480 549	450 871	0.059891	1.167647	0.067014	1.157388
45-49	6 993 424	387 709	0.947473	0.052527	498 156	420 637	0.071232	1.084930	0.077867	1.060814
50-54	5 882 808	574 448	0.911038	0.088962	633 549	539 589	0.107695	0.939318	0.115872	0.930212
55-59	4 286 983	798 931	0.842913	0.157087	730 974	617 497	0.170510	0.772904	0.169214	0.761512
60-64	2 821 139	1 231 701	0.696089	0.303911	790 609	653 889	0.280245	0.530883	0.284513	0.553006
65-69	1 741 221	1 277 758	0.576758	0.423242	653 900	562 583	0.375541	0.440289	0.386261	0.461976
70-74	1 096 449	1 266 267	0.464063	0.535937	544 285	437 194	0.496407	0.345262	0.487837	0.351019
75-79	605 069	1 092 978	0.356332	0.643668	377 551	287 570	0.623980	0.263107	0.603767	0.259386
80-84	211 678	716 801	0.227984	0.772016	179 211	132 975	0.846620	0.185512	0.824151	0.182525
85-89	74 620	414 800	0.152465	0.847535	70 510	57 703	0.944927	0.139111	0.914158	0.141238
Años brutos			51.6031	26.3969						
Θ			0.66158	0.33842						

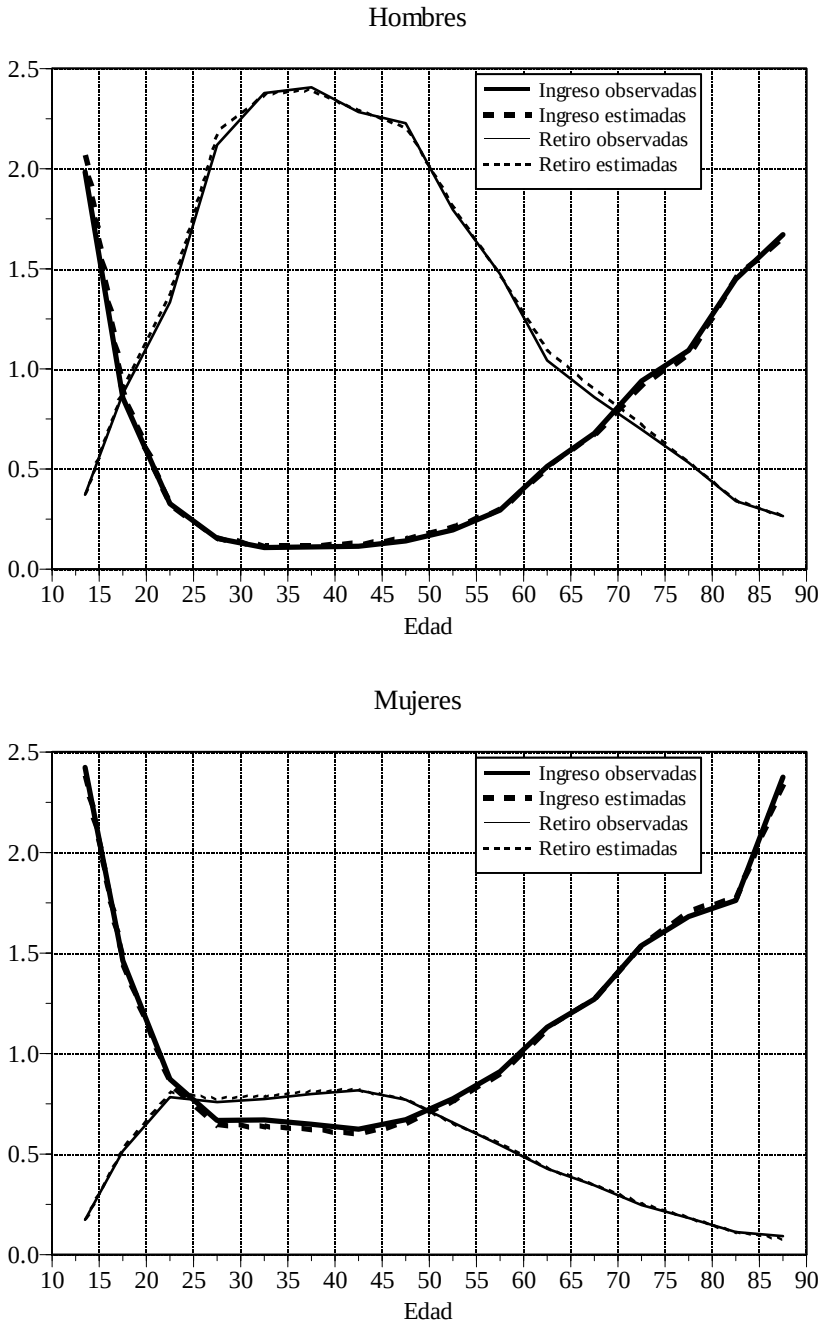
Cuadro 4.16

(Concluye)

Grupo de edad	Años-persona en la:		Proporciones de :		Eventos		Tasas observadas		Tasas estimadas	
	Actividad	Inactividad	Activas	Inactivas	Retiros	Ingresos	Retiro	Ingreso	Retiro	Ingreso
					Mujeres					
12-14	498 092	7 782 987	0.060148	0.939852	553 221	784 744	1.110680	0.100828	1.148629	0.102341
15-19	3 115 407	9 964 070	0.238190	0.761810	2 276 987	3 023 695	0.730880	0.303460	0.731464	0.316976
20-24	5 130 838	6 087 215	0.457373	0.542627	2 366 319	2 800 753	0.461195	0.460104	0.455676	0.478344
25-29	5 367 577	4 821 184	0.526814	0.473186	1 941 212	2 033 245	0.361655	0.421732	0.348184	0.430098
30-34	5 434 990	4 936 960	0.524009	0.475992	2 028 372	2 103 762	0.373206	0.426125	0.353541	0.435389
35-39	5 809 200	4 812 579	0.546914	0.453086	2 019 718	2 084 882	0.347676	0.433215	0.341319	0.443216
40-44	5 529 342	4 204 259	0.568067	0.431933	1 849 364	1 904 448	0.334464	0.452981	0.327936	0.450867
45-49	4 561 996	4 019 246	0.531624	0.468376	1 637 409	1 671 548	0.358924	0.415886	0.351153	0.421494
50-54	3 547 502	4 006 662	0.469609	0.530391	1 490 194	1 349 656	0.420069	0.336853	0.412276	0.335482
55-59	2 223 528	3 475 113	0.390186	0.609814	1 123 838	970 236	0.505430	0.279196	0.495976	0.284348
60-64	1 334 790	3 307 078	0.287554	0.712446	848 070	739 403	0.635358	0.223582	0.618230	0.224304
65-69	730 842	2 696 733	0.213224	0.786776	509 043	482 118	0.696516	0.178779	0.687463	0.178474
70-74	433 259	2 397 004	0.153081	0.846919	346 404	297 636	0.799532	0.124170	0.787681	0.128227
75-79	206 601	1 715 744	0.107473	0.892527	184 510	164 943	0.893076	0.096135	0.926105	0.091519
80-84	77 523	1 101 004	0.065780	0.934220	64 880	51 251	0.836913	0.046549	0.899273	0.049535
85-89	27 985	647 896	0.041406	0.958594	32 560	25 533	1.163470	0.039409	1.094874	0.040736
Años brutos			25.7870	52.2130						
Θ			0.33060	0.66940						

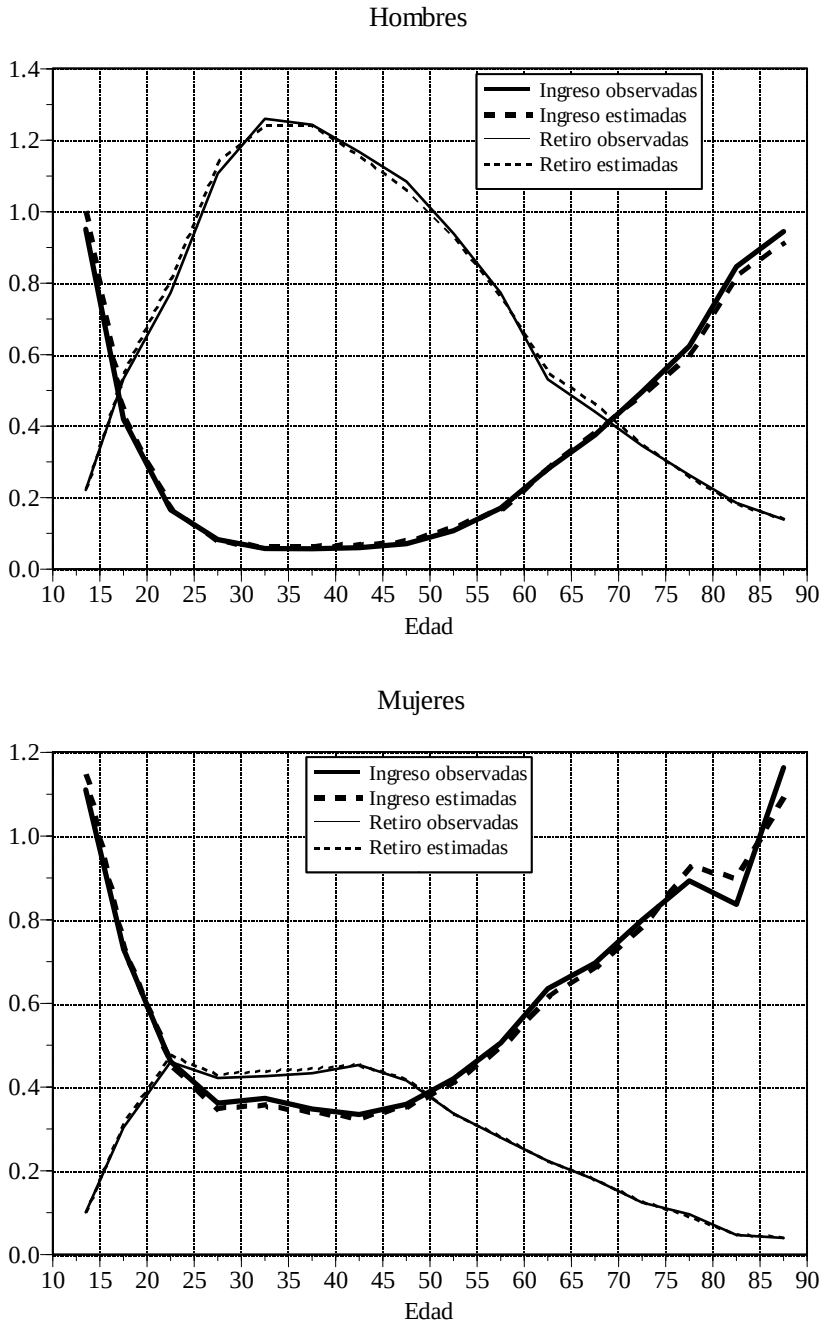
Fuente: Elaborado con los cuadros 4.13 y C.12.

Gráfica 4.5. México: Tasas de ingreso y retiro intertrimestral observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012



Fuente: Cuadro 4.15.

Gráfica 4.6. México: Tasas de ingreso y retiro intersemestral observadas y estimadas por edad y sexo, 2008-2012



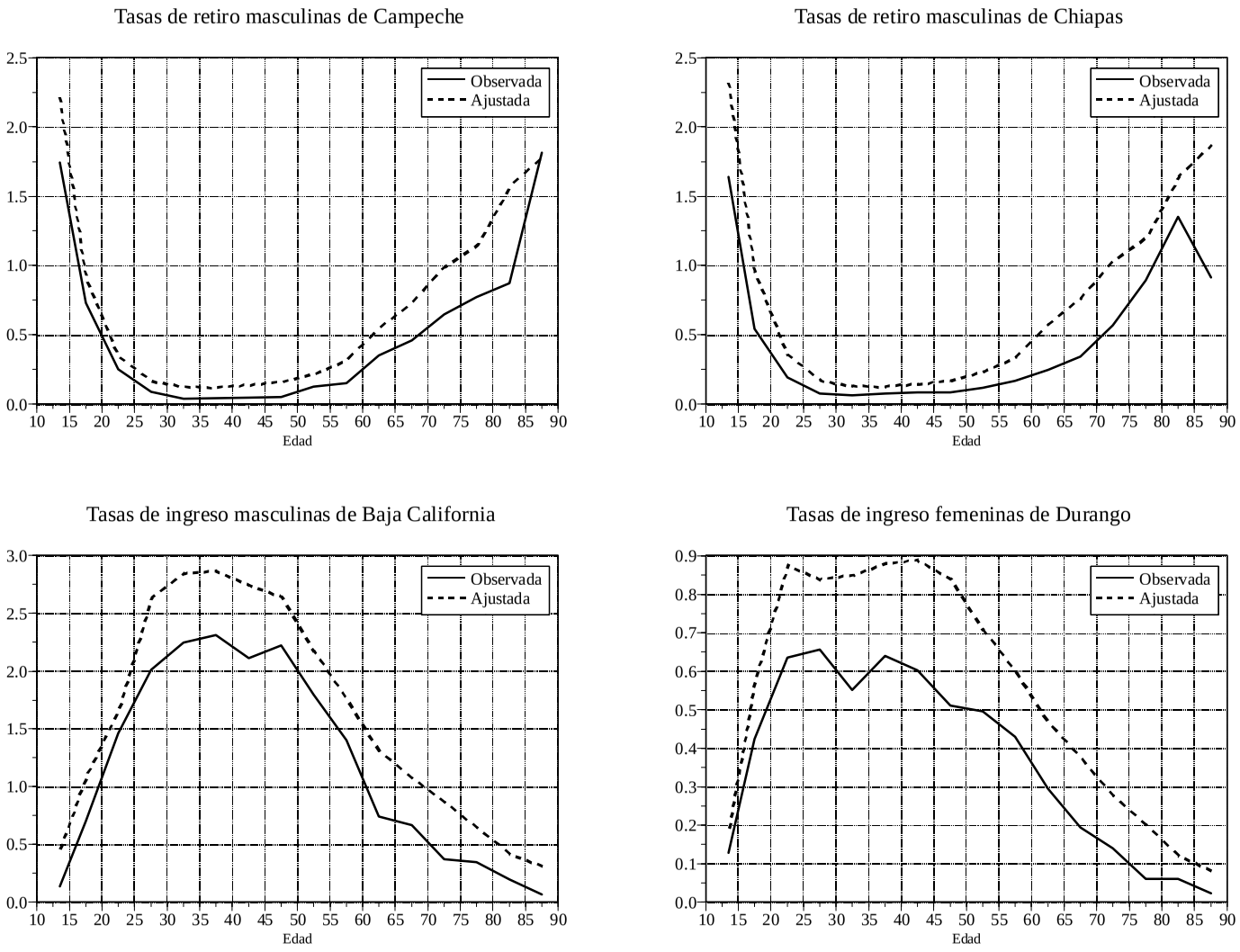
Fuente: Cuadro 4.16.

Cuadro 4.17. Error medio absoluto porcentual para las tasas de eventualidad por entidad federativa y periodos intertemporales, 2008-2012

Entidad federativa	Tasas de retiro				Tasas de ingreso			
	Hombres		Mujeres		Hombres		Mujeres	
	Trimestral	Semestral	Trimestral	Semestral	Trimestral	Semestral	Trimestral	Semestral
República Mexicana	3.4	4.5	1.8	2.9	2.2	2.3	2.5	2.4
Aguascalientes	18.8	18.2	13.3	11.6	33.1	32.9	43.2	59.3
Baja California	34.2	36.7	9.6	12.2	83.8	75.1	16.3	31.4
Baja California Sur	13.6	15.0	28.3	28.3	29.1	27.7	69.3	34.6
Campeche	93.5	88.2	25.0	23.8	10.8	18.9	9.8	11.6
Coahuila	20.3	26.4	9.1	21.5	27.6	41.5	29.1	29.0
Colima	36.3	41.7	59.5	63.8	14.9	15.5	21.9	26.6
Chiapas	86.6	149.0	36.0	65.2	28.6	31.6	49.8	38.4
Chihuahua	15.2	24.1	20.4	43.5	66.8	146.5	79.8	434.8
Distrito Federal	25.9	26.2	28.0	38.0	48.6	52.6	24.1	37.2
Durango	17.1	84.1	16.9	39.5	14.7	16.9	81.2	127.8
Guanajuato	13.4	15.2	9.6	14.2	11.2	18.6	11.6	20.0
Guerrero	27.1	26.6	13.5	16.4	35.8	41.3	41.1	44.6
Hidalgo	12.8	20.3	22.2	28.2	27.2	27.7	10.3	21.5
Jalisco	13.0	15.6	15.0	18.8	8.6	18.0	12.0	13.3
Estado de México	27.2	28.8	12.4	16.9	25.6	18.8	17.2	33.1
Michoacán	17.3	17.7	11.1	13.4	26.8	27.9	14.0	13.7
Morelos	13.6	19.5	15.0	18.9	11.1	20.3	19.8	18.8
Nayarit	12.0	9.6	24.1	19.2	17.7	20.8	20.0	16.9
Nuevo León	24.1	24.3	15.2	15.0	36.8	37.6	26.1	19.4
Oaxaca	23.4	26.2	12.0	13.3	36.4	32.1	34.6	32.7
Puebla	22.2	35.5	13.1	14.4	21.3	29.8	30.3	29.4
Querétaro	25.0	17.2	14.5	18.8	19.3	23.3	37.4	29.2
Quintana Roo	60.4	70.3	36.8	77.0	12.8	13.1	37.1	20.5
San Luis Potosí	14.7	16.5	16.0	19.3	12.7	15.0	12.6	12.6
Sinaloa	23.4	29.4	9.5	11.0	11.4	14.3	8.9	13.4
Sonora	26.1	25.4	18.7	42.5	62.0	60.8	73.4	28.6
Tabasco	14.7	21.2	29.0	31.4	16.4	18.0	75.3	95.8
Tamaulipas	11.2	13.2	15.1	18.8	21.7	25.7	49.3	73.8
Tlaxcala	18.5	23.2	17.8	20.9	30.5	25.8	21.6	17.0
Veracruz	22.7	37.1	15.9	15.0	11.0	17.7	40.0	40.9
Yucatán	64.2	78.7	28.7	35.9	8.7	21.4	13.5	13.5
Zacatecas	20.2	24.2	19.4	22.8	25.2	25.1	23.2	25.2

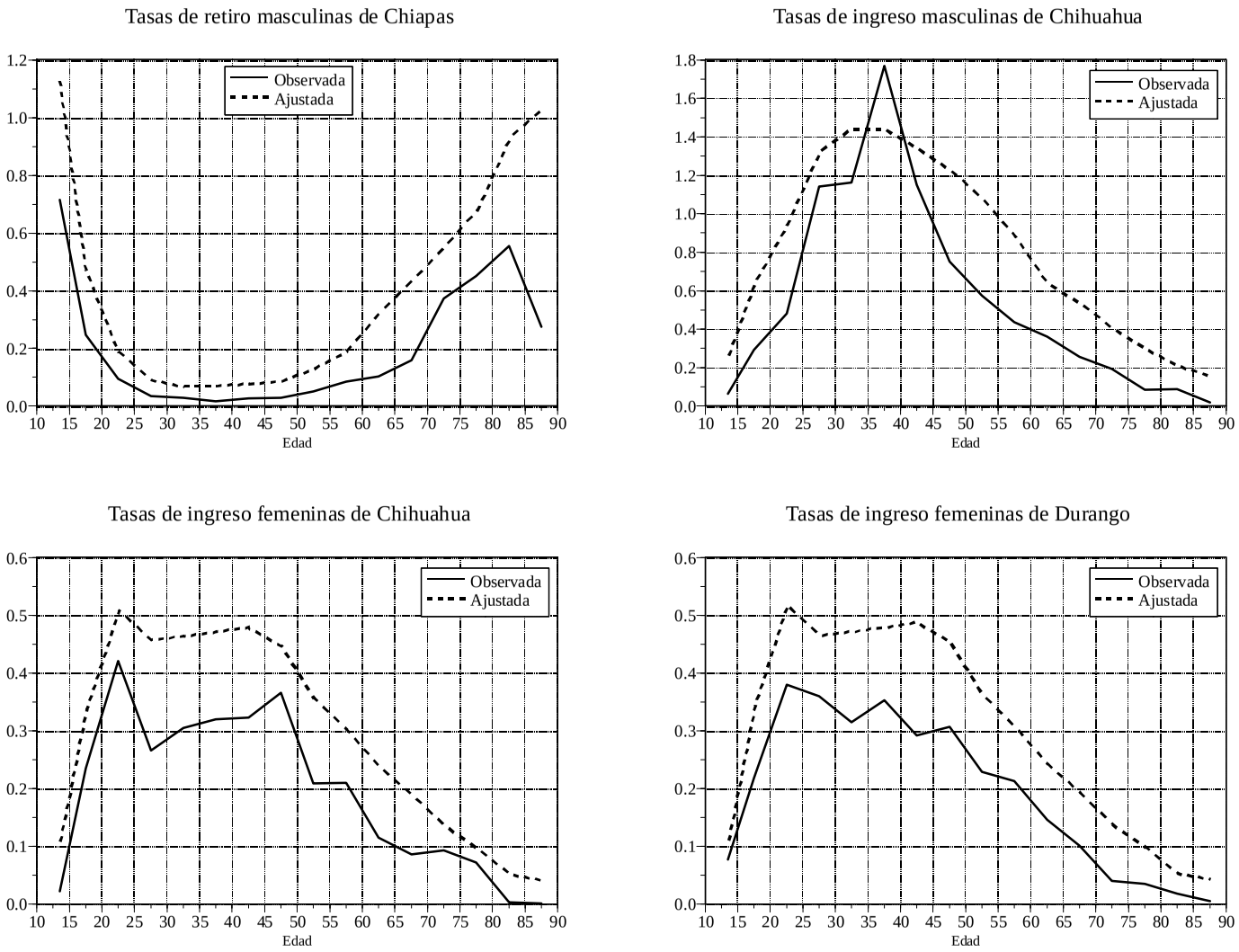
Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.14, C.11 y C.12.

Gráfica 4.7. Tasas intertrimestrales por edad observadas y estimadas para los mayores EMAP, 2008-2012



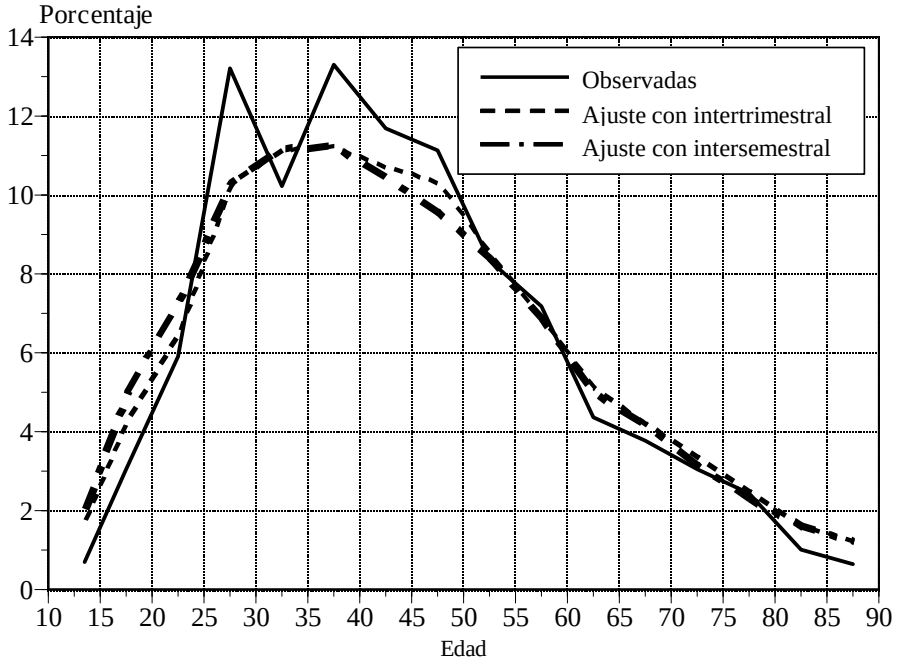
Fuente: Elaborado con los cuadros 4.13 y C.12.

Gráfica 4.8. Tasas intersemestrales por edad observadas y estimadas para los mayores EMAP, 2008-2012



Fuente: Elaborado con los cuadros 4.13 y C.13.

Gráfica 4.9. Chihuahua: Estructura por edad de las tasas de ingreso masculinas del periodo intertrimestral, 2008-2012



Fuente: Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo 2008-2012.

de las tasas observadas; nuestra conjetura es que un número escaso de ingresos masculinos intersemestrales a lo largo del rango etario de participación —excepto de 25 a 39 años— delinea la pauta concentrada en esos quince años. Para aclarar nuestra conjetura, comparamos los perfiles etarios de las tasas observadas para el periodo intertrimestral —presumible con mayor número de entradas a la actividad— con las estimadas con el modelo indirecto intertrimestral, así como con el intersemestral al sobreponer las Θ^i de las proporciones de participación intertrimestrales. En la gráfica 4.9 se advierte un ajuste aceptable tanto con los coeficientes de regresión intertrimestrales como intersemestrales. Si en lugar de calcular el EMAP con las tasas (66.9%), lo hacemos con su composición etaria, el indicador disminuye a 30.1% con los coeficientes intertrimestrales y a 34.8% con los semestrales. En suma, consideramos buenos los ajustes y que los coeficientes del cuadro 4.13 se pueden utilizar para predecir las tasas de ingreso y retiro de la actividad.

En los cuadros 4.18 y 4.19, para los periodos intertrimestrales e intersemestrales, respectivamente, se presenta la estimación de las tasas de eventualidad y su transformación en probabilidades de transición para los datos del censo de 2010. Por ejemplo, del cuadro 1.2, para las mujeres tenemos que $\widehat{e}^a_{12} = 24.766$ y $\widehat{e}^i_{12} = 53.234$, con lo cual, por (4.10'):

$$\Theta^a = \frac{\widehat{e}^a_{12}}{\widehat{e}^a_{12} + \widehat{e}^i_{12}} = \frac{24.766}{78} = 0.31751 \qquad \text{y} \qquad \Theta^i = \frac{\widehat{e}^i_{12}}{\widehat{e}^a_{12} + \widehat{e}^i_{12}} = \frac{53.234}{78} = 0.68249$$

Nuevamente para 40–44 años de las mujeres con intervalos intertrimestales, por (4.12) y el cuadro 4.13:

$$_5\widetilde{m}^{ai}_{40} = 1.80944 \times 0.31751 = 0.57451 \qquad _5\widetilde{m}^{ia}_{40} = 1.22922 \times 0.68249 = 0.83893$$

Una vez obtenidas las tasas, como por (3.6'):

$$_5\gamma_{40} = \ _5\widetilde{m}^{ai}_{40} + \ _5\widetilde{m}^{ia}_{40} = 0.57451 + 0.83893 = 1.41344$$

la constante para valorar (3.7) y (3.8) es:

$$\frac{1 - e^{-5\,5\gamma_{40}}}{_5\gamma_{40}} = \frac{1 - e^{-5\times 1.41344}}{1.41344} = 0.70689$$

que se presenta en la tercera columna de los cuadros 4.18 y 4.19. Al aplicar (3.7) y (3.8):

$$_5\widehat{p}^{ai}_{40} = \ _5m^{ai}_{40}\frac{1-e^{-5\,5\gamma_{40}}}{_5\gamma_{40}} = 0.57451 \times 0.70689 = 0.40612$$

$$_5\widehat{p}^{ia}_{40} = \ _5m^{ia}_{40}\frac{1-e^{-5\,5\gamma_{40}}}{_5\gamma_{40}} = 0.83893 \times 0.70689 = 0.59303$$

y despejando en (2.9):

$$_5\widehat{p}^{aa}_{40} = 1 - \ _5\widehat{p}^{ai}_{40} = 1 - 0.40612 = 0.59388 \qquad \text{y} \qquad _5\widehat{p}^{ii}_{40} = 1 - \ _5\widehat{p}^{ia}_{40} = 1 - 0.59303 = 0.40697$$

que se pueden cotejar en las últimas cuatro columnas del cuadro 4.18.

4.3 Adaptación a las proporciones observadas

Las estimaciones del acápite anterior parten de la cuantía de los años brutos de vida activa e inactiva, los cuales provienen de las proporciones de participación desprendidas del censo de población de México de 2010. Si aceptamos que son válidas las proporciones instantáneas, obtenidas mediante interpolación lineal con las proporciones por grupos etarios, según vimos en el acápite 2.2, es legítimo esperar que las probabilidades de transición, estimadas de manera indirecta, satisfagan las ecuaciones lineales (2.14):

$$\alpha_{x+n} = \alpha_x \ _n\widehat{p}^{aa}_x + \iota_x \ _n\widehat{p}^{ia}_x \qquad \text{y} \qquad \iota_{x+n} = \alpha_x \ _n\widehat{p}^{ai}_x + \iota_x \ _n\widehat{p}^{ii}_x$$

Cuadro 4.18. México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición por edad y sexo, 2010
(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Tasas			Probabilidades de transición sin mortalidad			
				Activo a:		Inactivo a:	
	Retiro	Ingreso	Factor*	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo
			Hombres				
12-14	2.20548	0.33261	0.39380	0.13147	0.86853	0.13098	0.86902
15-19	0.91612	0.79665	0.58374	0.46523	0.53478	0.46503	0.53497
20-24	0.34299	1.21329	0.64229	0.77970	0.22030	0.77928	0.22072
25-29	0.16584	1.91194	0.48127	0.92019	0.07981	0.92016	0.07984
30-34	0.12692	2.06887	0.45541	0.94220	0.05780	0.94218	0.05782
35-39	0.12533	2.08513	0.45239	0.94330	0.05670	0.94329	0.05671
40-44	0.13365	1.99836	0.46903	0.93731	0.06269	0.93729	0.06271
45-49	0.15980	1.92440	0.47979	0.92333	0.07667	0.92330	0.07670
50-54	0.22329	1.58035	0.55437	0.87621	0.12379	0.87609	0.12391
55-59	0.31911	1.28110	0.62471	0.80065	0.19935	0.80031	0.19969
60-64	0.54585	0.95646	0.66527	0.63686	0.36314	0.63631	0.36369
65-69	0.72502	0.78519	0.66181	0.52017	0.47983	0.51965	0.48035
70-74	0.98698	0.63029	0.61813	0.38991	0.61009	0.38960	0.61040
75-79	1.13902	0.46846	0.62189	0.29165	0.70835	0.29133	0.70867
80-84	1.56123	0.30432	0.53599	0.16320	0.83680	0.16311	0.83689
85-89	1.76937	0.23264	0.49948	0.11624	0.88376	0.11620	0.88380
			Mujeres				
12-14	2.27039	0.18176	0.40755	0.07471	0.92529	0.07407	0.92593
15-19	1.37338	0.54826	0.52035	0.28536	0.71464	0.28529	0.71471
20-24	0.80963	0.82972	0.60983	0.50627	0.49373	0.50599	0.49401
25-29	0.61385	0.79403	0.70967	0.56437	0.43563	0.56349	0.43651
30-34	0.60854	0.80281	0.70793	0.56920	0.43080	0.56834	0.43166
35-39	0.59798	0.83079	0.69935	0.58180	0.41820	0.58101	0.41899
40-44	0.57451	0.83893	0.70689	0.59388	0.40612	0.59303	0.40697
45-49	0.62238	0.79585	0.70452	0.56152	0.43848	0.56069	0.43931
50-54	0.72555	0.67033	0.71573	0.48070	0.51930	0.47977	0.52023
55-59	0.85815	0.56745	0.70090	0.39852	0.60148	0.39772	0.60228
60-64	1.07511	0.44240	0.65864	0.29189	0.70811	0.29138	0.70862
65-69	1.21766	0.35517	0.63555	0.22611	0.77389	0.22573	0.77427
70-74	1.47091	0.26190	0.57700	0.15129	0.84871	0.15112	0.84888
75-79	1.62831	0.19062	0.54971	0.10490	0.89510	0.10479	0.89521
80-84	1.68541	0.11528	0.55527	0.06414	0.93586	0.06401	0.93599
85-89	2.24036	0.08072	0.43083	0.03479	0.96521	0.03478	0.96522

* $[1-e^{-n\gamma}] / {}_n\gamma_x$

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 1.2 y 4.13.

Cuadro 4.19. México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición por edad y sexo, 2010
(Tasas de periodos intersemestrales)

Grupo de edad	Tasas			Probabilidades de transición sin mortalidad			
				Activo a:		Inactivo a:	
	Retiro	Ingreso	Factor*	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo
			Hombres				
12-14	1.06886	0.19754	0.77196	0.17488	0.82512	0.15249	0.84751
15-19	0.45063	0.48225	1.06185	0.52150	0.47850	0.51208	0.48792
20-24	0.17814	0.70887	1.11401	0.80155	0.19845	0.78969	0.21031
25-29	0.08758	0.99635	0.91848	0.91956	0.08044	0.91513	0.08487
30-34	0.06828	1.08218	0.86645	0.94083	0.05917	0.93766	0.06234
35-39	0.06600	1.08372	0.86701	0.94278	0.05722	0.93959	0.06041
40-44	0.07139	1.00960	0.92092	0.93425	0.06575	0.92976	0.07024
45-49	0.08295	0.92536	0.98535	0.91826	0.08174	0.91180	0.08820
50-54	0.12344	0.81143	1.05968	0.86919	0.13081	0.85986	0.14014
55-59	0.18027	0.66427	1.16672	0.78968	0.21032	0.77502	0.22498
60-64	0.30310	0.48239	1.24802	0.62173	0.37827	0.60203	0.39797
65-69	0.41149	0.40299	1.20686	0.50339	0.49661	0.48635	0.51365
70-74	0.51970	0.30620	1.19132	0.38087	0.61913	0.36478	0.63522
75-79	0.64320	0.22626	1.13524	0.26981	0.73019	0.25687	0.74313
80-84	0.87798	0.15922	0.95874	0.15824	0.84176	0.15265	0.84735
85-89	0.97387	0.12320	0.90774	0.11598	0.88402	0.11184	0.88816
			Mujeres				
12-14	1.10314	0.10434	0.80604	0.11082	0.88918	0.08411	0.91589
15-19	0.70250	0.32318	0.96919	0.31915	0.68085	0.31322	0.68678
20-24	0.43763	0.48770	1.07012	0.53168	0.46832	0.52190	0.47810
25-29	0.33439	0.43851	1.26669	0.57643	0.42357	0.55545	0.44455
30-34	0.33954	0.44391	1.25102	0.57523	0.42477	0.55533	0.44467
35-39	0.32780	0.45188	1.25656	0.58810	0.41190	0.56782	0.43218
40-44	0.31495	0.45969	1.26409	0.60188	0.39812	0.58108	0.41892
45-49	0.33725	0.42974	1.27564	0.56980	0.43020	0.54819	0.45181
50-54	0.39595	0.34204	1.32119	0.47688	0.52312	0.45190	0.54810
55-59	0.47633	0.28991	1.27677	0.39183	0.60817	0.37015	0.62985
60-64	0.59375	0.22869	1.19599	0.28988	0.71012	0.27351	0.72649
65-69	0.66024	0.18197	1.16975	0.22769	0.77231	0.21285	0.78715
70-74	0.75649	0.13074	1.11377	0.15745	0.84255	0.14561	0.85439
75-79	0.88943	0.09331	1.01009	0.10160	0.89840	0.09425	0.90575
80-84	0.86366	0.05050	1.08258	0.06502	0.93498	0.05467	0.94533
85-89	1.05151	0.04153	0.91100	0.04207	0.95793	0.03784	0.96216

* $[1-e^{-n\gamma}] / {}_n\gamma_x$

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 1.2 y 4.13.

Para nuestro ejemplo de las mujeres de 40–44 años, dado que $\alpha_{40} = 0.54034$ e $\iota_{40} = 0.45966$, al aplicar (2.14) con las probabilidades para periodos intertrimestrales (cuadro 4.18) tenemos:

$$\widehat{\alpha}_{45} = \alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{aa} + \iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ia} = 0.54034 \times 0.59388 + 0.45966 \times 0.59303 = 0.593491$$

$$\widehat{\iota}_{45} = \alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ai} + \iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ii} = 0.54034 \times 0.40612 = 0.45966 \times 0.40697 = 0.406509$$

valores que difieren de los obtenidos a partir de las proporciones ${}_5A_{40}$ e ${}_5I_{40}$, cuyos valores son $\alpha_{45} = 0.529772$ e $\iota_{45} = 0.470228$. A continuación presentamos un procedimiento para satisfacer las ecuaciones (2.14), respetando los valores originales de α_x e ι_x para todo el rango etario.

Ubiquemos nuestros datos en un arreglo de doble entrada de la manera siguiente:

	Estado inicial		
Estado final	Actividad	Inactividad	Suma
Actividad	$\alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{aa}$	$\iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ia}$	α_{45}
Inactividad	$\alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ai}$	$\iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ii}$	ι_{45}
Suma	α_{40}	ι_{40}	1

donde los marginales renglón se satisfacen por las ecuaciones (2.14) y los marginales columna por la propiedad (2.9). Para simplificar la exposición, hagamos:

$${}_5o_{40}^{aa} = \alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{aa} \qquad {}_5o_{40}^{ai} = \alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ai} \qquad {}_5o_{40}^{ia} = \iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ia} \qquad {}_5o_{40}^{ii} = \iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ii}$$

de tal manera que podemos expresar el arreglo como:

	Estado inicial		
Estado final	Actividad	Inactividad	Suma
Actividad	${}_5o_{40}^{aa}$	${}_5o_{40}^{ia}$	α_{45}
Inactividad	${}_5o_{40}^{ai}$	${}_5o_{40}^{ii}$	ι_{45}
Suma	α_x	ι_x	1

La idea es modificar proporcionalmente las celdas, de tal manera que satisfagan los marginales renglón y después los columna. El procedimiento se repite hasta que las cuatro celdas diferen en menos de ϵ en dos iteraciones sucesivas. A este procedimiento se le conoce como *asignación biproporcional iterativa*, donde el término biproporcional se debe a que se satisfacen dos condiciones de manera simultánea, nominalmente (2.9) y (2.14). Frans Willekens, András Pór y Richard Raquillet (1981) probaron que el algoritmo tiene la propiedad de ser máximo verosímil, y Edwards Deming (1943) desarrolló la solución bajo el criterio mínimo cuadrático. En el caso del censo de 2010 de México detuvimos el proceso cuando $\epsilon < 10^{-8}$.

Comenzamos con las probabilidades obtenidas al final del acápite anterior, con lo cual

$$_5o_{40}^{aa}(0) = \alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{aa} = 0.320897 \qquad {}_5o_{40}^{ai}(0) = \alpha_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ai} = 0.219440$$

$$_5o_{40}^{ia}(0) = \iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ia} = 0.272594 \qquad {}_5o_{40}^{ii}(0) = \iota_{40}\,{}_5\widehat{p}_{40}^{ii} = 0.187069$$

donde "(0)" indica que es la iteración cero. Si muliplicamos $_5o_{40}^{aa}(0)$ y $_5o_{40}^{ia}(0)$ por $\alpha_{45}/\widehat{\alpha}_{45} = 0.529772/0.593491 = 0.892637$:

$$_5\widetilde{o}_{40}^{aa}(0) = 0.320897 \times 0.892637 = 0.286444 \qquad {}_5\widetilde{o}_{40}^{ia}(0) = 0.272594 \times 0.892637 = 0.243328$$

y $_5o_{40}^{ai}(0)$ y $_5o_{40}^{ii}(0)$ por $\iota_{45}/\widehat{\iota}_{45} = 0.470228/0.406509 = 1.156747$:

$$_5\widetilde{o}_{40}^{ai}(0) = 0.219440 \times 1.156747 = 0.253837 \qquad {}_5\widetilde{o}_{40}^{ii}(0) = 0.187069 \times 1.156747 = 0.216392$$

se satisfacen los marginales renglón del arreglo:[7]

	Estado inicial		
Estado final	Actividad	Inactividad	Suma
Actividad	0.286444	0.243328	0.529772
Inactividad	0.253837	0.216392	0.470228
Suma	0.540281	0.459719	1

pero no concuerdan con los marginales columna. Si multiplicamos $_5\widetilde{o}_{40}^{aa}(0)$ y $_5\widetilde{o}_{40}^{ai}(0)$ por $0.540337/\ 0.540281 = 1.000104$:

$$_5o_{40}^{aa}(1) = 0.286444 \times 1.000104 = 0.286474 \qquad {}_5o_{40}^{ai}(1) = 0.253837 \times 1.000104 = 0.253863$$

su suma es igual a α_{40}, es decir el marginal renglón, y de la misma manera si se multiplican $_5\widetilde{o}_{40}^{ia}(0)$ y $_5\widetilde{o}_{40}^{ii}(0)$ por $0.459663/0.459719 = 0.999878$:

$$_5o_{40}^{ia}(1) = 0.237024 \times 0.999878 = 0.243298 \qquad {}_5o_{40}^{ai}(1) = 0.224503 \times 0.999878 = 0.216365$$

cuya suma es igual a ι_{40}, donde "(1)" indica que hemos completado la iteración uno. El arreglo es ahora:

	Estado inicial		
Estado final	Actividad	Inactividad	Suma
Actividad	0.286474	0.243298	0.529772
Inactividad	0.253863	0.216365	0.470228
Suma	0.540337	0.459663	1

[7]En adelante, las cifras se redondean de manera independiente.

y la suma del renglón respectivo satisface α_{45} e ι_{45}, que como vemos convergió, pues satisface tanto los marginales renglón como los columna. Las probabilidades definitivas de transición, después de la primera iteración completa (prorrateo por renglón y por columna) son:

$$_5\widehat{p}_{40}^{aa} = \frac{_5o_{40}^{aa}}{\alpha_{40}} = \frac{0.286474}{0.540337} = 0.530176 \qquad _5\widehat{p}_{40}^{ai} = \frac{_5o_{40}^{ai}}{\alpha_{40}} = \frac{0.253863}{0.540337} = 0.469824$$

$$_5\widehat{p}_{40}^{ia} = \frac{_5o_{40}^{ia}}{\alpha_{40}} = \frac{0.243298}{0.459663} = 0.529296 \qquad _5\widehat{p}_{40}^{ii} = \frac{_5o_{40}^{ii}}{\alpha_{40}} = \frac{0.216365}{0.459663} = 0.470704$$

Para la tolerancia de $\epsilon < 10^{-8}$ se necesitaron dos iteraciones adicionales para la convergencia. Los resultados se presentan en el cuadro 4.20.

Cabe mencionar que el arreglo definitivo depende de los valores iniciales. Por ejemplo, si hubiéramos iniciado con $_5\widehat{p}_{40}^{aa} = \ _5\widehat{p}_{40}^{ii} = 0.8$ y $_5\widehat{p}_{40}^{ai} = \ _5\widehat{p}_{40}^{ia} = 0.2$, las probabilidades definitivas habrían sido:

$$_5\widehat{p}_{40}^{aa} = 0.728841 \qquad _5\widehat{p}_{40}^{ai} = 0.271159 \qquad _5\widehat{p}_{40}^{ia} = 0.295765 \qquad _5\widehat{p}_{40}^{ii} = 0.704235$$

completamente distintas a las obtenidas con las probabilidades iniciales del acápite anterior.

En los dos intervalos etarios extremos no aplica la asignación biproporcional iterativa. En el último (85–89 años), porque hemos supuesto que la participación en la actividad cesa a los 90 años, o sea, $_5\widehat{p}_{85}^{aa} = \ _5\widehat{p}_{85}^{ia} = 0$ y $_5\widehat{p}_{85}^{ai} = \ _5\widehat{p}_{85}^{ii} = 1$; y en el primero, como hemos supuesto que $\alpha_{12} = 0$ e $\iota_{12} = 1$, las ecuaciones (2.14) implican que $_3\widehat{p}_{12}^{ia} = \alpha_{15}$ y $_3\widehat{p}_{12}^{ii} = \iota_{15}$, mientras $_3\widehat{p}_{12}^{aa}$ y $_3\widehat{p}_{12}^{ai}$ pueden tomar cualquier valor solo con la condición de que satisfagan (2.9). Nuestra propuesta es suponer que la proporción que guardan las probabilidades $_np_x^{ai}$ de 12–14 respecto de 15–19 años en la estimación original se mantiene en las adaptadas, es decir:

$$\frac{_3\widehat{p}_{12}^{ai}}{_5\widehat{p}_{15}^{ai}} = \frac{_3\widetilde{p}_{12}^{ai}}{_5\widetilde{p}_{15}^{ai}} \qquad \text{o bien} \qquad _3\widehat{p}_{12}^{ai} = \ _5\widehat{p}_{15}^{ai}\frac{_3\widetilde{p}_{12}^{ai}}{_5\widetilde{p}_{15}^{ai}} \qquad \text{y} \qquad _3\widehat{p}_{12}^{aa} = 1 - \ _3\widehat{p}_{12}^{ai}$$

Los resultados se incluyen en el primer renglón de cada panel del cuadro 4.20. Por ejemplo, para los hombres del caso intersemestral:

$$_3\widehat{p}_{12}^{ai} = \ _5\widehat{p}_{15}^{ai}\frac{_3\widetilde{p}_{12}^{ai}}{_5\widetilde{p}_{15}^{ai}} = 0.366783 \times \frac{0.868525}{0.534775} = 0.595690 \qquad \text{y} \quad _3\widehat{p}_{12}^{aa} = 1 - 0.493698 = 0.404310$$

En las dos últimas columnas del cuadro 4.20 se presenta la proporción que las probabilidades de transición entre actividad e inactividad bajo el criterio intertrimestral representan de las correspondientes al intersemestral. No solo se advierte una clara reducción con respecto a las tasas de retiro e ingreso, sino incluso una significativa proximidad entre los valores de las probabilidades. Esta semejanza nos dice que cualquiera de los dos enfoques —intertrimestral o intersemestral— va a arrojar tablas de vida activa similares, pues su valor está normado por las proporciones de participación observadas.

Cuadro 4.20. México: Probabilidades de transición ajustadas mediante asignación biproporcional iterativa, 2010

Grupo de edad	Periodo intertrimestral				Periodo intersemestral				Intertrimestral / intersemestral	
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:		Activo a inactivo	Inactivo a activo
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	Activo (7)	Inactivo (8)	(9)=(2)/(6)	(10)=(3)/(7)
					Hombres					
12-14	0.404310	0.595690	0.235869	0.764131	0.378809	0.621191	0.235869	0.764131	0.959	1.000
15-19	0.633217	0.366783	0.633039	0.366961	0.639762	0.360238	0.631019	0.368981	1.018	1.003
20-24	0.881028	0.118972	0.880773	0.119227	0.883760	0.116240	0.876058	0.123942	1.024	1.005
25-29	0.963117	0.036883	0.963102	0.036898	0.963367	0.036633	0.961249	0.038751	1.007	1.002
30-34	0.976533	0.023467	0.976525	0.023475	0.976581	0.023419	0.975273	0.024727	1.002	1.001
35-39	0.976341	0.023659	0.976334	0.023666	0.976373	0.023627	0.975007	0.024993	1.001	1.001
40-44	0.971362	0.028638	0.971351	0.028649	0.971410	0.028590	0.969372	0.030628	1.002	1.002
45-49	0.953638	0.046362	0.953619	0.046381	0.953746	0.046254	0.949936	0.050064	1.002	1.004
50-54	0.914787	0.085213	0.914700	0.085300	0.915080	0.084920	0.908678	0.091322	1.003	1.007
55-59	0.822714	0.177286	0.822408	0.177592	0.823783	0.176217	0.810932	0.189068	1.006	1.014
60-64	0.702151	0.297849	0.701656	0.298344	0.705172	0.294828	0.687639	0.312361	1.010	1.020
65-69	0.597527	0.402473	0.597021	0.402979	0.602273	0.397727	0.585838	0.414162	1.012	1.019
70-74	0.497594	0.502406	0.497270	0.502730	0.504390	0.495610	0.487187	0.512813	1.014	1.021
75-79	0.390645	0.609355	0.390273	0.609727	0.398438	0.601562	0.382559	0.617441	1.013	1.020
80-84	0.295330	0.704670	0.295194	0.704806	0.300662	0.699338	0.291778	0.708222	1.008	1.012
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	1.000	1.000

Cuadro 4.20
(Concluye)

Grupo de edad	Periodo intertrimestral				Periodo intersemestral				Intertrimestral / intersemestral	
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:		Activa a inactiva	Inactiva a activa
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)	(9)=(2)/(6)	(10)=(3)/(7)
					Mujeres					
12-14	0.112871	0.887129	0.097056	0.902944	0.112100	0.887900	0.097056	0.902944	0.999	1.000
15-19	0.314829	0.685171	0.314758	0.685242	0.320125	0.679875	0.314189	0.685811	1.008	1.002
20-24	0.473820	0.526180	0.473545	0.526455	0.480341	0.519659	0.470549	0.529451	1.013	1.006
25-29	0.518935	0.481065	0.518045	0.481955	0.529686	0.470314	0.508372	0.491628	1.023	1.019
30-34	0.529145	0.470855	0.528270	0.471730	0.538439	0.461561	0.518263	0.481737	1.020	1.019
35-39	0.540717	0.459283	0.539911	0.460089	0.550068	0.449932	0.529420	0.470580	1.021	1.020
40-44	0.530176	0.469824	0.529296	0.470704	0.539627	0.460373	0.518187	0.481813	1.021	1.021
45-49	0.483877	0.516123	0.483033	0.516967	0.493770	0.506230	0.471888	0.528112	1.020	1.024
50-54	0.410625	0.589375	0.409723	0.590277	0.422709	0.577292	0.398412	0.601588	1.021	1.028
55-59	0.321058	0.678942	0.320328	0.679672	0.332475	0.667525	0.312389	0.687611	1.017	1.025
60-64	0.239980	0.760020	0.239533	0.760468	0.249768	0.750232	0.234913	0.765087	1.013	1.020
65-69	0.175419	0.824581	0.175101	0.824899	0.184804	0.815196	0.172143	0.827857	1.012	1.017
70-74	0.124322	0.875678	0.124176	0.875824	0.132654	0.867346	0.122406	0.877594	1.010	1.014
75-79	0.088172	0.911828	0.088075	0.911925	0.094091	0.905909	0.087236	0.912764	1.007	1.010
80-84	0.060260	0.939740	0.060144	0.939856	0.070311	0.929689	0.059173	0.940827	1.011	1.016
85-89	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	1.000	1.000

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.18 y 4.19.

Sin mayor justificación y solo con fines ilustrativos, ejemplificamos el método con la perspectiva intersemestral. En los cuadros 4.21 a 4.25 se presentan las distintas funciones de la tabla de vida activa. En la valoración de los años-persona vividos necesitamos las tasas de eventualidad, las cuales se derivan directamente de las ecuaciones (4.5); no obstante, no podemos calcular ${}_5B_{85}$ porque no está definido el logaritmo de cero, pues $1 - {}_5\hat{p}^{ai}_{85} - {}_5\hat{p}^{ia}_{85} = 1 - 1 - 0 = 0$. Una posibilidad es suponer, igual que en el enfoque tradicional, que no hay ingresos; otra es estimar las tasas de ese grupo a partir de nuestra evaluación inicial con (4.12). Para ello suponemos que la variación proporcional en los dos últimos intervalos etarios es igual en las tasas iniciales y las definitivas, es decir, que si ${}_5\widetilde{m}^{ai}_x$ y ${}_5\widetilde{m}^{ia}_x$ son las tasas calculadas con (4.12) y ${}_5m^{ai}_x$ y ${}_5m^{ia}_x$ las definitivas:

$$\frac{{}_5m^{ai}_{85}}{{}_5\widetilde{m}^{ai}_{85}} = \frac{{}_5m^{ai}_{80}}{{}_5\widetilde{m}^{ai}_{80}} \Leftrightarrow {}_5m^{ai}_{85} = {}_5m^{ai}_{80}\frac{{}_5\widetilde{m}^{ai}_{85}}{{}_5\widetilde{m}^{ai}_{80}} \quad \text{y} \quad \frac{{}_5m^{ia}_{85}}{{}_5\widetilde{m}^{ia}_{85}} = \frac{{}_5m^{ia}_{80}}{{}_5\widetilde{m}^{ia}_{80}} \Leftrightarrow {}_5m^{ia}_{85} = {}_5m^{ia}_{80}\frac{{}_5\widetilde{m}^{ia}_{85}}{{}_5\widetilde{m}^{ia}_{80}} \tag{4.13}$$

Por ejemplo, para los hombres por (4.5) tenemos que:

$${}_5B_{80} = -\frac{1}{5}\,\frac{\ln\{1 - {}_5\hat{p}^{ai}_{80} - {}_5\hat{p}^{ia}_{80}\}}{{}_5\hat{p}^{ai}_{80} + {}_5\hat{p}^{ia}_{80}} = -\frac{1}{5}\,\frac{\ln\{1 - 0.704670 - 0.295194\}}{0.704670 + 0.295194} = 1.781534$$

la tasa de retiro es:

$${}_5m^{ai}_{80} = {}_5\hat{p}^{ai}_{80}\,{}_5B_{80} = 0.704670 \times 1.781534 = 1.255394$$

y la de ingreso:

$${}_5m^{ia}_{80} = {}_5\hat{p}^{ia}_{80}\,{}_5B_{80} = 0.295194 \times 1.781534 = 0.525899$$

Del cuadro 1.2 tenemos que $\widehat{e}^a_{12} = 54.974$ y $\widehat{e}^i_{12} = 23.026$, con lo cual, por (4.10'):

$$\Theta^a = \frac{\widehat{e}^a_{12}}{\widehat{e}^a_{12} + \widehat{e}^i_{12}} = \frac{54.974}{78} = 0.70479 \qquad \text{y} \qquad \Theta^i = \frac{\widehat{e}^i_{12}}{\widehat{e}^a_{12} + \widehat{e}^i_{12}} = \frac{23.026}{78} = 0.29521$$

de donde las tasas iniciales son:

$${}_5\widetilde{m}^{ai}_{80} = 2.21517 \times 0.70479 = 1.561233 \qquad {}_5\widetilde{m}^{ia}_{80} = 1.03088 \times 0.29521 = 0.304325$$

$${}_5\widetilde{m}^{ai}_{85} = 2.51049 \times 0.70479 = 1.769373 \qquad {}_5\widetilde{m}^{ia}_{85} = 0.78804 \times 0.29521 = 0.232636$$

Aplicando (4.13):

$${}_5m^{ai}_{85} = {}_5m^{ai}_{80}\frac{{}_5\widetilde{m}^{ai}_{85}}{{}_5\widetilde{m}^{ai}_{80}} = 1.255394 \times \frac{1.769373}{1.561233} = 1.255394 \times 1.133317 = 1.422760$$

y

$$ {}_5m_{85}^{ia} = {}_5m_{80}^{ia}\frac{{}_5\widetilde{m}_{85}^{ia}}{{}_5\widetilde{m}_{80}^{ia}} = 0.525899 \times \frac{0.232636}{0.304325} = 0.525899 \times 0.764434 = 0.402015 $$

cifras que se pueden identificar en el panel superior del cuadro 4.24.

En el cuadro 4.26 se presentan las esperanzas de vida activa e inactiva asociadas al modelo (4.12) para periodos intertrimestrales. Al contrastarlas con las correspondientes a periodos intersemestrales (cuadro 4.25), se observa que las diferencias son menores, sobre todo cuando se toma en cuenta el porcentaje que la vida activa representa del total (columnas 3 y 6 de los cuadros 4.24 y 4.26). Si bien las distancias se mantienen bajas hasta los adultos maduros, a partir de 65 años aumenta la diferencia. Esto se debe a que una menor movilidad en los periodos intersemestrales conlleva mayor tiempo de estancia en la actividad.

En la gráfica 4.10 se comparan las tasas de eventualidad estimadas en el acápite previo y en este. Si bien bajo el principio de la mayor incertidumbre fijamos los ponderadores que maximizaron los movimientos entre actividad e inactividad, al comparar las tasas asociadas con las obtenidas de las regresiones sobre los años brutos de vida activa e inactiva, se concluye que esa maximización fue razonable, dada la proximidad con las regresiones para intervalos intertrimestrales. La excepción se tiene en los ingresos de hombres, pues las tasas obtenidas a partir de los límites de las probabilidades se asemejan más a las desprendidas de las regresiones para periodos intersemestrales.

A manera de guía, en el cuadro 4.27 se reproducen los ponderadores implícitos en las probabilidades de transición derivadas de los modelos de regresión, es decir, las contenidas en el cuadro 4.20.[8] Se aprecian muy altos ponderadores (0.97 o más), excepto en los hombres de 12–14 años en ambos intervalos temporales.

Al final del cuadro 4.27 se reproduce la media aritmética de los 15 ponderadores, la cual se pudiera suponer constante en todo el intervalo de edades, igual que lo hicimos en el acápite previo. El cálculo de las tasas asociadas, la elaboración de la tabla de vida activa y la comparación con los ejercicios llevados a cabo en este capítulo se deja como ejercicio al eventual lector.

4.4 Estimación a partir del cambio en la participación en el tiempo

En los algoritmos presentados en el capítulo 2 y en este, está implícito el supuesto de estabilidad explicado al final del acápite 2.5. Cuando no se tiene una encuesta continua de ocupación como la ENE-ENOE de México, el supuesto se puede evitar si se dispone de las

[8] Recuérdese que, al suponer nula la participación a los 90 años de edad, no se pueden calcular los ponderadores para 85–89 años al despejar en (4.7).

Cuadro 4.21. México: Probabilidades de transición con mortalidad, 2010
(Intervalos intersemestrales)

Grupo de edad	Super-vivencia	Activo a		Inactivo a	
		Activo	Inactivo	Activo	Inactivo
		Hombres			
12-14	0.998283	0.378158	0.620125	0.235464	0.762819
15-19	0.993878	0.635845	0.358032	0.627155	0.366722
20-24	0.989096	0.874124	0.114972	0.866505	0.122591
25-29	0.986020	0.949900	0.036121	0.947811	0.038209
30-34	0.984511	0.961454	0.023057	0.960167	0.024344
35-39	0.982799	0.959578	0.023221	0.958236	0.024563
40-44	0.979239	0.951243	0.027997	0.949247	0.029992
45-49	0.972577	0.927592	0.044985	0.923886	0.048691
50-54	0.961575	0.879919	0.081657	0.873763	0.087813
55-59	0.944631	0.778171	0.166460	0.766032	0.178599
60-64	0.919513	0.648415	0.271099	0.632294	0.287220
65-69	0.883232	0.531947	0.351285	0.517430	0.365801
70-74	0.832100	0.419703	0.412397	0.405388	0.426712
75-79	0.762204	0.303691	0.458513	0.291588	0.470616
80-84	0.670563	0.201613	0.468950	0.195656	0.474907
85-89	0.553792	0.000000	0.553792	0.000000	0.553792
		Mujeres			
12-14	0.998973	0.111985	0.886989	0.096957	0.902017
15-19	0.997432	0.319303	0.678130	0.313382	0.684051
20-24	0.996808	0.478808	0.518000	0.469047	0.527761
25-29	0.996471	0.527816	0.468655	0.506578	0.489893
30-34	0.995638	0.536091	0.459548	0.516002	0.479636
35-39	0.993839	0.546679	0.447160	0.526158	0.467681
40-44	0.990685	0.534601	0.456084	0.513360	0.477325
45-49	0.985567	0.486643	0.498923	0.465077	0.520490
50-54	0.977471	0.413185	0.564285	0.389436	0.588035
55-59	0.964806	0.320774	0.644032	0.301395	0.663411
60-64	0.945178	0.236076	0.709102	0.222034	0.723144
65-69	0.915123	0.169118	0.746005	0.157532	0.757591
70-74	0.869936	0.115401	0.754535	0.106486	0.763450
75-79	0.803877	0.075638	0.728239	0.070127	0.733750
80-84	0.711363	0.050017	0.661346	0.042094	0.669269
85-89	0.587568	0.000000	0.587568	0.000000	0.587568

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.20 y B.1.

Cuadro 4.22. México: Supervivientes en la tabla de vida, 2010
(Intervalos intersemestrales)

Edad	Hombres			Mujeres		
	Total (1)	Activos (2)	Inactivos (3)	Total (4)	Activas (5)	Inactivas (6)
12	980 712	0	980 712	984 199	0	984 199
15	979 028	230 923	748 105	983 189	95 425	887 764
20	973 033	616 009	357 024	980 665	308 679	671 986
25	962 424	847 832	114 592	977 534	462 991	514 543
30	948 970	913 967	35 003	974 084	505 030	469 054
35	934 271	912 346	21 925	969 836	512 775	457 061
40	918 200	896 476	21 724	963 861	520 810	443 051
45	899 138	873 388	25 750	954 883	505 870	449 013
50	874 481	833 938	40 543	941 101	455 004	486 097
55	840 879	769 222	71 657	919 898	377 304	542 594
60	794 320	653 478	140 842	887 524	284 565	602 959
65	730 388	512 778	217 610	838 868	201 056	637 812
70	645 101	385 368	259 733	767 667	134 478	633 189
75	536 789	267 033	269 756	667 820	82 944	584 876
80	409 143	159 753	249 390	536 845	47 289	489 556
85	274 356	81 003	193 353	381 891	22 972	358 919
90	151 936	0	151 936	224 387	0	224 387

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.21 y B.1.

proporciones de participación ${}_nA_x$ e ${}_nI_x$ para el inicio y el final de un periodo de tiempo, de tal suerte que, a partir del cambio en la participación durante el periodo, se puede construir la tabla de vida activa. Las tasas de eventualidad que resulten debieran ser representativas de ese periodo. Sin embargo, como partimos de las proporciones de participación, mantendremos el supuesto de continuidad de la mortalidad, esto es, que el riesgo de fallecer es igual para activos e inactivos.

El algoritmo se basa en el cambio en la participación de generaciones específicas. Generalmente se trabaja con grupos quinquenales de edad, como lo hemos venido haciendo a lo largo de este trabajo, de tal manera que es deseable que las observaciones se aparten en un lustro o una década y sea directo el seguimiento de las cohortes quinquenales.

El procedimiento se ejemplifica con un quinquenio y, al final, se menciona el procedimiento para una década. El quinquenio de interés es 2005–2010 para México, pero como no contamos con la participación en la actividad en el conteo de 2005, supusimos que, dentro de cada grupo de edad y sexo, las proporciones de participación variaron linealmente con respecto al tiempo, con lo cual a partir de los censos de población de 2000 y 2010, cuya información original se presenta en el anexo A:

Cuadro 4.23. México: Años-persona vividos por la cohorte de la tabla de vida activa, 2010

(Intervalos intersemestrales)

Grupo de edad	Total (1)	Un activo de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Un inactivo de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Hombres					
12-14	2 939 808	0	0	0	452 539	2 487 269	2 939 808	452 539	2 487 269
15-19	4 882 056	820 698	330831	1 151 529	1 877 392	1 853 135	3 730 527	2 698 090	2 183 966
20-24	4 840 244	2 778 728	285540	3 064 268	1 247 255	528 721	1 775 976	4 025 983	814 261
25-29	4 779 194	4 080 763	129392	4 210 155	458 900	110 139	569 039	4 539 663	239 531
30-34	4 708 487	4 444 552	90261	4 534 813	143 954	29 720	173 674	4 588 506	119 981
35-39	4 631 960	4 432 539	90 720	4 523 259	89967	18 734	108 701	4 522 506	109 454
40-44	4 545 000	4 330 955	106 513	4 437 468	87514	20 018	107 532	4 418 469	126 531
45-49	4 436 889	4 145 803	164 020	4 309 823	99315	27 751	127 066	4 245 118	191 771
50-54	4 292 717	3 813 399	280 297	4 093 696	145815	53 206	199 021	3 959 214	333 503
55-59	4 094 009	3 230 339	514 792	3 745 131	220687	128 191	348 878	3 451 026	642 983
60-64	3 819 507	2 433 034	709 230	3 142 264	356517	320 726	677 243	2 789 551	1 029 956
65-69	3 447 689	1 683 137	737 356	2 420 493	460913	566 283	1 027 196	2 144 050	1 303 639
70-74	2 963 389	1 103 144	667 114	1 770 258	441985	751 146	1 193 131	1 545 129	1 418 260
75-79	2 370 252	641 101	538 013	1 179 114	345635	845 503	1 191 138	986 736	1 383 516
80-84	1 707 072	305 686	360 853	666 539	235032	805 501	1 040 533	540 718	1 166 354
85-89	1 055 431	138 302	173 312	311 614	149519	594 298	743 817	287 821	767 610
90 o más	727 857	0	0	0	0	727 857	727 857	0	727 857

Cuadro 4.23
(Concluye)

Grupo de edad	Total (1)	Una activa de edad *x* en la: Actividad (2)	Inactividad (3)	Total (4)	Una inactiva de edad *x* en la: Actividad (5)	Inactividad (6)	Total (7)	Actividad (8)	Inactividad (9)
				Mujeres					
12-14	2 951 160	0	0	0	157 087	2 794 073	2 951 160	157 087	2 794 073
15-19	4 909 979	268 862	207684	476 546	892 891	3 540 542	4 433 433	1 161 753	3 748 226
20-24	4 895 611	1 047 602	493365	1 540 967	972 542	2 382 102	3 354 644	2 020 144	2 875 467
25-29	4 879 237	1 694 023	616938	2 310 961	741 112	1 827 164	2 568 276	2 435 135	2 444 102
30-34	4 860 279	1 855 499	664393	2 519 892	692 870	1 647 517	2 340 387	2 548 369	2 311 910
35-39	4 835 163	1 901 333	655131	2 556 464	687 114	1 591 585	2 278 699	2 588 447	2 246 716
40-44	4 798 365	1 916 702	676 034	2 592 736	647320	1 558 309	2 205 629	2 564 022	2 234 343
45-49	4 742 328	1 792 677	719 674	2 512 351	595452	1 634 525	2 229 977	2 388 129	2 354 199
50-54	4 656 116	1 521 483	729 658	2 251 141	537978	1 866 997	2 404 975	2 059 461	2 596 655
55-59	4 523 922	1 140 423	715 102	1 855 525	481260	2 187 137	2 668 397	1 621 683	2 902 239
60-64	4 323 640	765 153	621 127	1 386 280	412095	2 525 265	2 937 360	1 177 248	3 146 392
65-69	4 026 567	486 255	478 814	965 069	320752	2 740 746	3 061 498	807 007	3 219 560
70-74	3 600 893	292 542	338 254	630 796	224769	2 745 328	2 970 097	517 311	3 083 582
75-79	3 023 173	160 487	214 994	375 481	145988	2 501 704	2 647 692	306 475	2 716 698
80-84	2 302 291	90 015	112 787	202 802	74317	2 025 172	2 099 489	164 332	2 137 959
85-89	1 509 410	35 995	54 801	90 796	49759	1 368 855	1 418 614	85 754	1 423 656
90 o más	1 118 245	0	0	0	0	1 118 245	1 118 245	0	1 118 245

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.21 y 4.22 y B.1.

Cuadro 4.24. México: Eventos y tasas de eventualidad en la tabla de vida activa, 2010
(Intervalos intersemestrales)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activos (4)	Defunciones Inactivos (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Hombres				
12-14	443 869	212 688	1 684	258	1 426	0.178457	0.469988	0.000573
15-19	1 317 827	929 428	5 995	3 313	2 682	0.603410	0.344476	0.001228
20-24	699 636	458 989	10 609	8 824	1 785	0.859228	0.114007	0.002192
25-29	284 134	205 219	13 454	12 780	674	1.186211	0.045206	0.002815
30-34	155 593	142 889	14 699	14 325	374	1.296812	0.031141	0.003122
35-39	140 979	141 157	16 071	15 692	379	1.288022	0.031212	0.003470
40-44	152 304	156 861	19 062	18 531	531	1.203691	0.035501	0.004194
45-49	203 712	219 571	24 657	23 591	1 066	1.062266	0.051723	0.005557
50-54	308 120	341 844	33 602	30 992	2 610	0.923890	0.086341	0.007828
55-59	459 994	536 492	46 559	39 246	7 313	0.715406	0.155459	0.011372
60-64	583 004	677 011	63 932	46 693	17 239	0.566048	0.242695	0.016738
65-69	638 007	712 379	85 287	53 038	32 249	0.489405	0.332259	0.024737
70-74	571 253	633 114	108 312	56 474	51 838	0.402784	0.409748	0.036550
75-79	445 612	499 753	127 646	53 139	74 507	0.322087	0.506471	0.053853
80-84	324 380	360 436	134 787	42 694	92 093	0.278114	0.666588	0.078958
85-89	165 193	212 811	122 420	33 385	89 035	0.215205	0.739387	0.115990
90 o más	0	0	151 936	0	151 936			0.208744

Cuadro 4.24
(Concluye)

Grupo de edad	Ingresos (1)	Retiros (2)	Defunciones Total (3)	Defunciones Activas (4)	Defunciones Inactivas (5)	Tasas Ingreso (6)	Tasas Retiro (7)	Tasas Muerte (8)
				Mujeres				
12-14	196 591	101 113	1 010	53	957	0.070360	0.643675	0.000342
15-19	649 408	435 556	2 524	598	1 926	0.173257	0.374913	0.000514
20-24	694 246	538 642	3 131	1 292	1 839	0.241438	0.266636	0.000639
25-29	559 205	515 444	3 450	1 722	1 728	0.228798	0.211670	0.000707
30-34	544 381	534 408	4 248	2 228	2 020	0.235468	0.209706	0.000874
35-39	538 104	526 871	5 975	3 198	2 777	0.239507	0.203547	0.001236
40-44	519 620	529 762	8 978	4 798	4 180	0.232560	0.206614	0.001871
45-49	497 812	541 738	13 782	6 940	6 842	0.211457	0.226846	0.002906
50-54	457 865	526 186	21 203	9 379	11 824	0.176329	0.255497	0.004554
55-59	418 217	499 351	32 374	11 605	20 769	0.144101	0.307921	0.007156
60-64	360 431	430 691	48 656	13 249	35 407	0.114554	0.365846	0.011253
65-69	279 709	332 017	71 201	14 270	56 931	0.086878	0.411417	0.017683
70-74	197 049	234 238	99 847	14 345	85 502	0.063903	0.452800	0.027728
75-79	130 477	152 854	130 975	13 278	117 697	0.048028	0.498750	0.043324
80-84	63 845	77 102	154 954	11 060	143 894	0.029863	0.469183	0.067304
85-89	34 962	48 986	157 504	8 948	148 556	0.024558	0.571235	0.104348
90 o más	0	0	224 387	0	224 387			0.200660

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.21, 4.23 y B.1.

Cuadro 4.25. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Intervalos intersemestrales)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:			Para un inactivo de edad *x* en la:			Total
	Actividad	Inactividad	% actividad	Actividad	Inactividad	% actividad	
	(1)	(2)	(3)[a]	(4)	(5)	(6)[b]	(7)
			Hombres				
12	47.56	13.87	77.4	46.08	15.34	75.0	61.43
15	46.51	12.02	79.5	45.45	13.08	77.7	58.53
20	43.59	10.29	80.9	42.56	11.31	79.0	53.87
25	39.60	9.84	80.1	38.79	10.65	78.5	49.44
30	35.31	9.79	78.3	34.56	10.55	76.6	45.10
35	30.94	9.83	75.9	30.18	10.59	74.0	40.77
40	26.56	9.88	72.9	25.75	10.69	70.7	36.44
45	22.21	9.95	69.1	21.32	10.84	66.3	32.16
50	18.00	9.99	64.3	17.02	10.97	60.8	27.99
55	14.06	9.94	58.6	12.93	11.08	53.9	24.00
60	10.66	9.60	52.6	9.45	10.81	46.6	20.26
65	7.89	8.91	46.9	6.71	10.09	39.9	16.80
70	5.68	8.00	41.5	4.51	9.17	32.9	13.68
75	3.95	6.97	36.2	2.82	8.10	25.8	10.92
80	2.62	5.91	30.7	1.64	6.89	19.3	8.53
85	1.71	4.79	26.3	0.77	5.73	11.9	6.50
90	0.00	4.79	9.6	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	24.37	42.64	36.4	22.97	44.05	34.3	67.02
15	24.48	39.61	38.2	22.65	41.43	35.3	64.08
20	23.05	36.19	38.9	21.08	38.16	35.6	59.24
25	20.90	33.52	38.4	18.63	35.79	34.2	54.42
30	18.36	31.25	37.0	16.11	33.49	32.5	49.61
35	15.78	29.03	35.2	13.53	31.28	30.2	44.81
40	13.17	26.90	32.9	10.90	29.17	27.2	40.07
45	10.62	24.80	30.0	8.36	27.07	23.6	35.42
50	8.34	22.56	27.0	6.05	24.85	19.6	30.90
55	6.37	20.19	24.0	4.20	22.36	15.8	26.56
60	4.83	17.60	21.5	2.79	19.63	12.5	22.43
65	3.71	14.86	20.0	1.78	16.80	9.6	18.57
70	2.91	12.14	19.4	1.08	13.97	7.2	15.05
75	2.32	9.59	19.5	0.62	11.29	5.2	11.91
80	2.07	7.11	22.6	0.31	8.87	3.4	9.18
85	1.57	5.31	22.8	0.14	6.74	2.0	6.88
90	0.00	4.98	10.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.22, 4.23 y B.1.

Cuadro 4.26. México: Esperanzas de vida activa, 2010
(Intervalos intersemestrales)

Edad	Para un activo de edad *x* en la:			Para un inactivo de edad *x* en la:			Total
	Actividad	Inactividad	% actividad	Actividad	Inactividad	% actividad	
	(1)	(2)	(3)[a]	(4)	(5)	(6)[b]	(7)
			Hombres				
12	47.63	13.80	77.5	46.13	15.30	75.1	61.43
15	46.20	12.33	78.9	45.62	12.91	77.9	58.53
20	43.31	10.56	80.4	42.71	11.16	79.3	53.87
25	39.34	10.10	79.6	38.89	10.55	78.7	49.44
30	35.05	10.06	77.7	34.62	10.48	76.8	45.10
35	30.68	10.10	75.2	30.26	10.52	74.2	40.77
40	26.29	10.15	72.1	25.85	10.59	70.9	36.44
45	21.93	10.22	68.2	21.48	10.68	66.8	32.16
50	17.72	10.27	63.3	17.19	10.81	61.4	27.99
55	13.76	10.24	57.3	13.15	10.86	54.8	24.00
60	10.33	9.93	51.0	9.68	10.58	47.8	20.26
65	7.54	9.26	44.9	6.89	9.91	41.0	16.80
70	5.30	8.38	38.7	4.69	8.99	34.3	13.68
75	3.56	7.36	32.6	2.95	7.97	27.0	10.92
80	2.25	6.28	26.3	1.71	6.82	20.0	8.53
85	1.31	5.19	20.2	0.80	5.70	12.3	6.50
90	0.00	4.79	9.6	0.00	4.79	0.0	4.79
			Mujeres				
12	23.74	43.28	35.4	23.02	44.00	34.3	67.02
15	23.29	40.79	36.3	22.77	41.32	35.5	64.08
20	21.83	37.41	36.9	21.22	38.02	35.8	59.24
25	19.58	34.84	36.0	18.87	35.55	34.7	54.42
30	17.05	32.55	34.4	16.34	33.26	32.9	49.61
35	14.47	30.34	32.3	13.77	31.04	30.7	44.81
40	11.85	28.22	29.6	11.14	28.93	27.8	40.07
45	9.30	26.13	26.2	8.59	26.83	24.3	35.42
50	6.99	23.91	22.6	6.28	24.62	20.3	30.90
55	5.06	21.50	19.0	4.37	22.19	16.5	26.56
60	3.56	18.87	15.9	2.92	19.51	13.0	22.43
65	2.48	16.09	13.4	1.87	16.71	10.1	18.57
70	1.70	13.35	11.3	1.14	13.91	7.6	15.05
75	1.18	10.72	9.9	0.66	11.25	5.5	11.91
80	0.86	8.32	9.4	0.33	8.85	3.6	9.18
85	0.53	6.35	7.7	0.12	6.76	1.8	6.88
90	0.00	4.98	10.0	0.00	4.98	0.0	4.98

[a] 100×(1)/(7)

[b] 100×(4)/(7)

Fuente: Calculado con base en los cuadros 4.20 y B.1.

Cuadro 4.27. México: Ponderadores para los límites de las probabilidades de transición implícitos en las estimaciones por regresión para dos intervalos temporales, por edad y sexo, 2010

Grupo de edad $x,x+n-1$	Hombres		Mujeres	
	Intertrimestral (1)	Intersemestral (2)	Intertrimestral (3)	Intersemestral (4)
12-14	0.77957	0.81294	0.98249	0.98334
15-19	0.99963	0.98179	0.99991	0.99218
20-24	0.99921	0.97626	0.99964	0.98725
25-29	0.99995	0.99316	0.99903	0.97670
30-34	0.99999	0.99795	0.99911	0.97938
35-39	0.99999	0.99863	0.99917	0.97883
40-44	0.99999	0.99795	0.99910	0.97813
45-49	0.99998	0.99612	0.99908	0.97602
50-54	0.99991	0.99333	0.99894	0.97136
55-59	0.99966	0.98571	0.99907	0.97431
60-64	0.99942	0.97946	0.99940	0.98013
65-69	0.99940	0.98068	0.99957	0.98268
70-74	0.99961	0.97934	0.99979	0.98555
75-79	0.99953	0.97977	0.99986	0.99033
80-84	0.99982	0.98825	0.99983	0.98369
Promedio	0.98504	0.97609	0.99827	0.98133

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.4 y 4.20.

$$ {}_nA_x(2005) = \frac{1}{2}\left[{}_nA_x(2000) + {}_nA_x(2010)\right] \qquad \text{e} \qquad {}_nI_x(2005) = \frac{1}{2}\left[{}_nI_x(2000) + {}_nI_x(2010)\right] $$

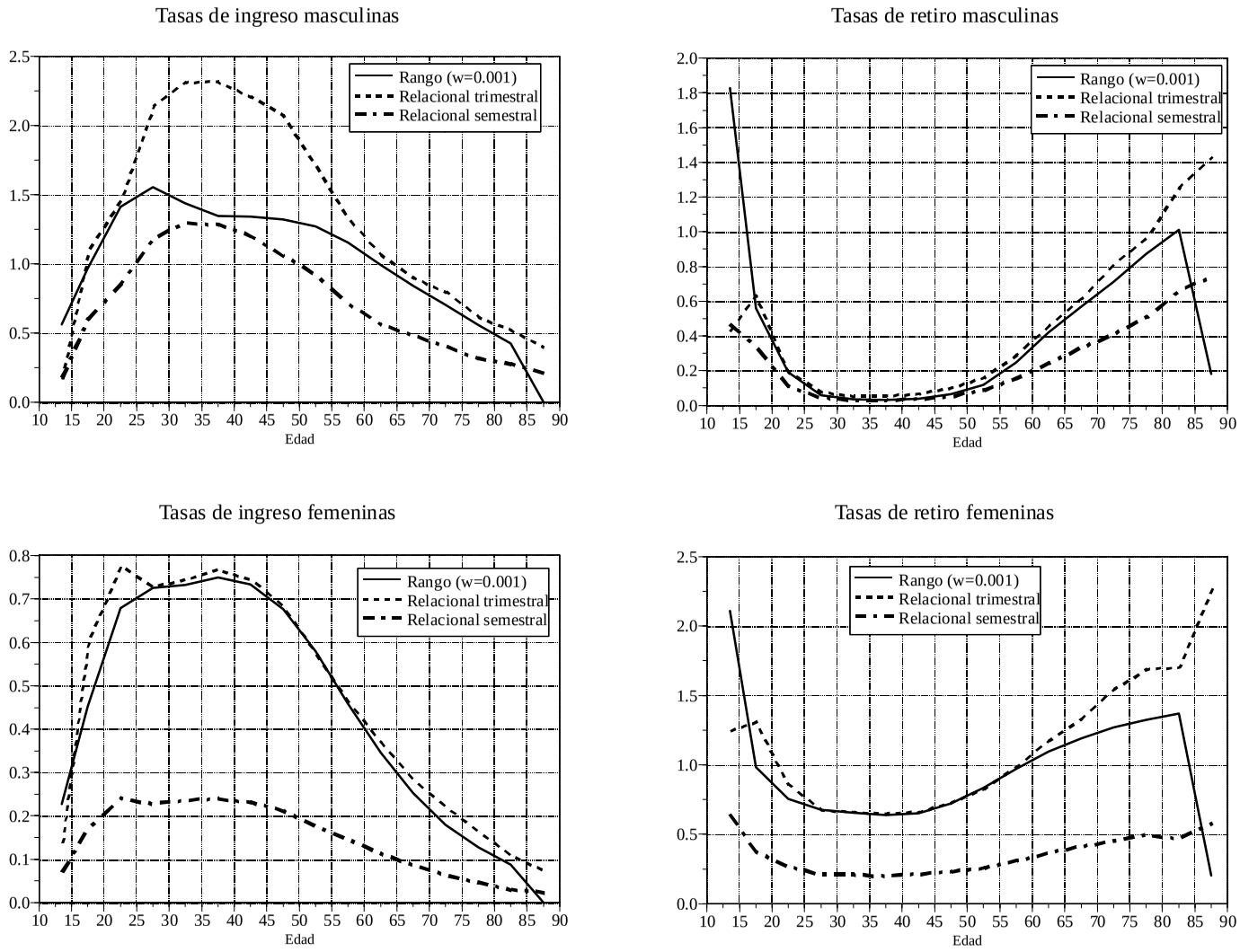
Los valores se reproducen en el cuadro 4.28.[9] Retenemos el intervalo etario 12–89, y de manera general trabajamos con grupos quinquenales de edad.

Si ${}_5A_x(t)$ e ${}_5I_x(t)$ se refieren a las proporciones al momento t, podemos trasladar las ecuaciones (2.14) a grupos de edad como:

$$ \begin{aligned} {}_5A_{x+5}(t+5) &= {}_5A_x(t)\,{}_5\widehat{S}_x^{aa} + {}_5I_x(t)\,{}_5\widehat{S}_x^{ia} \\ {}_5I_{x+5}(t+5) &= {}_5A_x(t)\,{}_5\widehat{S}_x^{ai} + {}_5I_x(t+5)\,{}_5\widehat{S}_x^{ii} \end{aligned} \tag{4.14} $$

[9] Las enumeraciones de ubican el 14 de febrero de 2000 y el 12 de junio de 2010, con lo cual el promedio aritmético se sitúa el 13 de abril de 2005, es decir, 5 años y 59 días después del censo de 2000 o antes de la enumeración de 2010, y no en quinquenios exactos. Suponer que las proporciones se mantuvieron constantes al cabo de los 59 días del 13 de abril al 12 de junio de 2005 es razonable, con lo cual se satisface el requisito de un lustro cabal.

Gráfica 4.10. Tasas de movilidad estimadas con rangos de probabilidades y con regresiones para las tasas, por edad y sexo, 2010



Fuente: Elaborado con los cuadros 4.8, 4.15 y 4.16.

Cuadro 4.28. México: Proporciones de participación en la actividad, 2000-2010

Edad	Actividad			Inactividad		
x,x+n -1	2000	2005*	2010	2000	2005*	2010
			Hombres			
12-14	0.11320	0.10863	0.10406	0.88680	0.89137	0.89594
15-19	0.46944	0.46249	0.45555	0.53056	0.53751	0.54445
20-24	0.77996	0.79529	0.81062	0.22004	0.20471	0.18938
25-29	0.90273	0.92699	0.95125	0.09727	0.07301	0.04875
30-34	0.92706	0.95102	0.97498	0.07294	0.04898	0.02502
35-39	0.92939	0.95374	0.97809	0.07061	0.04626	0.02191
40-44	0.92167	0.94813	0.97459	0.07833	0.05187	0.02541
45-49	0.90122	0.93467	0.96813	0.09878	0.06533	0.03187
50-54	0.85658	0.89787	0.93915	0.14342	0.10213	0.06085
55-59	0.78618	0.83830	0.89042	0.21382	0.16170	0.10958
60-64	0.64998	0.70247	0.75496	0.35002	0.29753	0.24504
65-69	0.53692	0.59305	0.64917	0.46308	0.40695	0.35083
70-74	0.43717	0.49138	0.54558	0.56283	0.50862	0.45442
75-79	0.34664	0.39799	0.44934	0.65336	0.60201	0.55066
80-84	0.24643	0.28900	0.33157	0.75357	0.71100	0.66843
85-89	0.16478	0.21185	0.25892	0.83522	0.78815	0.74108
			Mujeres			
12-14	0.05042	0.04317	0.03592	0.94958	0.95683	0.96408
15-19	0.24017	0.21956	0.19895	0.75983	0.78044	0.80105
20-24	0.36838	0.39948	0.43057	0.63162	0.60052	0.56943
25-29	0.39258	0.45463	0.51669	0.60742	0.54537	0.48331
30-34	0.39700	0.45862	0.52025	0.60300	0.54138	0.47975
35-39	0.41235	0.47478	0.53720	0.58765	0.52522	0.46280
40-44	0.40068	0.47208	0.54347	0.59932	0.52792	0.45653
45-49	0.35554	0.43581	0.51607	0.64446	0.56419	0.48393
50-54	0.29772	0.37430	0.45089	0.70228	0.62570	0.54911
55-59	0.23005	0.29974	0.36943	0.76995	0.70026	0.63057
60-64	0.17113	0.22148	0.27183	0.82887	0.77852	0.72817
65-69	0.13054	0.16903	0.20753	0.86946	0.83097	0.79247
70-74	0.09978	0.12130	0.14283	0.90022	0.87870	0.85717
75-79	0.07491	0.09024	0.10557	0.92509	0.90976	0.89443
80-84	0.05016	0.06038	0.07060	0.94984	0.93962	0.92940
85-89	0.03312	0.04141	0.04971	0.96688	0.95859	0.95029

* Media aritmética de las proporciones de 2000 y 2010.

Fuente: Cuadros 2.1 y A.1.

donde las probabilidades perspectivas $\widehat{S}$ fueron definidas en el acápite 3.4.

Tenemos dos posibilidades:

1. Aceptar el supuesto tradicional —las entradas y salidas de la actividad solo ocurren en intervalos etarios complementarios, pero no simultáneamente.

2. Suponer la incidencia simultánea de ingresos y retiros.¿

4.4.1 El enfoque tradicional

i) ${}_5A_{x+5} > {}_5A_x$

solo hay ingresos a la actividad, con lo cual, similar a (2.16):

$$\begin{aligned} {}_5\widehat{S}_x^{aa} &= 1 & {}_5\widehat{S}_x^{ai} &= 0 \\ {}_5\widehat{S}_x^{ia} &= \tfrac{{}_5A_{x+5}(t+5) - {}_5A_x(t)}{{}_5I_x(t)} & {}_5\widehat{S}_x^{ii} &= \tfrac{{}_5I_{x+5}(t+5)}{{}_5I_x(t)} \end{aligned} \tag{4.15}$$

ii) ${}_5A_{x+5} < {}_5A_x$

solo hay retiros y semejante a (2.17):

$$\begin{aligned} {}_5\widehat{S}_x^{aa} &= \tfrac{{}_5A_{x+5}(t+5)}{{}_5A_x(t)} & {}_5\widehat{S}_x^{ai} &= \tfrac{{}_5A_x(t) - {}_5A_{x+5}(t+5)}{{}_5A_x(t)} \\ {}_5\widehat{S}_x^{ia} &= 0 & {}_5\widehat{S}_x^{ii} &= 1 \end{aligned} \tag{4.16}$$

El siguiente paso es constriur las proporciones ${}_n\widehat{A}_x$ de la cohorte sintética, es decir, aquella referida al quinquenio que contiene la variación en el lustro. Comenzamos suponiendo que:

$${}_3\widehat{A}_{12} = {}_3A_{12}(t+5) \quad \text{y} \quad {}_5\widehat{A}_{15} = {}_5A_{15}(t+5) \tag{4.17}$$

Hacemos este supuesto porque la inserción en la actividad de aquellos con 12–14 años al final del lustro por fuerza tuvo lugar en el quinquenio. Asimismo, preferimos aceptar la igualdad para 15–19 años, pues si se contrasta con 10–14 años el inicio del periodo, se afectan las proporciones de participación, ya que todos los adolescentes de 10 y 11 años son inactivos, y requeriríamos además de las proporciones de 10–14 años en 2000 y 2010 para interpolar en 2015 y poder incorporar las probabilidades perspectivas ${}_5\widehat{S}_{10}$ y satisfacer (4.14).

Una vez estimadas las probabilidades con (4.15) y (4.16), al aplicar sucesivamente (4.14) se tienen las proporciones para la cohorte sintética. Por ejemplo, para las mujeres de 15–19 años en 2005, como es un intervalo ascendente, las probabilidades perspectivas son, por (4.15):

$$ {}_5\widehat{S}^{aa}_{15} = 1 \qquad {}_5\widehat{S}^{ia}_{x} = \frac{{}_5A_{20}(2010) - {}_5A_{15}(2005)}{{}_5I_{15}(2005)} = \frac{0.430574 - 0.219564}{0.780436} = 0.270375 $$

$$ {}_5\widehat{S}^{ai}_{15} = 0 \qquad {}_5\widehat{S}^{ii}_{15} = \frac{{}_5I_{20}(2005)}{{}_5I_{5}(2005)} = \frac{0.569426}{0.780436} = 0.729625 $$

y por (4.14):

$$ {}_5\widehat{A}_{20} = {}_5\widehat{A}_{15}\ {}_5\widehat{S}^{aa}_{15} + {}_5\widehat{I}_{15}\ {}_5\widehat{S}^{ia}_{15} = 0.198955 \times 1 + 0.801045 \times 0.270375 = 0.415538 $$

$$ {}_5\widehat{I}_{20} = {}_5\widehat{A}_{15}\ {}_5\widehat{S}^{ai}_{15} + {}_5\widehat{I}_{15}\ {}_5\widehat{S}^{ii}_{15} = 0.198955 \times 0 + 0.801045 \times 0.729625 = 0.584462 $$

Los resultados se presentan en el cuadro 4.29. Ya que se han obtenido las proporciones por grupos de edad, se procede de acuerdo con los algoritmos presentados en los acápites 2.2 a 2.5. La elaboración de la tabla de vida activa se deja como ejercicio al eventual lector.

4.4.2 Movimientos múltiples

solo disponemos de las proporciones de participación; así, adaptamos los procedimientos revisados en los acápites previos de este capítulo. Iniciamos fijando los limítes dentro de los que oscilan las probabilidades perspectivas, que por similitud con (4.6) son:

$$ \begin{aligned} {}_5\pi^{aa}_x &= {}_5A_{x+5}(t+5) < {}_5\widehat{S}^{aa}_x \le \min\left\{1, \tfrac{{}_5A_{x+5}(t+5)}{{}_5A_x(t)}\right\} = {}_5\Pi^{aa}_x \\ {}_5\pi^{ai}_x &= \max\left\{0, 1 - \tfrac{{}_5A_{x+5}(t+5)}{{}_5A_x(t)}\right\} \le {}_5\widehat{S}^{ai}_x < {}_5I_{x+5}(t+5) = {}_5\Pi^{ai}_x \\ {}_5\pi^{ia}_x &= \max\left\{0, 1 - \tfrac{{}_5I_{x+5}(t+5)}{{}_5I_x(t)}\right\} \le {}_5\widehat{S}^{ia}_x < {}_5A_{x+5}(t+5) = {}_5\Pi^{ia}_x \\ {}_5\pi^{ii}_x &= {}_5I_{x+5}(t+5) < {}_5\widehat{S}^{ii}_x \le \min\left\{1, \tfrac{{}_5I_{x+5}(t+5)}{{}_5I_x(t)}\right\} = {}_5\Pi^{ii}_x \end{aligned} \tag{4.6'} $$

y la estimación como una media ponderada:

$$ \begin{aligned} {}_5\widehat{S}^{aa}_x &= {}_5W^{aa}_x\ {}_5\pi^{aa}_x + (1 - {}_5W^{aa}_x)\ {}_5\Pi^{aa}_x && 0 \le {}_5W^{aa}_x < 1 \\ {}_5\widehat{S}^{ai}_x &= (1 - {}_5W^{ai}_x)\ {}_5\pi^{ai}_x + {}_5W^{ai}_x\ {}_5\Pi^{ai}_x && 0 < {}_5W^{ai}_x \le 1 \\ {}_5\widehat{S}^{ia}_x &= (1 - {}_5W^{ia}_x)\ {}_5\pi^{ia}_x + {}_5W^{ia}_x\ {}_5\Pi^{ia}_x && 0 < {}_5W^{ia}_x \le 1 \\ {}_5\widehat{S}^{ii}_x &= {}_5W^{ii}_x\ {}_5\pi^{ii}_x + (1 - {}_5W^{ii}_x)\ {}_5\Pi^{ii}_x && 0 \le {}_5W^{ii}_x < 1 \end{aligned} \tag{4.7'} $$

donde los pesos W retienen la propiedad (4.8):

$$ {}_5W^{aa}_x = {}_5W^{ai}_x = {}_5W^{ia}_x = {}_5W^{ii}_x \tag{4.8'} $$

Cuadro 4.29. México: Probabilidades perspectivas de transición al estado puro y proporciones de participación para la cohorte sintética bajo el enfoque tradicional, 2005-2010

Grupo de edad	Activo a		Inactivo a		Proporciones*	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Actividad (5)	Inactividad (6)
			Hombres			
12-14					0.10406	0.89594
15-19	1.00000	0.00000	0.64766	0.35234	0.45555	0.54445
20-24	1.00000	0.00000	0.76187	0.23813	0.80817	0.19183
25-29	1.00000	0.00000	0.65728	0.34272	0.95432	0.04568
30-34	1.00000	0.00000	0.55263	0.44737	0.98434	0.01566
35-39	1.00000	0.00000	0.45083	0.54917	0.99300	0.00700
40-44	1.00000	0.00000	0.38552	0.61448	0.99615	0.00385
45-49	1.00000	0.00000	0.06847	0.93153	0.99764	0.00236
50-54	0.99171	0.00829	0.00000	1.00000	0.99780	0.00220
55-59	0.90058	0.09942	0.00000	1.00000	0.98952	0.01048
60-64	0.92413	0.07587	0.00000	1.00000	0.89115	0.10885
65-69	0.91997	0.08003	0.00000	1.00000	0.82353	0.17647
70-74	0.91446	0.08554	0.00000	1.00000	0.75762	0.24238
75-79	0.83311	0.16689	0.00000	1.00000	0.69282	0.30718
80-84	0.89592	0.10408	0.00000	1.00000	0.57719	0.42281
85-89					0.51712	0.48288
			Mujeres			
12-14					0.03592	0.96408
15-19	1.00000	0.00000	0.27038	0.72962	0.19895	0.80105
20-24	1.00000	0.00000	0.19518	0.80482	0.41554	0.58446
25-29	1.00000	0.00000	0.12031	0.87969	0.52961	0.47039
30-34	1.00000	0.00000	0.14515	0.85485	0.58621	0.41379
35-39	1.00000	0.00000	0.13079	0.86921	0.64627	0.35373
40-44	1.00000	0.00000	0.08333	0.91667	0.69253	0.30747
45-49	1.00000	0.00000	0.02673	0.97327	0.71815	0.28185
50-54	0.98697	0.01303	0.00000	1.00000	0.72569	0.27431
55-59	0.90688	0.09312	0.00000	1.00000	0.71623	0.28377
60-64	0.93700	0.06300	0.00000	1.00000	0.64954	0.35046
65-69	0.84499	0.15501	0.00000	1.00000	0.60862	0.39138
70-74	0.87032	0.12968	0.00000	1.00000	0.51427	0.48573
75-79	0.78238	0.21762	0.00000	1.00000	0.44759	0.55241
80-84	0.82323	0.17677	0.00000	1.00000	0.35018	0.64982
85-89					0.28828	0.71172

* ${}_nA_x$ e ${}_nI_x$.

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 4.28.

Una vez fijado el valor de los ponderadores de manera arbitraria, se procede al cálculo sucesivo de las proporciones de participación ${}_nA_x(t)$ e ${}_nI_x(t)$ mediante (4.14), con ellas se determinan los años brutos de vida activa e inactiva y las fracciones Θ^a y Θ^i, y con estas y los coeficientes de regresión del cuadro 4.13 se obtienen las tasas de eventualidad.

Ejemplifiquemos cada uno de esos pasos. Sin mayor jutificación que la mera ilustración, hagamos ${}_5W_x = 0.5$. Tomemos a las mujeres de 35–39 años en 2005. De acuerdo con las proporciones del cuadro 4.28, como es un intervalo ascendente ${}_5\pi^{ai}_{35} = 0$ y por (4.7'):

$$ {}_5\widehat{S}^{ai}_{35} = (1-0.5)\ {}_5\pi^{ai}_{35} + 0.5\,{}_5I_{40}(2010) = 0.5\times 0 + 0.5\times 0.456528 = 0.228264 $$

${}_5\widehat{S}^{aa}_{35} = 1 - {}_5\widehat{S}^{ai}_{35} = 1 - 0.228264 = 0.771736$, y por la extensión de (2.14) a grupos de edad:

$$ {}_5\widehat{S}^{ia}_{35} = \frac{{}_5A_{40}(2010) - {}_5\widehat{S}^{aa}_{35}\,{}_5A_{35}(2005)}{{}_5I_{35}(2005)} = \frac{0.543472 - 0.771736\times 0.474777}{0.525223} = 0.337131 $$

y ${}_5\widehat{S}^{ii}_{35} = 1 - {}_5\widehat{S}^{ia}_{35} = 1 - 0.337131 = 0.662869$. Los resultados se muestran en el cuadro 4.30.

Ya que obtuvimos las probabilidades, con la aplicación sucesiva de (4.14) tenemos las proporciones para la cohorte sintética. Por ejemplo, para las hombres de 15–19 años en 2005:

$$ {}_5\widehat{A}_{20} = {}_5\widehat{A}_{15}\,{}_5\widehat{S}^{aa}_{15} + {}_5\widehat{I}_{15}\,{}_5\widehat{S}^{ia}_{15} = 0.455547\times 0.905308 + 0.544453\times 0.729139 = 0.809392 $$

$$ {}_5\widehat{I}_{20} = {}_5\widehat{A}_{15}\,{}_5\widehat{S}^{ai}_{15} + {}_5\widehat{I}_{15}\,{}_5\widehat{S}^{ii}_{15} = 0.455547\times 0.094692 + 0.544453\times 0.270861 = 0.190608 $$

Las cifras se incluyen en las dos últimas columnas del cuadro 4.30. Con las proporciones de la cohorte sintética y mediante (1.12) calculamos los años brutos y con ellos y (4.10') las proporciones Θ^a y Θ^i, cifras que se muestran al final de las últimas dos columnas de cada panel del cuadro 4.30.

Con los coeficientes del cuadro 4.13 para periodos intertrimestrales y las proporciones Θ^a y Θ^i se obtienen tasas de retiro e ingreso, respectivamente, las cuales se convierten en probabilidades de transición ${}_n\widehat{p}^{ai}_x$ y ${}_n\widehat{p}^{ia}_x$ mediante (3.7) y (3.8), y con éstas se valoran ${}_n\widehat{p}^{aa}_x$ y ${}_n\widehat{p}^{ii}_x$. Los resultados se persentan en el cuadro 4.31.

Se requiere ahora convertir las probabilidades entre edades exactas en probabilidades perspectivas para adaptarlas a las proporciones observadas al inicio y final del lustro, es decir, para que satisfagan las relaciones (4.14).

Si se omite el riesgo de morir, podemos escribir la ecuación (3.9') como:

$$ \widehat{\ell}^{aa}_{x,x+5} = \widehat{\ell}^{a}_x + {}_5\widehat{L}^{ai}_x\,{}_5m^{ia}_x - {}_5\widehat{L}^{aa}_x\,{}_5m^{ai}_x $$

donde el símbolo $\widehat{}$ indica ausencia de mortalidad. Al incorporar (2.20) $\left[{}_5\widehat{L}^{aa}_x = {}_5\widehat{L}_x\,\alpha_x - {}_5\widehat{L}^{ai}_x\right]$ que no depende del método tradicional:

Cuadro 4.30. México: Estimación de las probabilidades perspectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2010

Grupo de edad	Proporciones de activos*		Probabilidad activo a inactivo			Probabilidades restantes			Proporciones para la cohorte sintética	
			Límites			Activo a	Inactivo a:			
	2005	2010	Mínimo	Máximo	Probabilidad	activo	activo	inactivo	Activos	Inactivos
	(1)	(2)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
					Hombres					
12-14									0.104063	0.895937
15-19	0.462492	0.810616	0.000000	0.189384	0.094692	0.905308	0.729139	0.270861	0.455547	0.544453
20-24	0.795287	0.951252	0.000000	0.048748	0.024374	0.975626	0.856563	0.143437	0.809392	0.190608
25-29	0.926989	0.974978	0.000000	0.025022	0.012511	0.987489	0.816130	0.183870	0.952932	0.047068
30-34	0.951018	0.978087	0.000000	0.021913	0.010957	0.989043	0.765357	0.234643	0.979423	0.020577
35-39	0.953740	0.974595	0.000000	0.025405	0.012703	0.987297	0.712710	0.287290	0.984441	0.015559
40-44	0.948132	0.968128	0.000000	0.031872	0.015936	0.984064	0.676825	0.323176	0.983025	0.016975
45-49	0.934673	0.939146	0.000000	0.060854	0.030427	0.969573	0.503809	0.496191	0.978849	0.021151
50-54	0.897866	0.890420	0.008292	0.109580	0.058936	0.941064	0.445210	0.554790	0.959722	0.040278
55-59	0.838299	0.754956	0.099419	0.245044	0.172231	0.827769	0.377478	0.622522	0.921092	0.078908
60-64	0.702469	0.649170	0.075874	0.350830	0.213352	0.786648	0.324585	0.675415	0.792237	0.207763
65-69	0.593047	0.545583	0.080035	0.454417	0.267226	0.732774	0.272791	0.727209	0.690648	0.309352
70-74	0.491376	0.449344	0.085539	0.550656	0.318097	0.681903	0.224672	0.775328	0.590478	0.409522
75-79	0.397992	0.331572	0.166887	0.668428	0.417657	0.582343	0.165786	0.834214	0.494657	0.505343
80-84	0.289002	0.258922	0.104082	0.741078	0.422580	0.577420	0.129461	0.870539	0.371839	0.628161
85-89	0.211850	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.296029	0.703971
Brutos									56.6137	21.3863
Θ									0.725817	0.274183

Cuadro 4.30
(Concluye)

Grupo de edad	Proporciones de activos*		Probabilidad activo a inactivo			Probabilidades restantes			Proporciones para la cohorte sintética	
			Límites			Activa a	Inactiva a:			
	2005	2010	Mínimo	Máximo	Probabilidad	Activa a	activa	inactiva	Activas	Inactivas
	(1)	(2)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
					Mujeres					
12-14									0.035917	0.964083
15-19	0.219564	0.430574	0.000000	0.569426	0.284713	0.715287	0.350475	0.649525	0.198955	0.801045
20-24	0.399478	0.516689	0.000000	0.483311	0.241656	0.758344	0.355935	0.644065	0.423056	0.576944
25-29	0.454632	0.520245	0.000000	0.479755	0.239877	0.760123	0.320277	0.679723	0.526177	0.473823
30-34	0.458623	0.537202	0.000000	0.462798	0.231399	0.768601	0.341174	0.658826	0.551713	0.448287
35-39	0.474777	0.543472	0.000000	0.456528	0.228264	0.771736	0.337131	0.662869	0.576991	0.423009
40-44	0.472078	0.516072	0.000000	0.483928	0.241964	0.758036	0.299703	0.700297	0.587894	0.412106
45-49	0.435807	0.450889	0.000000	0.549111	0.274556	0.725444	0.238810	0.761190	0.569154	0.430846
50-54	0.374305	0.369429	0.013027	0.630571	0.321799	0.678201	0.184714	0.815286	0.515780	0.484220
55-59	0.299738	0.271827	0.093119	0.728173	0.410646	0.589354	0.135913	0.864087	0.439245	0.560755
60-64	0.221478	0.207525	0.062999	0.792475	0.427737	0.572263	0.103763	0.896237	0.335085	0.664915
65-69	0.169032	0.142830	0.155013	0.857170	0.506092	0.493908	0.071415	0.928585	0.260750	0.739250
70-74	0.121303	0.105573	0.129676	0.894427	0.512051	0.487949	0.052787	0.947213	0.181580	0.818420
75-79	0.090240	0.070602	0.217624	0.929398	0.573511	0.426489	0.035301	0.964699	0.131803	0.868197
80-84	0.060381	0.049707	0.176771	0.950293	0.563532	0.436468	0.024854	0.975146	0.086861	0.913139
85-89	0.041413	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.060607	0.939393
Brutos									27.3360	50.6640
Θ									0.350462	0.649538

* ${}_5A_x$ para 2005 y ${}_5A_{x+5}$ para 2010.

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 4.28.

Cuadro 4.31. México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición para la cohorte sintética, 2005-2010
(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Tasas			Probabilidades de transición sin mortalidad			
				Activo a:		Inactivo a:	
	Retiro	Ingreso	Factor*	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo
			Hombres				
12-14	2.27127	0.30892					
15-19	0.94345	0.73991	0.59392	0.43967	0.56033	0.43945	0.56055
20-24	0.35322	1.12688	0.67522	0.76150	0.23850	0.76089	0.23911
25-29	0.17078	1.77577	0.51370	0.91227	0.08773	0.91221	0.08779
30-34	0.13071	1.92152	0.48726	0.93631	0.06369	0.93628	0.06372
35-39	0.12907	1.93663	0.48408	0.93752	0.06248	0.93749	0.06251
40-44	0.13764	1.85603	0.50156	0.93097	0.06903	0.93092	0.06908
45-49	0.16457	1.78734	0.51229	0.91569	0.08431	0.91564	0.08436
50-54	0.22995	1.46780	0.58889	0.86458	0.13542	0.86438	0.13562
55-59	0.32863	1.18986	0.65822	0.78369	0.21631	0.78319	0.21681
60-64	0.56214	0.88834	0.68894	0.61272	0.38728	0.61201	0.38799
65-69	0.74665	0.72926	0.67712	0.49443	0.50557	0.49380	0.50620
70-74	1.01643	0.58540	0.62408	0.36567	0.63433	0.36534	0.63466
75-79	1.17300	0.43510	0.62166	0.27080	0.72920	0.27048	0.72952
80-84	1.60781	0.28265	0.52893	0.14958	0.85042	0.14950	0.85050
85-89	1.82216	0.21607					
			Mujeres				
12-14	2.50602	0.17298					
15-19	1.51591	0.52179	0.49073	0.25610	0.74390	0.25606	0.74394
20-24	0.89365	0.78966	0.59393	0.46923	0.53077	0.46901	0.53099
25-29	0.67756	0.75569	0.69718	0.52762	0.47238	0.52685	0.47315
30-34	0.67170	0.76405	0.69597	0.53252	0.46748	0.53176	0.46824
35-39	0.66004	0.79068	0.68883	0.54535	0.45465	0.54464	0.45536
40-44	0.63414	0.79842	0.69751	0.55768	0.44232	0.55691	0.44309
45-49	0.68697	0.75742	0.69183	0.52474	0.47526	0.52401	0.47599
50-54	0.80085	0.63796	0.69449	0.44381	0.55619	0.44306	0.55694
55-59	0.94721	0.54005	0.67198	0.36349	0.63651	0.36290	0.63710
60-64	1.18669	0.42104	0.62179	0.26212	0.73788	0.26180	0.73820
65-69	1.34404	0.33802	0.59438	0.20114	0.79886	0.20091	0.79909
70-74	1.62357	0.24926	0.53391	0.13317	0.86683	0.13308	0.86692
75-79	1.79730	0.18141	0.50535	0.09173	0.90827	0.09168	0.90832
80-84	1.86033	0.10972	0.50758	0.05574	0.94426	0.05569	0.94431
85-89	2.47288	0.07683					

* $[1-e^{-n\gamma}] / {}_n\gamma_x$

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.13 y 4.28.

$$\widehat{\ell}_x^a\left({}_5\widehat{p}_x^{aa}-1\right)={}_5\widehat{L}_x^{ai}\left({}_5m_x^{ia}+{}_5m_x^{ai}\right)-{}_5\widehat{L}_x\,\alpha_x\,{}_5m_x^{ai}={}_5\widehat{L}_x^{ai}\,{}_5\gamma_5-{}_5\widehat{L}_x\,\alpha_x\,{}_5m_x^{ai}$$

y como por (2.2):[10]

$${}_5\widehat{L}_x\,\alpha_x=5\widehat{\ell}_x\;\alpha_x=5\widehat{\ell}_x^a$$

se tiene que:

$${}_5\widehat{L}_x^{ai}=\frac{5\widehat{\ell}_x^a\,{}_5m_x^{ai}-\widehat{\ell}_x^a\,{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_5}=\widehat{\ell}_x^a\frac{5\,{}_5m_x^{ai}-\,{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_5}$$

Si usamos (2.20):

$${}_5\widehat{L}_x^{aa}={}_5\widehat{L}_x\,\alpha_x-{}_5\widehat{L}_x^{ai}=5\widehat{\ell}_x^a-\widehat{\ell}_x^a\frac{5\,{}_5m_x^{ai}-\,{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_5}=\widehat{\ell}_x^a\frac{5\,{}_5\gamma_5-5\,{}_5m_x^{ai}-\,{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_5}$$

Si se siguen pasos análogos para los inactivos a la edad x se tiene la adaptación de (3.10) al omitir la mortalidad:

$$\begin{aligned}
{}_5\widehat{L}_x^{aa}&=\widehat{\ell}_x^a\,\tfrac{5\,{}_5\gamma_5-5\,{}_5m_x^{ai}+{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_5} & {}_5\widehat{L}_x^{ai}&=\widehat{\ell}_x^a\,\tfrac{5\,{}_5m_x^{ai}-{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_5}\\
{}_5\widehat{L}_x^{ia}&=\widehat{\ell}_x^i\,\tfrac{5\,{}_5m_x^{ia}-{}_5\widehat{p}^{ia}}{{}_5\gamma_5} & {}_5\widehat{L}_x^{ii}&=\widehat{\ell}_x^i\,\tfrac{5\,{}_5\gamma_5-5\,{}_5m_x^{ia}+{}_5\widehat{p}_x^{ia}}{{}_5\gamma_5}
\end{aligned}\tag{4.18}$$

y las esperanzas de vida activa parcial son:

$$\begin{aligned}
{}_5\widehat{e}_x^{aa}&=\tfrac{{}_5\widehat{L}_x^{aa}}{\widehat{\ell}_x^a}=\tfrac{5\,{}_5\gamma_x-5\,{}_5m_x^{ai}+{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_x} & {}_5\widehat{e}_x^{ai}&=\tfrac{{}_5\widehat{L}_x^{ai}}{\widehat{\ell}_x^a}=\tfrac{5\,{}_5m_x^{ai}-{}_5\widehat{p}_x^{ai}}{{}_5\gamma_x}\\
{}_5\widehat{e}_x^{ia}&=\tfrac{{}_5\widehat{L}_x^{ia}}{\widehat{\ell}_x^i}=\tfrac{5\,{}_5m_x^{ia}-{}_5\widehat{p}^{ia}}{{}_5\gamma_x} & {}_5\widehat{e}_x^{ii}&=\tfrac{{}_5\widehat{L}_x^{ii}}{\widehat{\ell}_x^i}=\tfrac{5\,{}_5\gamma_x-5\,{}_5m_x^{ia}+{}_5\widehat{p}_x^{ia}}{{}_5\gamma_5}
\end{aligned}\tag{4.19}$$

donde se verifica:

$${}_5\widehat{e}_x^{aa}+{}_5\widehat{e}_x^{ai}={}_5\widehat{e}_x^{ia}+{}_5\widehat{e}_x^{ii}=5$$

un resultado esperado dada la ausencia de mortalidad. Las probabilidades perspectivas se calculan como:[11]

[10] Es claro que, en ausencia de mortalidad en el intervalo etario genérico, en la tabla de vida ${}_nL_x=n\,\ell_x$.

[11] Bajo el mismo razonamiento de la tabla de mortalidad se tiene, por ejemplo:

$${}_5\widehat{S}_x^{aa}=\frac{{}_5\widehat{L}_{x+5}^{aa}}{{}_5\widehat{L}_x^{aa}+{}_5\widehat{L}_x^{ai}}=\frac{\frac{{}_5\widehat{L}_{x+5}^{aa}}{\widehat{\ell}_x^a}}{\frac{{}_5\widehat{L}_{x+5}^{aa}}{\widehat{\ell}_x^a}+\frac{{}_5\widehat{L}_{x+5}^{ai}}{\widehat{\ell}_x^a}}=\frac{{}_5\widehat{e}_{x+5}^{aa}}{{}_5\widehat{e}_x^{aa}+{}_5\widehat{e}_x^{ai}}$$

$$
\begin{aligned}
{}_5\widehat{S}_x^{aa} &= \frac{{}_5\widehat{e}_{x+5}^{aa}}{{}_5\widehat{e}_x^{aa}+{}_5\widehat{e}_x^{ai}} \qquad & {}_5\widehat{S}_x^{ai} &= \frac{{}_5\widehat{e}_{x+5}^{ai}}{{}_5\widehat{e}_x^{aa}+{}_5\widehat{e}_x^{ai}} \\
{}_5\widehat{S}_x^{ia} &= \frac{{}_5\widehat{e}_{x+5}^{ia}}{{}_5\widehat{e}_x^{ia}+{}_5\widehat{e}_x^{ii}} \qquad & {}_5\widehat{S}_x^{ii} &= \frac{{}_5\widehat{e}_{x+5}^{ii}}{{}_5\widehat{e}_x^{ia}+{}_5\widehat{e}_x^{ii}}
\end{aligned}
\tag{4.20}
$$

Por ejemplo, nuevamente para las mujeres de 35–39 años, con las tasas del cuadro 4.31 se tiene que ${}_5\gamma_{35} = {}_5m_{35}^{ai} + {}_5m_{35}^{ai} = 0.660039 + 0.790676 = 1.450715$, por (4.19):

$$
{}_5\widehat{e}_{35}^{aa} = \frac{5\,{}_5\gamma_{35} - 5\,{}_5m_{35}^{ai} + {}_5\widehat{p}_{35}^{ai}}{{}_5\gamma_{35}} = \frac{5\times 1.450715 - 5\times 0.660039 + 0.454653}{1.450715} = 3.038524
$$

$$
{}_5\widehat{e}_{35}^{ai} = \frac{5\,{}_5m_{35}^{ai} - {}_5\widehat{p}_{35}^{ai}}{{}_5\gamma_{35}} = \frac{5\times 0.660039 - 0.454653}{1.450715} = 1.961476
$$

$$
{}_5\widehat{e}_{35}^{ia} = \frac{5\,{}_5m_{35}^{ia} - {}_5\widehat{p}^{ia}}{{}_5\gamma_{35}} = \frac{5\times 0.395372 - 0.544639}{1.450715} = 2.349697
$$

$$
{}_5\widehat{e}_{35}^{ii} = \frac{5\,{}_5\gamma_{35} - 5\,{}_5m_{35}^{ia} + {}_5\widehat{p}_{35}^{ia}}{{}_5\gamma_5} = \frac{5\times 1.450715 - 5\times 0.790676 + 0.544639}{1.450715} = 2.650303
$$

y las probabilidades perspectivas son por (4.20):

$$
{}_5\widehat{S}_{35}^{aa} = \frac{{}_5\widehat{e}_{35+5}^{aa}}{{}_5\widehat{e}_{35}^{aa}+{}_5\widehat{e}_{35}^{ai}} = \frac{3.038524}{3.038524+1.961476} = 0.607705 \qquad {}_5\widehat{S}_{35}^{ai} = \frac{{}_5\widehat{e}_{35+5}^{ai}}{{}_5\widehat{e}_{35}^{aa}+{}_5\widehat{e}_{35}^{ai}} = \frac{1.961476}{3.335788+1.961476} = 0.392295
$$

$$
{}_5\widehat{S}_{35}^{ia} = \frac{{}_5\widehat{e}_{35+5}^{ia}}{{}_5\widehat{e}_{35}^{ia}+{}_5\widehat{e}_{35}^{ii}} = \frac{2.349697}{2.349697+2.650303} = 0.469939 \qquad {}_5\widehat{S}_{35}^{ii} = \frac{{}_5\widehat{e}_{35+5}^{ii}}{{}_5\widehat{e}_{35}^{ia}+{}_5\widehat{e}_{35}^{ii}} = \frac{2.650303}{2.349697+2.650303} = 0.530061
$$

Los resultados se reproducen en el cuadro 4.32

Para ser consistentes con nuestros datos de base es deseable que las probabilidades perspectivas satisfagan las igualdades en (4.14) para las proporciones de 2005 y 2010. Esto se logra mediante la aplicación del algoritmo de asignación biproporcional iterativa, donde el arreglo bivariado toma la forma:

	Estado inicial (2005)		
Estado final (2010)	Actividad	Inactividad	Suma
Actividad	${}_5A_x(2005)\,{}_5\widehat{S}_x^{aa}$	${}_5I_x(2005)\,{}_5\widehat{S}_x^{ia}$	${}_5A_{x+5}(2010)$
Inactividad	${}_5A_x(2005)\,{}_5\widehat{S}_x^{ai}$	${}_5I_x(2005)\,{}_5\widehat{S}_x^{ii}$	${}_5I_{x+5}(2010)$
Suma	${}_5A_x(2005)$	${}_5I_x(2005)$	1

Las valoraciones se incluyen en el cuadro 4.33. Al aplicar sucesivamente (4.14), se obtienen las proporciones de participación para la cohorte sintética, las cuales se presentan en las dos últimas columnas del cuadro 4.33; con ellas se calculan los años brutos de vida activa e inactiva y las proporciones Θ^a y Θ^i que se reproducen al final de cada uno de los paneles del cuadro 4.33.

Cuadro 4.32. México: Esperanzas de vida parcial y probabilidades de transición perspectivas para la cohorte sintética, 2005-2010
(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Esperanzas de vida parcial				Probabilidades perspectivas de transición			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo
				Hombres				
15-19	2.53058	2.46942	1.93666	3.06334	0.50612	0.49388	0.38733	0.61267
20-24	3.96790	1.03210	3.29268	1.70732	0.79358	0.20642	0.65854	0.34146
25-29	4.60639	0.39361	4.09269	0.90731	0.92128	0.07872	0.81854	0.18146
30-34	4.71258	0.28742	4.22532	0.77468	0.94252	0.05748	0.84506	0.15494
35-39	4.71784	0.28216	4.23376	0.76624	0.94357	0.05643	0.84675	0.15325
40-44	4.68944	0.31056	4.18788	0.81212	0.93789	0.06211	0.83758	0.16242
45-49	4.62164	0.37836	4.10935	0.89065	0.92433	0.07567	0.82187	0.17813
50-54	4.40253	0.59747	3.81364	1.18636	0.88051	0.11949	0.76273	0.23727
55-59	4.06036	0.93964	3.40214	1.59786	0.81207	0.18793	0.68043	0.31957
60-64	3.32923	1.67077	2.64029	2.35971	0.66585	0.33415	0.52806	0.47194
65-69	2.81310	2.18690	2.13598	2.86402	0.56262	0.43738	0.42720	0.57280
70-74	2.22329	2.77671	1.59921	3.40079	0.44466	0.55534	0.31984	0.68016
75-79	1.80629	3.19371	1.18463	3.81537	0.36126	0.63874	0.23693	0.76307
80-84	1.19742	3.80258	0.66849	4.33151	0.23948	0.76052	0.13370	0.86630

Cuadro 4.32
(Concluye)

Grupo de edad	Esperanzas de vida parcial				Probabilidades perspectivas de transición			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Mujeres				
15-19	1.64541	3.35459	1.15468	3.84532	0.32908	0.67092	0.23094	0.76906
20-24	2.66087	2.33913	2.06693	2.93307	0.53217	0.46783	0.41339	0.58661
25-29	2.96587	2.03413	2.26869	2.73131	0.59317	0.40683	0.45374	0.54626
30-34	2.98642	2.01358	2.29045	2.70955	0.59728	0.40272	0.45809	0.54191
35-39	3.03852	1.96148	2.34970	2.65030	0.60770	0.39230	0.46994	0.53006
40-44	3.09546	1.90454	2.39795	2.60205	0.61909	0.38091	0.47959	0.52041
45-49	2.95098	2.04902	2.25916	2.74084	0.59020	0.40980	0.45183	0.54817
50-54	2.60353	2.39647	1.90903	3.09097	0.52071	0.47929	0.38181	0.61819
55-59	2.24356	2.75644	1.57157	3.42843	0.44871	0.55129	0.31431	0.68569
60-64	1.76838	3.23162	1.14659	3.85341	0.35368	0.64632	0.22932	0.77068
65-69	1.47972	3.52028	0.88534	4.11466	0.29594	0.70406	0.17707	0.82293
70-74	1.12831	3.87169	0.59440	4.40560	0.22566	0.77434	0.11888	0.88112
75-79	0.91744	4.08256	0.41208	4.58792	0.18349	0.81651	0.08242	0.91758
80-84	0.75777	4.24223	0.25019	4.74981	0.15155	0.84845	0.05004	0.94996

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 4.31.

Al cuantificar el modelo (4.12) para periodos intertrimestrales (coeficientes del cuadro 4.13) obtenemos tasas de ingreso y retiro, las que se convierten en probabilidades $\widetilde{p}$ iniciales mediante (3.7) y (3.8). Los resultados se reproducen en el cuadro 4.34.

Las proporciones de participación para la cohorte sintética ${}_n\widehat{A}_x$ e ${}_n\widehat{I}_x$ se transforman en proporciones instantáneas $\widehat{\alpha}_x$ e $\widehat{\iota}_x$, y con ellas, las probabilidades iniciales $\widetilde{p}$, y mediante asignación biproporcional iterativa se obtienen las probabilidades definitivas $\widehat{p}$. Finalmente, al aplicar (4.5) se obtienen las tasas de retiro e ingreso definitivas. Dado que nuestras primeras probabilidades van de 15–19 hasta 80–84 años, es necesario estimar las tasas correspondientes al primero y último grupo, lo cual se puede hacer suponiendo el mismo cambio relativo que en las tasas originales, respecto de los grupos posterior y anterior, respectivamente, es decir:

$$ {}_3m_{12}^{ai} = {}_5m_{15}^{ai}\frac{{}_3\widetilde{m}_{12}^{ai}}{{}_5\widetilde{m}_{15}^{ai}} \qquad {}_3m_{12}^{ia} = {}_5m_{15}^{ia}\frac{{}_3\widetilde{m}_{12}^{ia}}{{}_5\widetilde{m}_{15}^{ai}} \qquad {}_5m_{85}^{ai} = {}_5m_{80}^{ai}\frac{{}_5\widetilde{m}_{85}^{ai}}{{}_5\widetilde{m}_{80}^{ai}} \qquad {}_5m_{85}^{ia} = {}_5m_{80}^{ia}\frac{{}_5\widetilde{m}_{85}^{ia}}{{}_5\widetilde{m}_{80}^{ia}} $$

donde $\widetilde{m}$ son las tasas de las primeras dos columnas del cuadro 4.34. Los resultados se presentan en el cuadro 4.35. La elaboración de la tabla de vida activa se deja como ejercicio al eventual lector.

Cabe preguntarse por cuáles serían las tasas de eventualidad al modificar los ponderadores w. Para responder a esa interrogante, reprodujimos el ejercicio completo (cuadros 4.30 a 4.35) para 9 999 valores de los ponderadores, iniciando en 0.0001 y finalizando en 0.9999 con incrementos de 0.0001. Para cada grupo de edad extrajimos las tasas mínima y máxima de retiro e ingreso. Los resultados se presentan en los cuadros 4.36 y 4.37 para periodos intertrimestrales e intersemestrales, respectivamente. Se advierte que el rango de variación de las tasas de movilidad es corto: proporcionalmente, la tasa máxima es inferior a 1% de la mínima, y apenas superior en contados casos (columnas 5 y 10 de los cuadros 4.36 y 4.37).

La variación reducida de las tasas de ingreso y retiro nos lleva a concluir que la tabla de vida activa será similar para cualquier valor arbitrario de los ponderadores w. No obstante, prevalece el distanciamiento marcado entre las estimaciones con coeficientes de regresión provenientes de intervalos intertrimestrales o intersemestrales en la ENOE. La selección del intervalo temporal dependerá de qué tanto el estudioso del fenómeno sepa del mismo.

Cada situación es diferente; sin embargo, la discrepancia entre hombres y mujeres en las pautas de participación de 2000 y 2010 en México, bien puede ser indicativa que los resultados dependerán más de la elección de intervalos intertrimestrales o intersemestrales para empezar la estimación, y en mucho menor grado del juego de ponderadores w para obtener las tasas iniciales de retiro e ingreso.

Si en vez de un lustro se quisiera trabajar con un decenio, las ecuaciones (4.14) serían:

$$ \begin{aligned} {}_5A_{x+10}(t+10) &= {}_5A_x(t)\,{}_5\widehat{S}_x^{aa} + {}_5I_x(t)\,{}_5\widehat{S}_x^{ia} \\ {}_5I_{x+10} &= {}_5A_x(t)\,{}_5\widehat{S}_x^{ai} + {}_5I_x(t+10)\,{}_5\widehat{S}_x^{ii} \end{aligned} \tag{4.14'} $$

Cuadro 4.33. México: Probabilidades perspectivas ajustadas mediante asignación biproporcional iterativa y proporciones de participación para la cohorte sintética, 2005-2010
(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Probabilidades perspectivas				Proporciones*	
	Activo a		Inactivo a			
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)
			Hombres			
12-14					0.104063	0.895937
15-19	0.849617	0.150383	0.777057	0.222943	0.455547	0.544453
20-24	0.958945	0.041055	0.921367	0.078633	0.810112	0.189888
25-29	0.977454	0.022546	0.943537	0.056463	0.951810	0.048190
30-34	0.979943	0.020057	0.942040	0.057960	0.975820	0.024180
35-39	0.976637	0.023363	0.932496	0.067504	0.979027	0.020973
40-44	0.970811	0.029189	0.919083	0.080917	0.975711	0.024289
45-49	0.944329	0.055671	0.864997	0.135003	0.969555	0.030445
50-54	0.900869	0.099131	0.798569	0.201431	0.941914	0.058086
55-59	0.778341	0.221659	0.633726	0.366274	0.894927	0.105073
60-64	0.689216	0.310784	0.554619	0.445381	0.763145	0.236855
65-69	0.600455	0.399545	0.465618	0.534382	0.657337	0.342663
70-74	0.515951	0.484049	0.384997	0.615004	0.554251	0.445749
75-79	0.412403	0.587597	0.278134	0.721866	0.457578	0.542422
80-84	0.361515	0.638485	0.217221	0.782779	0.339573	0.660427
85-89					0.266219	0.733781
Años brutos					55.2748	22.7252
Θ					0.708651	0.291349
			Mujeres			
12-14					0.035917	0.964083
15-19	0.525352	0.474648	0.403910	0.596090	0.198955	0.801045
20-24	0.588000	0.412000	0.469251	0.530749	0.428072	0.571928
25-29	0.596240	0.403760	0.456893	0.543107	0.520084	0.479916
30-34	0.612226	0.387774	0.473646	0.526354	0.529366	0.470634
35-39	0.615623	0.384377	0.478251	0.521749	0.547005	0.452995
40-44	0.590335	0.409665	0.449664	0.550336	0.553394	0.446606
45-49	0.528577	0.471423	0.390879	0.609121	0.527511	0.472489
50-54	0.452549	0.547451	0.319704	0.680296	0.463516	0.536484
55-59	0.354672	0.645328	0.236366	0.763634	0.381280	0.618720
60-64	0.292309	0.707691	0.183405	0.816595	0.281474	0.718526
65-69	0.221145	0.778855	0.126900	0.873100	0.214059	0.785941
70-74	0.184311	0.815689	0.094703	0.905297	0.147074	0.852926
75-79	0.144552	0.855448	0.063266	0.936734	0.107882	0.892118
80-84	0.135538	0.864462	0.044192	0.955808	0.072036	0.927964
85-89					0.050772	0.949228
Años brutos					25.2201	52.7799
Θ					0.323335	0.676665

* ${}_nA_x$ e ${}_nI_x$.

Fuente: Calculado con base en el cuadro 4.32.

Cuadro 4.34. México: Tasas de movilidad y probabilidades de transición iniciales para la cohorte sintética, 2005-2010
(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Tasas			Probabilidades de transición sin mortalidad			
				Activo a:		Inactivo a:	
	Retiro	Ingreso	Factor*	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo
			Hombres				
12-14	2.21756	0.32826					
15-19	0.92114	0.78623	0.58558	0.46060	0.53940	0.46040	0.53960
20-24	0.34487	1.19743	0.64809	0.77649	0.22351	0.77605	0.22395
25-29	0.16675	1.88695	0.48691	0.91881	0.08119	0.91878	0.08122
30-34	0.12762	2.04182	0.46094	0.94118	0.05882	0.94116	0.05884
35-39	0.12601	2.05787	0.45789	0.94230	0.05770	0.94228	0.05772
40-44	0.13438	1.97223	0.47468	0.93621	0.06379	0.93618	0.06382
45-49	0.16067	1.89924	0.48544	0.92200	0.07800	0.92197	0.07803
50-54	0.22452	1.55969	0.56040	0.87418	0.12582	0.87405	0.12595
55-59	0.32086	1.26436	0.63060	0.79767	0.20233	0.79730	0.20270
60-64	0.54884	0.94396	0.66950	0.63255	0.36745	0.63198	0.36802
65-69	0.72899	0.77492	0.66457	0.51553	0.48447	0.51499	0.48501
70-74	0.99239	0.62205	0.61922	0.38550	0.61450	0.38518	0.61482
75-79	1.14525	0.46234	0.62185	0.28783	0.71217	0.28750	0.71250
80-84	1.56978	0.30035	0.53468	0.16067	0.83933	0.16059	0.83941
85-89	1.77906	0.22959					
			Mujeres				
12-14	2.31205	0.18021					
15-19	1.39858	0.54358	0.51486	0.27993	0.72007	0.27987	0.72013
20-24	0.82448	0.82264	0.60696	0.49957	0.50043	0.49931	0.50069
25-29	0.62511	0.78725	0.70743	0.55778	0.44222	0.55692	0.44308
30-34	0.61970	0.79596	0.70579	0.56262	0.43738	0.56178	0.43822
35-39	0.60895	0.82370	0.69747	0.57528	0.42472	0.57450	0.42550
40-44	0.58506	0.83177	0.70521	0.58741	0.41259	0.58657	0.41343
45-49	0.63380	0.78905	0.70224	0.55492	0.44508	0.55411	0.44589
50-54	0.73887	0.66461	0.71188	0.47402	0.52598	0.47312	0.52688
55-59	0.87389	0.56260	0.69561	0.39211	0.60789	0.39135	0.60865
60-64	1.09484	0.43862	0.65181	0.28637	0.71363	0.28590	0.71410
65-69	1.24000	0.35214	0.62786	0.22144	0.77856	0.22110	0.77890
70-74	1.49790	0.25967	0.56888	0.14787	0.85213	0.14772	0.85228
75-79	1.65819	0.18899	0.54131	0.10240	0.89760	0.10230	0.89770
80-84	1.71634	0.11430	0.54620	0.06254	0.93746	0.06243	0.93757
85-89	2.28147	0.08003					

* $[1-e^{-n\gamma}] / {}_n\gamma_x$

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.13 y 4.33.

Cuadro 4.35. México: Probabilidades de transición y tasas de movilidad definitivas, 2005-2010

(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Proporciones instantáneas		Probabilidades de transición definitivas				Factor*	Tasas definitiivas	
			Activo a:		Inactivo a:				
	Activos (1)	Inactivos (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	(7)	Retiro (8)	Ingreso (9)
				Hombres					
12-14	0.00000	1.00000						1.52074	0.45470
15-19	0.23587	0.76413	0.63297	0.36703	0.63279	0.36721	1.72108	0.63169	1.08908
20-24	0.63283	0.36717	0.88106	0.11894	0.88079	0.11921	1.64358	0.19549	1.44765
25-29	0.88096	0.11904	0.96382	0.03618	0.96380	0.03620	2.20580	0.07981	2.12595
30-34	0.96381	0.03619	0.97742	0.02258	0.97742	0.02258	2.35342	0.05313	2.30027
35-39	0.97742	0.02258	0.97737	0.02263	0.97736	0.02264	2.36379	0.05349	2.31027
40-44	0.97737	0.02263	0.97263	0.02737	0.97262	0.02738	2.26826	0.06207	2.20615
45-49	0.97263	0.02737	0.95573	0.04427	0.95571	0.04429	2.16607	0.09588	2.07014
50-54	0.95573	0.04427	0.91842	0.08158	0.91833	0.08167	1.86115	0.15183	1.70916
55-59	0.91842	0.08158	0.82906	0.17094	0.82874	0.17126	1.61171	0.27550	1.33570
60-64	0.82904	0.17096	0.71033	0.28967	0.70982	0.29018	1.51791	0.43970	1.07744
65-69	0.71024	0.28976	0.60594	0.39406	0.60543	0.39457	1.51365	0.59646	0.91640
70-74	0.60579	0.39421	0.50604	0.49396	0.50572	0.49428	1.60419	0.79240	0.81126
75-79	0.50591	0.49409	0.39876	0.60124	0.39838	0.60162	1.57681	0.94804	0.62818
80-84	0.39858	0.60142	0.30298	0.69702	0.30284	0.69716	1.78065	1.24115	0.53926
85-89	0.30290	0.69710						1.40662	0.41223

Cuadro 4.35
(Concluye)

Grupo de edad	Proporciones instantáneas		Probabilidades de transición definitivas				Factor*	Tasas definitiivas	
			Activa a:		Inactiva a:				
	Activas	Inactivas	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva		Retiro	Ingreso
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
			Mujeres						
12-14	0.00000	1.00000						2.18913	0.20050
15-19	0.09706	0.90294	0.31357	0.68643	0.31351	0.68649	1.92915	1.32422	0.60480
20-24	0.31351	0.68649	0.47426	0.52574	0.47400	0.52601	1.64809	0.86647	0.78119
25-29	0.47408	0.52592	0.52518	0.47482	0.52431	0.47569	1.41143	0.67017	0.74003
30-34	0.52472	0.47528	0.53859	0.46141	0.53774	0.46226	1.41492	0.65286	0.76086
35-39	0.53819	0.46181	0.55056	0.44944	0.54978	0.45022	1.43126	0.64326	0.78687
40-44	0.55020	0.44980	0.54084	0.45916	0.53998	0.46002	1.41320	0.64889	0.76310
45-49	0.54045	0.45955	0.49589	0.50411	0.49507	0.50493	1.42165	0.71666	0.70381
50-54	0.49551	0.50449	0.42284	0.57716	0.42196	0.57804	1.40902	0.81323	0.59456
55-59	0.42240	0.57760	0.33178	0.66822	0.33108	0.66892	1.45205	0.97028	0.48074
60-64	0.33138	0.66862	0.24805	0.75195	0.24762	0.75238	1.55241	1.16733	0.38442
65-69	0.24777	0.75223	0.18079	0.81921	0.18049	0.81951	1.62303	1.32960	0.29294
70-74	0.18057	0.81943	0.12759	0.87241	0.12745	0.87255	1.78261	1.55517	0.22720
75-79	0.12748	0.87252	0.09003	0.90997	0.08995	0.91005	1.87035	1.70195	0.16823
80-84	0.08996	0.91004	0.06150	0.93850	0.06139	0.93861	1.83395	1.72116	0.11259
85-89	0.06140	0.93860						2.28789	0.07884

* ${}_nB_x$

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.33 y 4.34.

Cuadro 4.36. México: Rango de variación de las tasas de retiro e ingreso para la cohorte sintética, 2005-2010
(Tasas de periodos intertrimestrales)

Grupo de edad	Retiro					Ingreso				
	Mínima		Máxima		Máxima / mínima	Mínima		Máxima		Máxima / mínima
	Ponderador (1)	Tasa (2)	Ponderador (3)	Tasa (4)	(5)=(4)/(2)	Ponderador (6)	Tasa (7)	Ponderador (8)	Tasa (9)	(10)=(9)/(7)
					Hombres					
12-14	0.0001	1.52021	0.9999	1.52081	1.000	0.0001	0.45447	0.9999	0.45473	1.001
15-19	0.0001	0.63147	0.9999	0.63172	1.000	0.0001	1.08854	0.9999	1.08916	1.001
20-24	0.0001	0.19532	0.9999	0.19551	1.001	0.0001	1.44622	0.9999	1.44787	1.001
25-29	0.0001	0.07966	0.9999	0.07983	1.002	0.0001	2.12349	0.9999	2.12636	1.001
30-34	0.0001	0.05304	0.5704	0.05313	1.002	0.0001	2.29742	0.9999	2.30079	1.001
35-39	0.0001	0.05341	0.4353	0.05349	1.002	0.0001	2.30735	0.9999	2.31083	1.002
40-44	0.0001	0.06197	0.4501	0.06208	1.002	0.0001	2.20341	0.9999	2.20668	1.001
45-49	0.0001	0.09570	0.5306	0.09588	1.002	0.0001	2.06767	0.9999	2.07064	1.001
50-54	0.0001	0.15146	0.8814	0.15184	1.002	0.0001	1.70758	0.9999	1.70951	1.001
55-59	0.0001	0.27469	0.9999	0.27558	1.003	0.0001	1.33516	0.9999	1.33586	1.001
60-64	0.0001	0.43834	0.9999	0.43987	1.003	0.9999	1.07740	0.0001	1.07798	1.001
65-69	0.0001	0.59455	0.9999	0.59675	1.004	0.9999	0.91621	0.0001	0.91770	1.002
70-74	0.0001	0.78993	0.9999	0.79281	1.004	0.9999	0.81093	0.0001	0.81325	1.003
75-79	0.0001	0.94526	0.9999	0.94853	1.003	0.9999	0.62777	0.0001	0.63049	1.004
80-84	0.0001	1.23784	0.9999	1.24177	1.003	0.9999	0.53872	0.0001	0.54220	1.006
85-89	0.0001	1.40287	0.9999	1.40732	1.003	0.9999	0.41181	0.0001	0.41448	1.006

Cuadro 4.36
(Concluye)

Grupo de edad	Retiro					Ingreso				
	Mínima		Máxima		Máxima / mínima	Mínima		Máxima		Máxima / mínima
	Ponderador (1)	Tasa (2)	Ponderador (3)	Tasa (4)	(5)=(4)/(2)	Ponderador (6)	Tasa (7)	Ponderador (8)	Tasa (9)	(10)=(9)/(7)
					Mujeres					
12-14	0.1898	2.18874	0.0001	2.18968	1.000	0.0632	0.20043	0.9999	0.20055	1.001
15-19	0.1898	1.32399	0.0001	1.32456	1.000	0.0632	0.60459	0.9999	0.60494	1.001
20-24	0.3208	0.86646	0.0001	0.86671	1.000	0.0687	0.78097	0.9999	0.78134	1.000
25-29	0.9999	0.66999	0.0851	0.67041	1.001	0.1166	0.73968	0.9999	0.74035	1.001
30-34	0.9999	0.65251	0.0834	0.65332	1.001	0.1044	0.76027	0.9999	0.76135	1.001
35-39	0.9999	0.64286	0.0792	0.64381	1.001	0.0985	0.78619	0.9999	0.78742	1.002
40-44	0.9999	0.64843	0.0718	0.64954	1.002	0.0902	0.76234	0.9999	0.76369	1.002
45-49	0.9999	0.71615	0.0764	0.71737	1.002	0.0951	0.70301	0.9999	0.70445	1.002
50-54	0.9999	0.81280	0.1108	0.81373	1.001	0.1254	0.59395	0.9999	0.59513	1.002
55-59	0.0001	0.96999	0.1972	0.97045	1.000	0.1762	0.48041	0.9999	0.48117	1.002
60-64	0.0001	1.16647	0.8167	1.16735	1.001	0.2472	0.38429	0.0001	0.38511	1.002
65-69	0.0001	1.32840	0.9999	1.32986	1.001	0.3403	0.29292	0.0001	0.29377	1.003
70-74	0.0001	1.55392	0.9999	1.55566	1.001	0.4215	0.22720	0.0001	0.22796	1.003
75-79	0.0255	1.70082	0.9999	1.70258	1.001	0.5018	0.16823	0.0001	0.16881	1.003
80-84	0.0499	1.72005	0.9999	1.72186	1.001	0.5764	0.11259	0.0001	0.11301	1.004
85-89	0.0499	2.28641	0.9999	2.28882	1.001	0.5764	0.07884	0.0001	0.07914	1.004

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.13 y 4.29.

Cuadro 4.37. México: Rango de variación de las tasas de retiro e ingreso para la cohorte sintética, 2005-2010

(Tasas de periodos intersemestrales)

Grupo de edad	Retiro					Ingreso				
	Mínima		Máxima		Máxima / mínima	Mínima		Máxima		Máxima / mínima
	Ponderador (1)	Tasa (2)	Ponderador (3)	Tasa (4)	(5)=(4)/(2)	Ponderador (6)	Tasa (7)	Ponderador (8)	Tasa (9)	(10)=(9)/(7)
					Hombres					
12-14	0.0001	0.81002	0.9999	0.81107	1.001	0.0001	0.24468	0.9999	0.24504	1.001
15-19	0.0001	0.34150	0.9999	0.34195	1.001	0.0001	0.59733	0.9999	0.59820	1.001
20-24	0.0001	0.11211	0.9999	0.11237	1.002	0.0001	0.84665	0.9999	0.84852	1.002
25-29	0.0001	0.04285	0.9999	0.04308	1.005	0.0001	1.17385	0.9999	1.17628	1.002
30-34	0.0001	0.02837	0.9999	0.02859	1.008	0.0001	1.29129	0.9999	1.29357	1.002
35-39	0.0001	0.02810	0.9999	0.02833	1.008	0.0001	1.28553	0.9999	1.28770	1.002
40-44	0.0001	0.03191	0.9999	0.03218	1.009	0.0001	1.20443	0.9999	1.20612	1.001
45-49	0.0001	0.04641	0.9999	0.04685	1.009	0.0001	1.06746	0.9999	1.06848	1.001
50-54	0.0001	0.07816	0.9999	0.07890	1.010	0.0899	0.93262	0.9999	0.93289	1.000
55-59	0.0001	0.14324	0.9999	0.14451	1.009	0.9999	0.72598	0.0001	0.72654	1.001
60-64	0.0001	0.22710	0.9999	0.22899	1.008	0.9999	0.57820	0.0001	0.57964	1.003
65-69	0.0001	0.31422	0.9999	0.31680	1.008	0.9999	0.50145	0.0001	0.50348	1.004
70-74	0.0001	0.39032	0.9999	0.39341	1.008	0.9999	0.41491	0.0001	0.41733	1.006
75-79	0.0001	0.48545	0.9999	0.48912	1.008	0.9999	0.33414	0.0001	0.33682	1.008
80-84	0.0001	0.64371	0.9999	0.64818	1.007	0.9999	0.29109	0.0001	0.29429	1.011
85-89	0.0001	0.71401	0.9999	0.71897	1.007	0.9999	0.22525	0.0001	0.22772	1.011

Cuadro 4.37
(Concluye)

Grupo de edad	Retiro					Ingreso				
	Mínima		Máxima		Máxima / mínima	Mínima		Máxima		Máxima / mínima
	Ponderador (1)	Tasa (2)	Ponderador (3)	Tasa (4)	(5)=(4)/(2)	Ponderador (6)	Tasa (7)	Ponderador (8)	Tasa (9)	(10)=(9)/(7)
					Mujeres					
12-14	0.1364	1.12339	0.9999	1.12450	1.001	0.0664	0.10561	0.9999	0.10570	1.001
15-19	0.1364	0.71540	0.9999	0.71610	1.001	0.0664	0.32709	0.9999	0.32738	1.001
20-24	0.1922	0.48941	0.0001	0.48956	1.000	0.0582	0.44401	0.9999	0.44436	1.001
25-29	0.9999	0.36412	0.0443	0.36449	1.001	0.0853	0.41170	0.9999	0.41245	1.002
30-34	0.9999	0.35663	0.0588	0.35744	1.002	0.0797	0.43039	0.9999	0.43164	1.003
35-39	0.9999	0.34421	0.0592	0.34520	1.003	0.0766	0.43815	0.9999	0.43962	1.003
40-44	0.9999	0.34766	0.0548	0.34884	1.003	0.0711	0.42646	0.9999	0.42808	1.004
45-49	0.9999	0.37942	0.0571	0.38077	1.004	0.0731	0.38963	0.9999	0.39134	1.004
50-54	0.9999	0.42307	0.0796	0.42428	1.003	0.0919	0.32403	0.9999	0.32551	1.005
55-59	0.9999	0.51599	0.1275	0.51688	1.002	0.1229	0.26800	0.9999	0.26912	1.004
60-64	0.0001	0.62871	0.2315	0.62932	1.001	0.1632	0.21662	0.9999	0.21736	1.003
65-69	0.0001	0.71428	0.6912	0.71531	1.001	0.2094	0.16390	0.0001	0.16442	1.003
70-74	0.0001	0.80213	0.9999	0.80371	1.002	0.2485	0.12141	0.0001	0.12186	1.004
75-79	0.0001	0.91613	0.9999	0.91817	1.002	0.2881	0.09333	0.0001	0.09372	1.004
80-84	0.0001	0.85375	0.9999	0.85591	1.003	0.3259	0.05738	0.0001	0.05764	1.005
85-89	0.0001	1.03944	0.9999	1.04208	1.003	0.3259	0.04718	0.0001	0.04740	1.005

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.13 y 4.29.

el rango de variación de las probabilidades perspectivas:

$$\begin{aligned}
{}_5\pi_x^{aa} &= {}_5A_{x+10}(t+10) < {}_5\widehat{S}_x^{aa} \leq \min\left\{1, \tfrac{{}_5A_{x+10}(t+10)}{{}_5A_x(t)}\right\} = {}_5\Pi_x^{aa} \\
{}_5\pi_x^{ai} &= \max\left\{0, 1-\tfrac{{}_5A_{x+10}(t+10)}{{}_5A_x(t)}\right\} \leq {}_5\widehat{S}_x^{ai} < {}_5I_{x+10}(t+10) = {}_5\Pi_x^{ai} \\
{}_5\pi_x^{ia} &= \max\left\{0, 1-\tfrac{{}_5I_{x+10}(t+10)}{{}_5I_x(t)}\right\} \leq {}_5\widehat{S}_x^{ia} < {}_5A_{x+10}(t+10) = {}_5\Pi_x^{ia} \\
{}_5\pi_x^{ii} &= {}_5I_{x+10}(t+10) < {}_5\widehat{S}_x^{ii} \leq \min\left\{1, \tfrac{{}_5I_{x+10}(t+10)}{{}_5I_x(t)}\right\} = {}_5\Pi_x^{ii}
\end{aligned} \tag{4.6''}$$

y si el primer grupo de edades al tiempo $t+10$ no fuera uno quinquenal, como es el caso de los censos mexicanos, se deberían fijar las proporciones de la cohorte sintética como:

$${}_3\widehat{A}_{12} = {}_3A_{12}(t+10) \qquad {}_5\widehat{A}_{15} = {}_5A_{15}(t+10) \qquad {}_5\widehat{A}_{20} = {}_5A_{20}(t+10)$$

Las tablas de vida activa correspondientes se dejan como ejercicio al eventual lector.

5. Aplicaciones de la tabla de vida activa

Igual que otras tablas de eventualidad, la de vida activa ofrece algunas aplicaciones adicionales al cálculo de las esperanzas de vida activa. En este capítulo examinaremos dos:

- El movimiento de la población económicamente activa en un año o periodo determinado.
- Proyecciones de las poblaciones económicamente activa e inactiva.

Ambas propuestas se presentan de manera general, es decir, se supone que se cuenta con una tabla de vida activa de donde se extraen las medidas necesarias para la aplicación.

La estimación de los flujos de ingresos, de retiros y de defunciones, a partir de la población censada y las tasas de cambio de la tabla de vida activa, ha sido utilizada por diferentes autores (Camisa, 1969: 59; Durand y Miller, 1969: 34–35; Elizaga, 1979: 385–387; Rincón, 1977: 29–31); en cambio, el método que se propone aquí para estimar el volumen futuro de la PEA apenas ha sido usado (Willekens, 1980: 583–585), debido fundamentalmente a la escasa explotación que se ha hecho de las encuestas continuas de empleo para extraer de ellas las transiciones implícitas en la comparación de dos visitas domiciliarias sucesivas.

5.1 Movimiento de la PEA en un periodo determinado

Recordemos que una tasa expresa el promedio anual per cápita de eventos; así, al multiplicarla por los años-persona vividos por la población durante un año o periodo determinado, obtenemos los eventos ocurridos durante ese intervalo de tiempo. Generalmente, por la distinta calidad de los censos y las estadísticas vitales, es difícil determinar los años-persona vividos para el periodo de interés, con lo cual se acostumbra suponer que el tiempo vivido durante un año se aproxima —con precisión adecuada— a la población media del año, o bien, para un periodo distinto al anual, como la población media multiplicada por la longitud del intervalo, o mediante un modelo de crecimiento para un periodo intercensal (aritmético o geométrico).

Retomemos nuestra notación para las poblaciones económicamente activa (${}_nPEA_x$) e inactiva (${}_nPEI_x$) del capítulo 1, y de las tasas de ingreso (${}_nm_x^{ia}$) y de retiro (${}_nm_x^{ai}$) del capítulo 2. De acuerdo al procedimiento mencionado en el párrafo anterior, los ingresos, los retiros y los decesos ocurridos durante el año alrededor del censo son:

$$\begin{aligned} {}_n\mathcal{H}_x^{ia} &= {}_nPEI_x\,{}_nm_x^{ia} \qquad & {}_n\mathcal{H}_x^{ai} &= {}_nPEA_x\,{}_nm_x^{ai} \\ {}_n\mathcal{D}_x^{a} &= {}_nPEA_x\,{}_nm_x^{a\delta} \qquad & {}_n\mathcal{D}_x^{i} &= {}_nPEI_x\,{}_nm_x^{i\delta} \end{aligned} \tag{5.1}$$

En el cuadro 5.1, se muestran los resultados de la aplicación al caso de México en 2010, utilizando las tasas del enfoque de movimientos múltiples estimadas en el acápite 4.3 (cuadro 4.24). Preferimos utilizar la estimación indirecta sobre la directa (cuadro 3.1), para ejemplificar el caso más general de proporciones de participación en censos o encuestas de momento por muestreo, en vez de la situación más particular —y menos frecuente— de una encuesta continua de ocupación como la ENE-ENOE de México. Como supusimos que la mortalidad era igual para activos e inactivos, usamos las tasas de mortalidad general (columna 6 del cuadro B.3).

Las poblaciones total, económicamente activa e inactiva difieren de las presentadas en el cuadro 1.1 debido a que aquí —para la total— se incorpora tanto a las personas que no declararon su edad, o que un tercero no lo hizo por ellas, como a quienes residían en viviendas presumiblemente habitadas y que no fue posible enumerar en el censo. Las cifras de la primera columna del cuadro 4.10, además del traslado a mitad de año, adicionan la corrección por mala declaración de edad (véase Somede, 2011). La separación en activa e inactiva se hizo, para cada sexo y grupo de edad, con las proporciones de participación del cuadro 1.1.

Si nuestras estimaciones fueras verídicas, durante 2010 habrían ocurrido 9.6 millones de ingresos a la actividad, 4.9 millones entre los hombres y 4.7 millones entre las mujeres, y 8.1 millones de salidas —7.9 millones de retiros y 250 defunciones—, de las cuales 3.8 millones fueron masculinas y 4.3 millones femeninas. En suma, la demanda de puestos de trabajo haría aumentado en 1.5 millones en México al cabo de 2010, 1.1 millones por parte de los varones y 363 mil de las féminas. Estos montos son de particular importancia, porque esa es la cantidad de nuevos empleos que debiera crear la economía mexicana. Si es incapaz de satisfacer esa demanda, sobreviene el desempleo, o bien el subempleo, concebido éste como un número de horas trabajadas per cápita inferior a una norma preestablecida, o bien, como la fracción de la PEA ocupada en actividades de menor calificación que la alcanzada en la educación formal y la experiencia laboral.

Desde la perspectiva de la PEA, las tasas *refinadas* de ingreso y retiro para el intervalo etario 12–89 años se calculan como:

$$M^{ia} = \frac{\mathcal{H}^{ia}}{PEA} \qquad M^{ai} = \frac{\mathcal{M}^{ai}+\mathcal{D}^{a}}{PEA} \tag{5.2}$$

Por ejemplo, para los hombres, de acuerdo a las poblaciones y eventos del primer renglón del panel correspondiente en el cuadro 5.1:

Cuadro 5.1. México: Estimación del movimiento de la población por edad y sexo, 2010

Grupo de edad	Población a mitad de año			Tasas			Eventos		Defunciones	
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	Retiro (4)	Ingreso (5)	Muerte (6)	Retiros (7)=(2)×(4)	Ingresos (8)=(3)×(5)	Activos (9)=(2)×(6)	Inactivos (10)=(3)×(6)
Total	85 824 589	48 808 402	37 016 187	0.09173	0.19614		7 873 026	9 573 085	248 319	270 798
Hombres	41 398 483	31 678 383	9 720 100	0.08672	0.15400		3 590 049	4 878 541	199 758	97 150
12-14	3 356 743	349 312	3 007 431	0.46999	0.17846	0.00057	164 172	536 696	200	1 723
15-19	5 482 640	2 497 598	2 985 042	0.34448	0.60341	0.00123	860 363	1 801 204	3 067	3 665
20-24	4 899 612	3 971 703	927 909	0.11401	0.85923	0.00219	452 800	797 286	8 706	2 034
25-29	4 364 740	4 151 970	212 770	0.04521	1.18621	0.00282	187 693	252 390	11 689	599
30-34	4 100 120	3 997 526	102 594	0.03114	1.29681	0.00312	124 485	133 045	12 479	320
35-39	3 925 310	3 839 294	86 016	0.03121	1.28802	0.00347	119 833	110 790	13 321	298
40-44	3 453 957	3 366 209	87 748	0.03550	1.20369	0.00419	119 504	105 622	14 118	368
45-49	2 900 864	2 808 408	92 456	0.05172	1.06227	0.00556	145 260	98 213	15 607	514
50-54	2 397 821	2 251 905	145 916	0.08634	0.92389	0.00783	194 433	134 810	17 627	1 142
55-59	1 903 064	1 694 527	208 537	0.15546	0.71541	0.01137	263 429	149 189	19 271	2 372
60-64	1 473 305	1 112 281	361 024	0.24270	0.56605	0.01674	269 945	204 357	18 618	6 043
65-69	1 130 567	733 930	396 637	0.33226	0.48940	0.02474	243 855	194 116	18 155	9 812
70-74	852 885	465 319	387 566	0.40975	0.40278	0.03655	190 664	156 105	17 007	14 166
75-79	589 415	264 850	324 565	0.50647	0.32209	0.05385	134 139	104 538	14 263	17 479
80-84	366 519	121 528	244 991	0.66659	0.27811	0.07896	81 009	68 136	9 596	19 344
85-89	200 921	52 023	148 898	0.73939	0.21520	0.11599	38 465	32 044	6 034	17 271

Cuadro 5.1
(Concluye)

Grupo de edad	Población a mitad de año			Tasas			Eventos		Defunciones	
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	Retiro (4)	Ingreso (5)	Muerte (6)	Retiros (7)=(2)×(4)	Ingresos (8)=(3)×(5)	Activas (9)=(2)×(6)	Inactivas (10)=(3)×(6)
Mujeres	44 426 106	17 130 019	27 296 087	0.09641	0.27405		4 282 977	4 694 544	48 561	173 648
12-14	3 278 467	117 753	3 160 714	0.64368	0.07036	0.00034	75 795	222 388	40	1 082
15-19	5 491 666	1 092 594	4 399 072	0.37491	0.17326	0.00051	409 628	762 172	562	2 262
20-24	5 129 446	2 208 608	2 920 838	0.26664	0.24144	0.00064	588 893	705 200	1 412	1 868
25-29	4 738 132	2 448 139	2 289 993	0.21167	0.22880	0.00071	518 197	523 945	1 731	1 619
30-34	4 503 907	2 343 135	2 160 772	0.20971	0.23547	0.00087	491 370	508 793	2 048	1 889
35-39	4 293 912	2 306 698	1 987 214	0.20355	0.23951	0.00124	469 522	475 951	2 851	2 456
40-44	3 768 891	2 048 286	1 720 605	0.20661	0.23256	0.00187	423 204	400 145	3 833	3 219
45-49	3 180 676	1 641 457	1 539 219	0.22685	0.21146	0.00291	372 358	325 479	4 770	4 473
50-54	2 634 190	1 187 727	1 446 463	0.25550	0.17633	0.00455	303 461	255 053	5 409	6 587
55-59	2 086 330	770 750	1 315 580	0.30792	0.14410	0.00716	237 330	189 577	5 516	9 415
60-64	1 624 903	441 692	1 183 211	0.36585	0.11455	0.01125	161 591	135 541	4 971	13 315
65-69	1 265 582	262 640	1 002 942	0.41142	0.08688	0.01768	108 055	87 134	4 644	17 735
70-74	971 145	138 709	832 436	0.45280	0.06390	0.02773	62 807	53 195	3 846	23 082
75-79	704 213	74 346	629 867	0.49875	0.04803	0.04332	37 080	30 251	3 221	27 288
80-84	477 312	33 699	443 613	0.46918	0.02986	0.06730	15 811	13 248	2 268	29 857
85-89	277 334	13 786	263 548	0.57124	0.02456	0.10435	7 875	6 472	1 439	27 501

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 1.1 y 4.24 y Somede (2011).

$$M^{ia} = \frac{\mathcal{H}^{ia}}{PEA} = \frac{4\,878\,541}{31\,678\,383} = 0.154002 \qquad M^{ai} = \frac{\mathcal{M}^{ai}+\mathcal{D}^{a}}{PEA} = \frac{3\,590\,049+199\,758}{31\,678\,383} = 0.119634$$

y la tasa de crecimiento de la PEA es:

$$r^a = M^{ia} - M^{ai} = 0.154002 - 0.119634 = 0.034368$$

es decir, 3.4%. El crecimiento de la PEA femenina habría sido de 2.1% y de la total de 3.0 por ciento.

Otra medida que se usa en el análisis de la fuerza de trabajo es la llamada "razón de reemplazo", que se define como el cociente que resulta de dividir las entradas entre las salidas (suma de retiros y de defunciones de activos):

$$RR = \frac{\mathcal{H}^{ia}}{\mathcal{H}^{ai} + \mathcal{D}^{a}} \tag{5.3}$$

Este valor expresa la proporción por la que aumenta anualmente la PEA por cada persona que ha dejado de trabajar, por retiro o por muerte. El eventual lector puede verificar, con base en los totales por sexo y de ambos sexos en el cuadro 5.1, que las razones de reemplazo en México para 2010 harían sido de 1.287 para hombres, 1.084 para mujeres y 1.179 para el total; es decir, que por cada mil salidas, se deben crear 179 nuevos puestos de trabajo.

Estos resultados, no obstante, deben ser tomados con cierta reserva, pues las tasas de cambio se dedujeron ligando las condiciones de participación en un momento dado en el tiempo (el censo de población de 2010), y para que efectivamente se hubieran verificado, sería indispensable el cumplimiento estricto de estabilidad: las proporciones de participación por edad debieran haber permanecido invariantes en el lustro alrededor de 2010.[1]

El supuesto de invariabilidad en las proporciones de participación es razonable en el caso masculino, ya que entre los hombres los cambios son pequeños en el largo plazo entre 20 y 50 años de edad; en cambio, el supuesto no es tan adecuado en las mujeres, pues en México, igual que en muchos países, la participación femenina en la actividad económica ha ido en continuo ascenso en casi todo el rango de edades durante la segunda mitad del siglo pasado y lo que va del presente.

Una alternativa al supuesto de constancia en el tiempo de las proporciones ${}_nA_x$ e ${}_nI_x$ se tiene al usar el cambio en la participación en un periodo corto de tiempo, tal y como lo hicimos en el acápite 4.4 para México en 2005–2010. Podemos tomar las tasas de ingreso y retiro del cuadro 4.35, ya que satisfacen el cambio en la participación en las cohortes quinquenales involucradas. Así, basta con estimar el tiempo vivido para poder determinar las entradas y salidas de la actividad. Para ello, empleamos la población media de 2005 estimada por la Somede (2011) y le sobrepusimos las proporciones de participación del cuadro 4.28 correspondientes a 2005. Finalmente, al suponer crecimiento aritmético dentro de cada grupo de edad, estimamos los años-persona vividos como:

[1] Porque trabajamos con grupos quinquenales de edad, excepto el primero (12–14).

$$ {}_nK_x^a(2005\,2010) = \tfrac{5}{2}\left[{}_nPEA_x(2005) + {}_nPEA_x(2010)\right] $$

$$ {}_nK_x^i(2005\,2010) = \tfrac{5}{2}\left[{}_nPEI_x(2005) + {}_nPEI_x(2010)\right] $$

Los valores se muestran en el cuadro 5.2.

Una vez obtenido el tiempo vivido, los eventos para el lustro son:

$$ \begin{aligned} {}_n\mathcal{H}_x^{ia}(2005\,2010) &= {}_nK_x^i(2005\,2010)\,{}_nm_x^{ia}(2005\,2010) \\ {}_n\mathcal{H}_x^{ai}(2005\,2010) &= {}_nK_x^a(2005\,2010)\,{}_nm_x^{ai}(2005\,2010) \\ {}_n\mathcal{D}_x^{a}(2005\,2010) &= {}_nK_x^a(2005\,2010)\,{}_nm_x^{a\delta}(2005\,2010) \\ {}_n\mathcal{D}_x^{i}(2005\,2010) &= {}_nK_x^i(2005\,2010)\,{}_nm_x^{i\delta}(2005\,2010) \end{aligned} \tag{5.1'} $$

Las cifras correspondientes se presentan en el cuadro 5.3. La PEA del país habría aumentado en 7.2 millones al cabo del lustro, resultado de 25.7 millones de entradas y 18.5 millones de salidas.[2]

Las tasas *refinadas* medias anuales de ingreso y retiro para la PEA total son:

$$ M^{ia} = \frac{\mathcal{H}^{ia}}{K^a} = \frac{25\,668\,440}{226\,542\,242} = 0.113305 \qquad M^{ai} = \frac{\mathcal{M}^{ai}+\mathcal{D}^a}{K^a} = \frac{17\,405\,440+1\,099\,929}{226\,542\,242} = 0.081686 $$

y la tasa de crecimiento:

$$ r^a = M^{ia} - M^{ai} = 0.113305 - 0.081686 = 0.031619 $$

es decir, 3.2%. El crecimiento de la PEA masculina habría sido de 2.2% y la femenina de 5.0%. Las razones de reemplazo habrían sido de 1.387 para el total, 1.479 para hombres y 1.335 para mujeres.

5.2 Proyecciones de la PEA con la tabla de vida activa

El objetivo de este acápite y el siguiente es ilustrar solo la proyección de la PEA y no de la población total. Suponemos que se dispone de previsiones de la población total, sobre todo

[2] Se notará que el incremento con base en las poblaciones medias es:

$$ PEA(2010) - PEA(2005) = 48\,808\,402 - 41\,808\,492 = 6\,999\,910 $$

mientras que el saldo de eventos es:

$$ \mathcal{H}^{ia} - \mathcal{H}^{ia} - \mathcal{D}^a = 25\,668\,440 - 17\,405\,440 - 1\,099\,929 = 7\,163\,071 $$

La diferencia (163 161) se puede atribuir a una ganancia neta por migración internacional.

Cuadro 5.2. México: Estimación de los años-persona vividos por edad y sexo, 2005-2010

Grupo de edad	Población a mediados de 2005			Población a mediados de 2010			Años-persona vividos	
	Total (1)	Activo (2)	Inactivo (3)	Total (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	Actividad (7)	Inactividad (8)
Total	79 008 305	41 808 492	37 199 813	85 824 589	48 808 402	37 016 187	226 542 242	185 540 009
Hombres	37 609 822	27 706 895	9 902 927	41 398 483	31 678 383	9 720 100	148 463 198	49 057 572
12-14	3 332 319	361 997	2 970 322	3 356 743	349 312	3 007 431	1 778 273	14 944 383
15-19	5 103 747	2 360 442	2 743 305	5 482 640	2 497 598	2 985 042	12 145 100	14 320 868
20-24	4 501 741	3 580 174	921 567	4 899 612	3 971 703	927 909	18 879 693	4 623 690
25-29	4 177 659	3 872 644	305 015	4 364 740	4 151 970	212 770	20 061 535	1 294 463
30-34	3 979 753	3 784 817	194 936	4 100 120	3 997 526	102 594	19 455 858	743 825
35-39	3 507 698	3 345 430	162 268	3 925 310	3 839 294	86 016	17 961 810	620 710
40-44	2 964 256	2 810 505	153 751	3 453 957	3 366 209	87 748	15 441 785	603 748
45-49	2 473 647	2 312 052	161 595	2 900 864	2 808 408	92 456	12 801 150	635 128
50-54	1 992 847	1 789 309	203 538	2 397 821	2 251 905	145 916	10 103 035	873 635
55-59	1 578 091	1 322 912	255 179	1 903 064	1 694 527	208 537	7 543 598	1 159 290
60-64	1 252 455	879 811	372 644	1 473 305	1 112 281	361 024	4 980 230	1 834 170
65-69	993 483	589 182	404 301	1 130 567	733 930	396 637	3 307 780	2 002 345
70-74	738 611	362 936	375 675	852 885	465 319	387 566	2 070 638	1 908 103
75-79	509 800	202 896	306 904	589 415	264 850	324 565	1 169 365	1 578 673
80-84	325 019	93 931	231 088	366 519	121 528	244 991	538 648	1 190 198
85-89	178 696	37 857	140 839	200 921	52 023	148 898	224 700	724 343

Cuadro 5.2
(Concluye)

Grupo de edad	Población 2005			Población a mediados de 2010			Años-persona vividos	
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	Total (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Actividad (7)	Inactividad (8)
Mujeres	41 398 483	14 101 597	27 296 886	44 426 106	17 130 019	27 296 087	78 079 044	136 482 437
12-14	3 356 743	144 912	3 211 831	3 278 467	117 753	3 160 714	656 663	15 931 363
15-19	5 482 640	1 203 788	4 278 852	5 491 666	1 092 594	4 399 072	5 740 955	21 694 810
20-24	4 899 612	1 957 288	2 942 324	5 129 446	2 208 608	2 920 838	10 414 740	14 657 905
25-29	4 364 740	1 984 352	2 380 388	4 738 132	2 448 139	2 289 993	11 081 228	11 675 953
30-34	4 100 120	1 880 411	2 219 709	4 503 907	2 343 135	2 160 772	10 558 865	10 951 203
35-39	3 925 310	1 863 648	2 061 662	4 293 912	2 306 698	1 987 214	10 425 865	10 122 190
40-44	3 453 957	1 630 538	1 823 419	3 768 891	2 048 286	1 720 605	9 197 060	8 860 060
45-49	2 900 864	1 264 218	1 636 646	3 180 676	1 641 457	1 539 219	7 264 188	7 939 663
50-54	2 397 821	897 516	1 500 305	2 634 190	1 187 727	1 446 463	5 213 108	7 366 920
55-59	1 903 064	570 420	1 332 644	2 086 330	770 750	1 315 580	3 352 925	6 620 560
60-64	1 473 305	326 305	1 147 000	1 624 903	441 692	1 183 211	1 919 993	5 825 528
65-69	1 130 567	191 102	939 465	1 265 582	262 640	1 002 942	1 134 355	4 856 018
70-74	852 885	103 458	749 427	971 145	138 709	832 436	605 418	3 954 658
75-79	589 415	53 189	536 226	704 213	74 346	629 867	318 838	2 915 233
80-84	366 519	22 131	344 388	477 312	33 699	443 613	139 575	1 970 003
85-89	200 921	8 321	192 600	277 334	13 786	263 548	55 268	1 140 370

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.28 y Somede (2011).

Cuadro 5.3. México: Estimación del movimiento de la población por edad y sexo, 2005-2010

Grupo de edad	Años-persona vividos		Tasas			Eventos		Defunciones	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Retiro (3)	Ingreso (4)	Muerte (5)	Retiros (6)=(1)×(3)	Ingresos (7)=(2)×(4)	Activos (8)=(1)×(5)	Inactivos (9)=(2)×(5)
Total	226 542 242	185 540 009	0.41631	0.69002		17 405 440	25 668 440	1 099 929	1 302 879
Hombres	148 463 198	49 057 572	0.21117	1.00564		5 850 924	9 958 793	884 651	480 290
12-14	1 778 273	14 944 383	1.52074	0.45470	0.00055	550 502	1 350 593	983	8 261
15-19	12 145 100	14 320 868	0.63169	1.08908	0.00109	1 491 069	2 987 673	13 290	15 671
20-24	18 879 693	4 623 690	0.19549	1.44765	0.00188	699 881	1 334 107	35 518	8 699
25-29	20 061 535	1 294 463	0.07981	2.12595	0.00241	309 089	648 447	48 293	3 116
30-34	19 455 858	743 825	0.05313	2.30027	0.00274	201 094	448 406	53 298	2 038
35-39	17 961 810	620 710	0.05349	2.31027	0.00320	178 962	374 884	57 446	1 985
40-44	15 441 785	603 748	0.06207	2.20615	0.00406	174 462	339 198	62 646	2 449
45-49	12 801 150	635 128	0.09588	2.07014	0.00554	221 684	334 525	70 923	3 519
50-54	10 103 035	873 635	0.15183	1.70916	0.00792	271 662	347 879	79 971	6 915
55-59	7 543 598	1 159 290	0.27550	1.33570	0.01155	364 467	340 842	87 126	13 389
60-64	4 980 230	1 834 170	0.43970	1.07744	0.01699	386 849	401 502	84 594	31 155
65-69	3 307 780	2 002 345	0.59646	0.91640	0.02502	351 425	370 503	82 753	50 094
70-74	2 070 638	1 908 103	0.79240	0.81126	0.03681	287 590	304 771	76 217	70 235
75-79	1 169 365	1 578 673	0.94804	0.62818	0.05403	192 354	192 790	63 178	85 292
80-84	538 648	1 190 198	1.24115	0.53926	0.07886	116 583	124 616	42 478	93 860
85-89	224 700	724 343	1.40662	0.41223	0.11543	53 251	58 057	25 937	83 612

Cuadro 5.3
(Concluye)

Grupo de edad	Años-persona vividos		Tasas			Eventos		Defunciones	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Retiro (3)	Ingreso (4)	Muerte (5)	Retiros (6)=(1)×(3)	Ingresos (7)=(2)×(4)	Activas (8)=(1)×(5)	Inactivas (9)=(2)×(5)
Mujeres	78 079 044	136 482 437	0.81938	0.57551		11 554 516	15 709 647	215 278	822 589
12-14	656 663	15 931 363	2.18913	0.20050	0.00033	317 232	643 976	218	5 291
15-19	5 740 955	21 694 810	1.32422	0.60480	0.00049	1 594 086	2 587 862	2 789	10 538
20-24	10 414 740	14 657 905	0.86647	0.78119	0.00061	1 695 931	2 298 508	6 302	8 870
25-29	11 081 228	11 675 953	0.67017	0.74003	0.00069	1 329 859	1 761 561	7 616	8 025
30-34	10 558 865	10 951 203	0.65286	0.76086	0.00087	1 227 641	1 688 881	9 226	9 569
35-39	10 425 865	10 122 190	0.64326	0.78687	0.00125	1 198 812	1 622 265	13 070	12 689
40-44	9 197 060	8 860 060	0.64889	0.76310	0.00191	1 058 035	1 391 451	17 544	16 901
45-49	7 264 188	7 939 663	0.71666	0.70381	0.00296	906 019	1 151 892	21 521	23 523
50-54	5 213 108	7 366 920	0.81323	0.59456	0.00464	729 888	892 016	24 177	34 166
55-59	3 352 925	6 620 560	0.97028	0.48074	0.00728	553 468	640 658	24 405	48 189
60-64	1 919 993	5 825 528	1.16733	0.38442	0.01143	380 906	440 924	21 937	66 559
65-69	1 134 355	4 856 018	1.32960	0.29294	0.01791	254 090	275 211	20 318	86 977
70-74	605 418	3 954 658	1.55517	0.22720	0.02803	160 895	170 270	16 972	110 866
75-79	318 838	2 915 233	1.70195	0.16823	0.04370	90 525	90 211	13 934	127 405
80-84	139 575	1 970 003	1.72116	0.11259	0.06774	38 091	38 776	9 454	133 442
85-89	55 268	1 140 370	2.28789	0.07884	0.10486	19 038	15 185	5 795	119 579

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 4.35 y 5.2.

de las medidas relativas a la fecundidad, la mortalidad y la migración, de tal suerte que solo se prefigura el futuro de las tasas de ingreso y retiro de la actividad, así como la separación entre activos e inactivos de las tasas de fecundidad, mortalidad y migración.

Los métodos demográficos disponibles para proyectar la población económicamente activa son de dos tipos:

- Sobreponer previsiones de las proporciones de participación a una población total previamente proyectada, por sexo y grupos de edad.
- La extensión del procedimiento de los componentes demográficos al esquema de movimientos múltiples.

El primero de estos algoritmos consiste en extrapolar las proporciones de participación derivadas de dos o más censos, para cada edad y sexo por separado, mediante funciones matemáticas del tiempo; o bien, con modelos de variables *explicativas* que cambian con el tiempo (Naciones Unidas, 1970). Si bien los problemas inherentes a modelos de tipo lineal (valores negativos o mayores que uno de ${}_nA_x$ en algunas edades en el largo plazo) se pueden evitar con curvas de tipo multiplicativo, es común que, conforme avanza el tiempo, el patrón de participación etario exhiba perfiles de edad inadecuados, porque la estimación se hace de manera independiente para cada grupo de edad.

El método generalizado de los componentes demográficos, en cambio, requiere de la proyección de las tasas de ingreso y de retiro por edad y sexo, además de las previsiones de la fecundidad, la mortalidad y la migración. La estimación de las propensiones de entrar y salir de la actividad en el futuro puede ser sencilla: reducir paulatinamente las tasas de ingreso en los jóvenes (antes de los 20 años) y en los viejos (65 años o más) y aumentar progresivamente las de entrada en las edades adultas jóvenes (20–30 años) y las de retiro en la tercera edad; de esta manera las previsiones estarán acordes, por un lado, con una política que busque satisfacer una mayor demanda de educación media superior y superior (posposición de la entrada al mercado laboral), y por otro, con programas de creciente cobertura de los sistemas de jubilación.

Dado que las proporciones de participación son producto del movimiento de la PEA (ingresos, retiros y muertes), en el primero de los métodos se proyecta el resultado; con el esquema de movimientos múltiples, en cambio, se prevén los insumos, y además es más sencillo con ellos evaluar el impacto de políticas dirigidas al aumento en la oferta de empleo. Como la extrapolación de las proporciones de participación no es una aplicación de la tabla de vida activa, en este acápite solo presentamos el enfoque de movimientos múltiples; al lector interesado en el primero de los métodos se le remite a Naciones Unidas (1970).

Las probabilidades perspectivas de transición sin mortalidad (${}_n\widehat{S}_x^{aa}$, ${}_n\widehat{S}_x^{ai}$, ${}_n\widehat{S}_x^{ia}$ y ${}_n\widehat{S}_x^{aa}$) se definieron en el acápite 3.4.[3] No obstante, basadas en información retrospectiva —o en

[3]En el ámbito de la demografía, los términos prospectivo y perspectivo se toman como sinónimos estrictos, ya que en ambos se mira hacia adelante.

el cambio temporal de las proporciones ${}_5A_x$ y ${}_5I_x$ en el acápite 4.4—, fue necesario suponer continuidad en la mortalidad. En lo que sigue, supondremos, de manera general, que la mortalidad es distinta por condición de actividad.

Las igualdades equivalentes a (2.12), al cabo de un periodo de n años y de igual longitud que los grupos de edad, son:

$$\begin{aligned} {}_nPEA_{x+n}(t+n) &= {}_nPEA_x(t)\,{}_nS^{aa}_{x+n}(t,t+n) + {}_nPEI_x(t)\,{}_nS^{ia}_{x+n}(t,t+n) \\ {}_nPEI_{x+n}(t+n) &= {}_nPEA_x(t)\,{}_nS^{ai}_{x+n}(t,t+n) + {}_nPEI_x(t)\,{}_nS^{ii}_{x+n}(t,t+n) \end{aligned} \tag{5.4}$$

donde hemos retirado el símbolo $\widehat{\ }$ para indicar que incorporamos la mortalidad y la migración. Dejemos temporalmente de lado la movilidad territorial.

El procedimiento es similar a la probabilidad perspectiva de sobrevivencia extraída de una tabla de mortalidad:

$${}_nS_x = \frac{{}_nL_{x+n}}{{}_nL_x} \tag{5.5}$$

La extensión a la tabla de vida activa pareciera ser simplemente:

$${}_n\mathbf{S}_x(t,t+n) = {}_n\mathbf{L}_{x+n}\ \left[{}_n\mathbf{L}_x\right]^{-1} \tag{5.6}$$

que, sin embargo, no es cierta, pues el aumento en el monto de los activos en la tabla puede arrojar —de hecho lo hace— el aberrante caso de probabilidades mayores que uno y negativas. Usar la ecuación anterior equivale a querer estimar ${}_np^{aa}_x$ como el cociente de los sobrevivientes activos en dos edades sucesivas:

$${}_np^{aa}_x = \frac{\ell^a_{x+n}}{\ell^a_x} = \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x}\,\frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x} = {}_np_x\,\frac{\alpha_{x+n}}{\alpha_x}$$

donde claramente podemos ver que no es cierta en un intervalo ascendente ($\alpha_{x+n} > \alpha_x$), pues el cociente de las α —mayor que uno— bien puede propiciar que, al multiplicarlo por la probabilidad de sobrevivencia pura, el resultado exceda la unidad. Realmente la ecuación (5.6) solo vale en un intervalo descendente bajo el enfoque tradicional.

Así como controlamos la edad para obtener correctamente ${}_np^{aa}_x$ al despejar en (3.9):

$${}_np^{aa}_x = \frac{\ell^{aa}_{x,x+n}}{\ell^a_x}$$

de la misma manera debemos controlar la edad en las probabilidades perspectivas.

En la tabla de vida activa, definamos por:

${}_nL^{aa}_{x,x+n}$ los años-persona vividos en la actividad entre las edades $x+n$ y $x+2n$, por quienes eran activos a la edad exacta x.

${}_nL^{ai}_{x,x+n}$ los años-persona vividos en la inactividad entre las edades $x+n$ y $x+2n$, por quienes eran activos a la edad exacta x.

${}_nL^{ia}_{x,x+n}$ los años-persona vividos en la actividad entre las edades $x+n$ y $x+2n$, por quienes eran inactivos a la edad exacta x.

${}_nL^{ii}_{x,x+n}$ los años-persona vividos en la inactividad entre las edades $x+n$ y $x+2n$, por quienes eran inactivos a la edad exacta x.

Por el supuesto markoviano (inicio del capítulo 2), las esperanzas de vida parcial ${}_ne^{aa}_{x+n}$ y ${}_ne^{ai}_{x+n}$ corresponden a cualquier activo de edad $x+n$, y ${}_ne^{ia}_{x+n}$ y ${}_ne^{ii}_{x+n}$ a cualquier inactivo; por lo tanto:

$$\begin{aligned} {}_nL^{aa}_{x,x+n} &= \ell^{aa}_{x,x+n}\,{}_ne^{aa}_{x+n} + \ell^{ai}_{x,x+n}\,{}_ne^{ia}_{x+n} \qquad & {}_nL^{ai}_{x,x+n} &= \ell^{aa}_{x,x+n}\,{}_ne^{ai}_{x+n} + \ell^{ai}_{x,x+n}\,{}_ne^{ii}_{x+n} \\ {}_nL^{ia}_{x,x+n} &= \ell^{ia}_{x,x+n}\,{}_ne^{aa}_{x+n} + \ell^{ii}_{x,x+n}\,{}_ne^{ia}_{x+n} \qquad & {}_nL^{ii}_{x,x+n} &= \ell^{ia}_{x,x+n}\,{}_ne^{ai}_{x+n} + \ell^{ii}_{x,x+n}\,{}_ne^{ii}_{x+n} \end{aligned} \tag{5.7}$$

Si definimos la matriz:

$${}_n\mathbf{L}_{x,x+n} = \begin{pmatrix} {}_nL^{aa}_{x,x+n} & {}_nL^{ia}_{x,x+n} \\ {}_nL^{ai}_{x,x+n} & {}_nL^{ii}_{x,x+n} \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

es claro, por las definiciones de $\mathbf{l}_{x,x+n}$ y ${}_n\mathbf{e}_x$ en el acápite 3.3, que la ecuación matricial:

$${}_n\mathbf{L}_{x,x+n} = {}_n\mathbf{e}_{x+n}\,\mathbf{l}_{x,x+n} \tag{5.9}$$

satisface las igualdades (5.7).

El equivalente a (5.5) en el modelo de movimientos múltiples es entonces:

$${}_n\mathbf{S}_x(t,t+n) = {}_n\mathbf{L}_{x,x+n}\,{}_n\mathbf{L}_x^{-1} \tag{5.10}$$

pero, por la ecuación previa a (3.27):

$${}_n\mathbf{L}_x^{-1} = \mathbf{l}_{x,x}^{-1}\,{}_n\mathbf{e}_x^{-1}$$

que si sustituimos junto con (3.16) y (5.9) en (5.10):

$${}_n\mathbf{S}_x(t,t+n) = {}_n\mathbf{e}_{x+n}\,\mathbf{l}_{x,x+n}\,\mathbf{l}_{x,x}^{-1}\,{}_n\mathbf{e}_x^{-1}$$

o bien,

$${}_n\mathbf{S}_x(t,t+n) = {}_n\mathbf{e}_{x+n}\;{}_n\mathbf{P}_x\,{}_n\mathbf{e}_x^{-1} \tag{5.11}$$

En el caso de las personas que nacen durante el periodo de n años, la estimación es:

$$ {}_n\mathbf{S}_b(t,t+n) = {}_n\mathbf{L}_0\,[n\,\mathbf{l}_0]^{-1} = \frac{1}{n}\,{}_n\mathbf{e}_0 \tag{5.12} $$

donde el subíndice b se refiere al nacimiento (*birth* en inglés).

En las proyecciones de población se incluye la migración internacional, en previsiones nacionales, y además la movilidad interna en proyecciones subnacionales. Los desplazamientos territoriales se pueden incorporar mediante las tasas de migración neta —digamos ${}_n\eta_x^a$ y ${}_n\eta_x^i$ para activos e inactivos, respectivamente. La matriz $\mathbf{M}$, definida en (3.14), es ahora:

$$ {}_n\mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} {}_nM_x^{a\delta} - {}_n\eta_x^a + {}_nM_x^{ai} & -{}_nM_x^{ia} \\ -{}_nM_x^{ai} & {}_nM_x^{i\delta} - {}_n\eta_x^i + {}_nM_x^{ia} \end{pmatrix} \tag{5.13} $$

y la matriz de probabilidades de transición ${}_n\mathbf{P}_x$ se calcula nuevamente con (3.17). Si la ganancia neta por migración excede en valor absoluto al descuento por mortalidad, entonces la generación crece y una o más de las probabilidades perspectivas excede la unidad, o bien, una de las sumas ${}_nS_x^{aa} + {}_nS_x^{aa}$ o ${}_nS_x^{ia} + {}_nS_x^{ii}$ o ambas son mayores que uno. Es por eso que, en varios textos, se acostumbra llamarlos *cocientes* perspectivos en vez de *probabilidades* para permitir el caso de valores superiores a la unidad y no entrar en contradicción con los axiomas de la probabilidad. En adelante los llamaremos cocientes. Ninguno de los cocientes perspectivos es negativo —independientemente de la cuantía de las tasas de migración neta— y queda garantizado que las poblaciones al final del periodo son positivas al evaluar (5.4).

La separación de la mortalidad por condición de actividad, de acuerdo con la fórmula (B.5) del anexo B, es:

$$ \begin{aligned} {}_nM_x^i(t,t+n) &= \frac{{}_nM_x(t,t+n)}{{}_nA_x(t,t+n)\,{}_n\rho_x(t,t+n) + {}_nI_x(t,t+n)} \\ {}_nM_x^a(t,t+n) &= {}_n\rho_x(t,t+n)\,{}_nM_x^i(t,t+n) \end{aligned} \tag{5.14} $$

donde ${}_n\rho_x = {}_nM_x^a/{}_nM_x^i$ y:

$$ {}_nA_x(t,t+n) = \frac{{}_nK_x^a(t,t+n)}{{}_nK_x^a(t,t+n) + {}_nK_x^i(t,t+n)} $$

$$ {}_nI_x(t,t+n) = \frac{{}_nK_x^i(t,t+n)}{{}_nK_x^a(t,t+n) + {}_nK_x^i(t,t+n)} $$

con ${}_nK_x^a(t,t+n)$ y ${}_nK_x^i(t,t+n)$ los años-persona vividos por la población en la actividad y la inactividad, respectivamente, entre los momentos t y $t+n$.

En la valoración de (5.14) enfrentamos un problema de circularidad porque necesitamos la población al final del quinquenio para calcular los años-persona vividos por condición de participación, con ellos las proporciones ${}_nA_x(t,t+n)$ y ${}_nI_x(t,t+n)$ que son necesarias para separar las tasas de mortalidad, y con estas obtener los cocientes perspectivos, a su vez necesarios para estimar la población al término del lustro.

La circularidad se puede resolver de dos maneras:

1. Previamente establecidos los valores futuros del cociente ${}_n\rho_x$, en cada quinquenio repetir el proceso hasta que la población al final del lustro, de todos los grupos de edad y ambos sexos, difiera en menos de un error determinado en dos iteraciones sucesivas.

2. Si se espera que las proporciones de participación varíen de manera pausada en el futuro, se puede suponer que las proporciones para la población al inicio del lustro son similares a las correspondientes a las extraídas de los años-persona vividos durante el quinquenio, es decir,

$$ {}_nA_x(t,t+n) = {}_nA_x(t) \qquad \text{y} \qquad {}_nI_x(t,t+n) = {}_nI_x(t) $$

   En nuestros ejemplos adoptamos la segunda opción.

Debido a que todas las personas nacen económicamente inactivas, una posibilidad es utilizar los nacimientos previamente proyectados, ya que todos son inactivos; otra alternativa, indudablemente más atractiva, es sobreponer tasas de fecundidad diferenciales por condición de participación a los años-persona vividos por las mujeres activas e inactivas en el rango etario fértil. Denotemos por ${}_nF_x^a(t,t+n)$ y ${}_nF_x^i(t,t+n)$ las tasas de fecundidad para las mujeres activas e inactivas, respectivamente, entre las edades x y $x+n$ durante el periodo de t a $t+n$, y sean ${}_nK_x^{a,f}(t,t+n)$ y ${}_nK_x^{i,f}(t,t+n)$ los años-persona vividos, donde el sobreíndice f indica el sexo femenino. Delimitemos el intervalo reproductivo femenino de b a c años de edad exacta, con lo cual el total de nacimientos ocurridos en el lustro es:

$$ B(t,t+n) = \sum_{x=b}^{c-n} \left[{}_nF_x^a(t,t+n)\, {}_nK_x^{a,f}(t,t+n) + {}_nF_x^i(t,t+n)\, {}_nK_x^{i,f}(t,t+n) \right] \tag{5.15} $$

donde el índice de la sumatoria se incrementa de n en n y se supone que el periodo fértil $c-b$ es múltiplo de n.[4] Este volumen de nacimientos se separa por sexo con la proporción de masculinidad κ al nacer:

$$ B^m(t,t+n) = \kappa\, B(t,t+n) \quad \text{y} \quad B^f(t,t+n) = (1-\kappa)\, B(t,t+n) = B(t,t+n) - B^m(t,t+n) $$

El sobreíndice m indica el sexo masculino. Es común aceptar, de acuerdo a la evidencia empírica, que nacen 105 varones por cada 100 mujeres, con lo cual $\kappa = 105/205 = 0.5122$. Como todos nacen inactivos, se tiene que:

$$ {}_nPEA_0(t+n) = 0 \qquad \text{y} \qquad {}_nPEI_0(t+n) = B(t,t+n)_nS_b^{ii}(t,t+n) \tag{5.4'} $$

donde ${}_nS_b^{ii}$ se calcula con la ecuación de la derecha en (5.12).

[4] Generalmente se trabaja con grupos quinquenales de edad ($n=5$) y se fija el periodo fértil de 15 (b) a 50 (c) años de edad exacta.

Las tasas de fecundidad proyectadas por lo común se refieren al total de mujeres. Si este es el caso, se pueden desagregar por condición de actividad de manera semejante a la mortalidad:

$$
\begin{aligned}
{}_nF_x^i(t,t+n) &= \frac{{}_nF_x(t,t+n)}{{}_nA_x^f(t)\,{}_n\lambda_x(t,t+n)+{}_nI_x^f(t)} \\
{}_nF_x^a(t,t+n) &= {}_n\lambda_x(t,t+n)\,{}_nF_x^i(t,t+n)
\end{aligned}
\tag{5.16}
$$

donde ${}_n\lambda_x = {}_nF_x^a/{}_nF_x^i$.

El ejemplo lo haremos nuevamente con la población de México para el periodo 2010–2030 y por intervalos quinquenales. Para ello usamos las proyecciones de las tasas de fecundidad, mortalidad y migración neta internacional de Virgilio Partida (2012) y las tasas de movimientos múltiples del cuadro 4.35. Asimismo, para simplificar la exposición y sin pérdida de generalidad, mantendremos el intervalo de participación de 12 a 89 años de edad cumplida. También conviene aclarar que, al estimar de manera indirecta las tasas de movilidad, debimos suponer que la mortalidad era igual para activos e inactivos. Al aceptar aquí que el riesgo de fallecer es distinto tenemos una inconsistencia conceptual; no obstante, hacemos caso omiso de esa inconsistencia con el fin de ejemplificar los procedimientos en el caso más general: cuando solo se dispone de proporciones de participación por edad.

En la separación de la mortalidad por condición de actividad supondremos que los valores de ${}_5\rho_x$ para 2009–2011 permanecerán contantes a lo largo del horizonte de la proyección, e iguales a los derivados con las dos últimas columnas del cuadro B.3. Como no hay activos antes de 12 años de edad ni a partir de 90 años, la mortalidad de inactivos es igual al riesgo de fallecer total y, por ende, ${}_n\rho_x = 1$ para todos los grupos de edad de ambos intervalos etarios.

No disponemos de tasas de migración neta internacional por condición de actividad para México; así, supondremos que son iguales para activos e inactivos, es decir, ${}_n\eta_x^a = {}_n\eta_x^i = {}_n\eta_x$. En el cuadro 5.4 se presentan las tasas de mortalidad para los cuatro quinquenios que abarca el horizonte de la proyección, y en el cuadro 5.5 las tasas de migración neta internacional.

Debido al particular comportamiento etario de la mortalidad humana, el paso de tasas a probabilidades o cocientes mediante (3.17) es adecuado a partir de 5 años de edad para cualquier longitud del intervalo; sin embargo, esa ecuación matricial no es apropiada antes de 5 años de edad, pues —como es bien sabido— el riesgo de fallecer es significativamente mayor en el primer año de vida que en los siguientes cuatro. Así, no es factible el supuesto de que la tasa de mortalidad global del grupo 0–4 años sea constante en las cinco edades individuales contenidas. Con el fin de respetar el comportamiento particular de la mortalidad en la primera infancia, descompondremos el intervalo en el primer año de vida y 1–4 años. Como estamos trabajando con lustros en el tiempo, es pertinente agregar ambos intervalos etarios en uno quinquenal:[5]

[5] Incorporamos el número 1 en el subíndice izquierdo de ${}_1\mathbf{e}_0$ para diferenciar las esperanzas de vida parcial en el primer año de vida de la esperanza de vida total al nacimiento $\mathbf{e}_0$.

Cuadro 5.4. México: Tasas de mortalidad por condición de actividad, edad y sexo, 2010-2030

Grupo de edad	Factor	Total				Activos				Inactivos			
		2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	$_n\rho_x$												
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
						Hombres							
0	1.000000	0.015088	0.012558	0.010373	0.008505	0.015088	0.012558	0.010373	0.008505	0.015088	0.012558	0.010373	0.008505
1-4	1.000000	0.002321	0.001776	0.001341	0.001003	0.002321	0.001776	0.001341	0.001003	0.002321	0.001776	0.001341	0.001003
5-9	1.000000	0.000284	0.000235	0.000193	0.000157	0.000284	0.000235	0.000193	0.000157	0.000284	0.000235	0.000193	0.000157
10-11	1.000000	0.000338	0.000296	0.000256	0.000221	0.000338	0.000296	0.000256	0.000221	0.000338	0.000296	0.000256	0.000221
12-14	0.655392	0.000502	0.000455	0.000414	0.000374	0.000341	0.000308	0.000275	0.000247	0.000520	0.000470	0.000420	0.000377
15-19	1.098056	0.001054	0.001001	0.000949	0.000896	0.001108	0.001060	0.001021	0.000973	0.001009	0.000965	0.000930	0.000886
20-24	0.733384	0.001855	0.001795	0.001721	0.001644	0.001735	0.001697	0.001623	0.001551	0.002366	0.002313	0.002214	0.002115
25-29	0.316433	0.002345	0.002254	0.002157	0.002046	0.002121	0.002063	0.001978	0.001879	0.006704	0.006520	0.006251	0.005937
30-34	0.185684	0.002642	0.002510	0.002380	0.002244	0.002380	0.002274	0.002156	0.002034	0.012820	0.012247	0.011614	0.010951
35-39	0.161522	0.003083	0.002906	0.002732	0.002559	0.002768	0.002602	0.002446	0.002291	0.017137	0.016110	0.015143	0.014184
40-44	0.177387	0.003917	0.003692	0.003466	0.003243	0.003504	0.003285	0.003083	0.002884	0.019753	0.018517	0.017382	0.016260
45-49	0.196931	0.005370	0.005067	0.004787	0.004501	0.004753	0.004320	0.004081	0.003837	0.024134	0.021939	0.020724	0.019486
50-54	0.323402	0.007696	0.007302	0.006921	0.006571	0.006827	0.006289	0.005961	0.005658	0.021110	0.019448	0.018431	0.017496
55-59	0.487687	0.011263	0.010766	0.010271	0.009787	0.010100	0.009227	0.008802	0.008386	0.020711	0.018920	0.018048	0.017196
60-64	0.782963	0.016660	0.016012	0.015382	0.014748	0.015600	0.014886	0.014299	0.013710	0.019925	0.019012	0.018263	0.017510
65-69	1.006466	0.024742	0.023900	0.023071	0.022271	0.024798	0.023958	0.023128	0.022326	0.024639	0.023804	0.022979	0.022182
70-74	1.097046	0.036725	0.035679	0.034605	0.033566	0.038263	0.037265	0.036144	0.035059	0.034878	0.033968	0.032946	0.031957
75-79	1.262840	0.054245	0.053073	0.051773	0.050474	0.061266	0.060477	0.058995	0.057515	0.048515	0.047889	0.046716	0.045544
80-84	1.684281	0.079807	0.078403	0.077015	0.075551	0.109560	0.108915	0.106987	0.104950	0.065049	0.064666	0.063521	0.062311
85-89	2.161465	0.117487	0.115964	0.114286	0.112898	0.195232	0.237672	0.233959	0.231138	0.090324	0.109959	0.108241	0.106936
90-94	1.000000	0.175936	0.174459	0.172463	0.170792	0.175936	0.174459	0.172463	0.170792	0.175936	0.174459	0.172463	0.170792
95-99	1.000000	0.268844	0.267105	0.264925	0.263089	0.268844	0.267105	0.264925	0.263089	0.268844	0.267105	0.264925	0.263089
100-104	1.000000	0.416171	0.416310	0.413053	0.411995	0.416171	0.416310	0.413053	0.411995	0.416171	0.416310	0.413053	0.411995
105-109	1.000000	0.647609	0.665706	0.669935	0.667622	0.647609	0.665706	0.669935	0.667622	0.647609	0.665706	0.669935	0.667622

Cuadro 5.4

(Concluye)

Grupo de edad	Factor	Total				Activas				Inactivas			
		2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	$_5\rho_x$												
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
						Mujeres							
0	1.000000	0.011933	0.009902	0.008155	0.006665	0.011933	0.009902	0.008155	0.006665	0.011933	0.009902	0.008155	0.006665
1-4	1.000000	0.001939	0.001460	0.001083	0.000797	0.001939	0.001460	0.001083	0.000797	0.001939	0.001460	0.001083	0.000797
5-9	1.000000	0.000232	0.000193	0.000158	0.000128	0.000232	0.000193	0.000158	0.000128	0.000232	0.000193	0.000158	0.000128
10-11	1.000000	0.000233	0.000202	0.000176	0.000150	0.000233	0.000202	0.000176	0.000150	0.000233	0.000202	0.000176	0.000150
12-14	0.391517	0.000306	0.000276	0.000247	0.000219	0.000123	0.000110	0.000097	0.000086	0.000313	0.000281	0.000249	0.000220
15-19	0.468903	0.000479	0.000437	0.000398	0.000361	0.000251	0.000223	0.000194	0.000173	0.000535	0.000476	0.000414	0.000368
20-24	0.450165	0.000583	0.000526	0.000468	0.000415	0.000344	0.000317	0.000285	0.000256	0.000764	0.000703	0.000632	0.000569
25-29	0.398355	0.000639	0.000560	0.000490	0.000423	0.000369	0.000325	0.000285	0.000247	0.000927	0.000816	0.000716	0.000620
30-34	0.348897	0.000810	0.000711	0.000619	0.000538	0.000428	0.000381	0.000332	0.000288	0.001226	0.001092	0.000952	0.000826
35-39	0.301043	0.001174	0.001046	0.000926	0.000814	0.000566	0.000511	0.000452	0.000398	0.001881	0.001697	0.001503	0.001321
40-44	0.254043	0.001796	0.001634	0.001477	0.001326	0.000767	0.000697	0.000630	0.000566	0.003021	0.002744	0.002481	0.002227
45-49	0.249418	0.002809	0.002587	0.002385	0.002186	0.001143	0.001036	0.000955	0.000875	0.004584	0.004153	0.003828	0.003508
50-54	0.240541	0.004412	0.004116	0.003830	0.003569	0.001614	0.001476	0.001374	0.001280	0.006710	0.006137	0.005711	0.005321
55-59	0.234403	0.006934	0.006537	0.006147	0.005765	0.002266	0.002083	0.001958	0.001836	0.009669	0.008885	0.008354	0.007834
60-64	0.227474	0.010919	0.010353	0.009818	0.009288	0.003144	0.002947	0.002795	0.002643	0.013821	0.012955	0.012285	0.011620
65-69	0.206992	0.017191	0.016387	0.015620	0.014890	0.004259	0.003996	0.003809	0.003630	0.020577	0.019305	0.018400	0.017538
70-74	0.225621	0.026986	0.025895	0.024811	0.023765	0.006846	0.006526	0.006253	0.005988	0.030342	0.028925	0.027713	0.026542
75-79	0.259718	0.042125	0.040716	0.039287	0.037833	0.011868	0.011383	0.010982	0.010575	0.045697	0.043827	0.042286	0.040719
80-84	0.346393	0.065380	0.063556	0.061781	0.059898	0.023743	0.023015	0.022371	0.021689	0.068543	0.066441	0.064584	0.062613
85-89	0.444531	0.101247	0.099114	0.096928	0.094659	0.046286	0.044229	0.043252	0.042238	0.104122	0.099495	0.097297	0.095018
90-94	1.000000	0.158797	0.156255	0.154037	0.151298	0.158797	0.156255	0.154037	0.151298	0.158797	0.156255	0.154037	0.151298
95-99	1.000000	0.252380	0.248796	0.246637	0.244069	0.252380	0.248796	0.246637	0.244069	0.252380	0.248796	0.246637	0.244069
100-104	1.000000	0.402260	0.400196	0.396966	0.394800	0.402260	0.400196	0.396966	0.394800	0.402260	0.400196	0.396966	0.394800
105-109	1.000000	0.639972	0.652174	0.654360	0.644833	0.639972	0.652174	0.654360	0.644833	0.639972	0.652174	0.654360	0.644833

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.12 y B.4 a B.7.

Cuadro 5.5. México: Tasas de migración neta internacional por edad y sexo, 2010-2030

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0	0.004331	0.002780	0.001228	-0.000324	0.005590	0.003636	0.001682	-0.000273
1-4	0.002288	0.001217	0.000147	-0.000923	0.003084	0.001761	0.000437	-0.000887
0-4	0.002700	0.001532	0.000365	-0.000802	0.003589	0.002138	0.000687	-0.000763
5-9	0.000170	-0.000362	-0.000894	-0.001426	0.000546	-0.000106	-0.000758	-0.001411
10-11	-0.000255	-0.000648	-0.001042	-0.001435	0.000145	-0.000328	-0.000802	-0.001276
12-14	-0.000342	-0.000877	-0.001412	-0.001946	0.000096	-0.000416	-0.000928	-0.001441
10-14	-0.000307	-0.000784	-0.001261	-0.001738	0.000116	-0.000381	-0.000877	-0.001374
15-19	-0.001141	-0.003001	-0.004861	-0.006721	-0.000485	-0.001586	-0.002687	-0.003788
20-24	0.000442	-0.002178	-0.004798	-0.007419	-0.000243	-0.001755	-0.003267	-0.004780
25-29	0.002292	0.000036	-0.002220	-0.004477	0.000464	-0.000799	-0.002062	-0.003325
30-34	0.002649	0.000925	-0.000799	-0.002523	0.000611	-0.000324	-0.001259	-0.002193
35-39	0.002355	0.001056	-0.000244	-0.001544	0.000435	-0.000251	-0.000936	-0.001622
40-44	0.001847	0.000889	-0.000069	-0.001026	0.000241	-0.000255	-0.000751	-0.001247
45-49	0.001403	0.000738	0.000072	-0.000593	0.000190	-0.000175	-0.000539	-0.000903
50-54	0.001085	0.000637	0.000188	-0.000260	0.000177	-0.000122	-0.000422	-0.000722
55-59	0.000847	0.000530	0.000213	-0.000103	0.000166	-0.000089	-0.000344	-0.000600
60-64	0.000703	0.000475	0.000246	0.000017	0.000106	-0.000097	-0.000301	-0.000504
65-69	0.000482	0.000341	0.000200	0.000059	-0.000117	-0.000274	-0.000431	-0.000589
70-74	0.000162	0.000082	0.000001	-0.000079	-0.000212	-0.000307	-0.000402	-0.000497
75-79	-0.000010	-0.000053	-0.000095	-0.000138	-0.000156	-0.000198	-0.000240	-0.000282
80-84	-0.000132	-0.000135	-0.000138	-0.000142	-0.000214	-0.000238	-0.000261	-0.000284
85-89	-0.000240	-0.000203	-0.000167	-0.000131	-0.000249	-0.000238	-0.000226	-0.000214
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
105-109	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: Elaborado con base en las proyecciones de Partida (2012).

$$ {}_5\mathbf{P}_0 = {}_4\mathbf{P}_1\,\mathbf{P}_0 \qquad \text{y} \qquad {}_5\mathbf{e}_0 = {}_1\mathbf{e}_0 + {}_4\,\mathbf{e}_1\,\mathbf{P}_0 \tag{5.17} $$

Similar es el intervalo 10–14 años, pues en el primer bienio no hay activos y en el trienio siguiente sí, con lo cual al agregarlos se tienen los cocientes y esperanzas de vida parcial para el intervalo quinquenal:

$$ {}_5\mathbf{P}_{10} = {}_3\mathbf{P}_{12}\,{}_2\mathbf{P}_{10} \qquad \text{y} \qquad {}_5\mathbf{e}_{10} = {}_2\mathbf{e}_{10} + {}_3\,\mathbf{e}_{12}\;{}_2\mathbf{P}_{10} \tag{5.17'} $$

Los restantes intervalos de edad son todos quinquenales, de tal suerte que con los agrupamientos (5.17) y (5.17') es posible valorar (5.11) y (5.12) para todo el rango etario.[6]

La Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos vigente establece, en su artículo 3°, la obligación del gobierno de ofrecer, de manera gratuita, la educación preescolar, primaria, secundaria y media superior a toda la población.[7] Así, la política educativa del país debe ser la universalidad, en el menor plazo posible, de los servicios educativos para cumplir con el mandato constitucional.

Si la participación en la actividad impide la asistencia escolar, se debería desalentar el ingreso a la actividad de adolescentes y jóvenes de 12–19 años y fomentar el retiro; de esa manera se pudiera alcanzar la cobertura universal de los servicios educativos. Con base en este razonamiento, y solo con fines ilustrativos, supondremos, para ambos sexos, que las tasas de ingreso de 12–14 y 15–19 años, estimadas para 2005–2010, se reducirían sucesivamente en 55% en cada lustro sucesivo, y las de 20–24 años se acrecentarían en 10% para compensar la disminución de los dos intervalos etarios previos. Y además, que las tasas de retiro de 12–14 aumentarían de manera progresiva en 5% en cada quinquenio posterior. Las demás tasas de ingreso y retiro permanecerían constantes. La simulación se reproduce en el cuadro 5.6.

Tomemos los grupos de edad 20–24 y 25–29 femeninos de México en 2010. Con base en los datos de los cuadros 5.6 y 5.12 tenemos que para 20–24 años durante 2010–2015:

$$ {}_5M^i_{20}(2010\,2015) = \frac{{}_5M_{20}(2010\,2015)}{{}_5A_{20}(2010)\,{}_5\rho_{20} + {}_5I_{20}(2010)} = \frac{0.000583}{0.430574 \times 0.450165 + 0.569426} = 0.000764 $$

$$ {}_5M^a_{20}(2010\,2015) = {}_5\rho_{20}(2010)\,{}_5M^i_{20}(2010\,2015) = 0.450165 \times 0.000764 = 0.000344 $$

valores que se pueden cotejar en las columnas 6 y 10 del segundo panel del cuadro 5.4. Con esas tasas, las de migración internacional del cuadro 5.5 y las de movilidad del cuadro 5.6, de acuerdo con (5.13) se pueden estructurar las matrices de tasas:

[6] En las proyecciones de población recientes para México, ha sido costumbre suponer que nadie llega con vida a los 110 años; esa es la razón por la que el último intervalo de edades en los cuadros es 105–109 años.

[7] Al agregado de secundaria y media superior, en la jerga educativa internacional, se le conoce como ciclo secundario para distinguirlo del terciario, que corresponde a estudios de licenciatura y posgrado.

Cuadro 5.6. México: Tasas de retiro e ingreso de la actividad por edad y sexo, 2005-2030

Grupo de edad	Ingreso					Retiro				
	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
					Hombres					
0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1-4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5-9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10-11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12-14	1.520737	1.596774	1.676613	1.760443	1.848465	0.454696	0.204613	0.092076	0.041434	0.018645
15-19	0.631691	0.631691	0.631691	0.631691	0.631691	1.089078	0.490085	0.220538	0.099242	0.044659
20-24	0.195488	0.195488	0.195488	0.195488	0.195488	1.447651	1.592416	1.751658	1.926823	2.119506
25-29	0.079813	0.079813	0.079813	0.079813	0.079813	2.125951	2.125951	2.125951	2.125951	2.125951
30-34	0.053132	0.053132	0.053132	0.053132	0.053132	2.300272	2.300272	2.300272	2.300272	2.300272
35-39	0.053494	0.053494	0.053494	0.053494	0.053494	2.310275	2.310275	2.310275	2.310275	2.310275
40-44	0.062075	0.062075	0.062075	0.062075	0.062075	2.206154	2.206154	2.206154	2.206154	2.206154
45-49	0.095882	0.095882	0.095882	0.095882	0.095882	2.070143	2.070143	2.070143	2.070143	2.070143
50-54	0.151825	0.151825	0.151825	0.151825	0.151825	1.709158	1.709158	1.709158	1.709158	1.709158
55-59	0.275503	0.275503	0.275503	0.275503	0.275503	1.335699	1.335699	1.335699	1.335699	1.335699
60-64	0.439696	0.439696	0.439696	0.439696	0.439696	1.077441	1.077441	1.077441	1.077441	1.077441
65-69	0.596463	0.596463	0.596463	0.596463	0.596463	0.916403	0.916403	0.916403	0.916403	0.916403
70-74	0.792398	0.792398	0.792398	0.792398	0.792398	0.811263	0.811263	0.811263	0.811263	0.811263
75-79	0.948040	0.948040	0.948040	0.948040	0.948040	0.628178	0.628178	0.628178	0.628178	0.628178
80-84	1.241155	1.241155	1.241155	1.241155	1.241155	0.539256	0.539256	0.539256	0.539256	0.539256
85-89	1.406622	1.406622	1.406622	1.406622	1.406622	0.412226	0.412226	0.412226	0.412226	0.412226
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
105-109	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Cuadro 5.6
(Concluye)

Grupo de edad	Ingreso					Retiro				
	2005-2010 (1)	2010-2015 (2)	2015-2020 (3)	2020-2025 (4)	2025-2030 (5)	2005-2010 (6)	2010-2015 (7)	2015-2020 (8)	2020-2025 (9)	2025-2030 (10)
					Mujeres					
0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1-4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5-9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10-11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12-14	2.189135	2.298591	2.413521	2.534197	2.660907	0.200501	0.090226	0.040602	0.018271	0.008222
15-19	1.324225	1.324225	1.324225	1.324225	1.324225	0.604803	0.272161	0.122473	0.055113	0.024801
20-24	0.866470	0.866470	0.866470	0.866470	0.866470	0.781188	0.859307	0.945238	1.039761	1.143737
25-29	0.670173	0.670173	0.670173	0.670173	0.670173	0.740031	0.740031	0.740031	0.740031	0.740031
30-34	0.652858	0.652858	0.652858	0.652858	0.652858	0.760857	0.760857	0.760857	0.760857	0.760857
35-39	0.643261	0.643261	0.643261	0.643261	0.643261	0.786872	0.786872	0.786872	0.786872	0.786872
40-44	0.648887	0.648887	0.648887	0.648887	0.648887	0.763100	0.763100	0.763100	0.763100	0.763100
45-49	0.716664	0.716664	0.716664	0.716664	0.716664	0.703812	0.703812	0.703812	0.703812	0.703812
50-54	0.813231	0.813231	0.813231	0.813231	0.813231	0.594557	0.594557	0.594557	0.594557	0.594557
55-59	0.970281	0.970281	0.970281	0.970281	0.970281	0.480742	0.480742	0.480742	0.480742	0.480742
60-64	1.167333	1.167333	1.167333	1.167333	1.167333	0.384415	0.384415	0.384415	0.384415	0.384415
65-69	1.329602	1.329602	1.329602	1.329602	1.329602	0.292944	0.292944	0.292944	0.292944	0.292944
70-74	1.555173	1.555173	1.555173	1.555173	1.555173	0.227201	0.227201	0.227201	0.227201	0.227201
75-79	1.701950	1.701950	1.701950	1.701950	1.701950	0.168234	0.168234	0.168234	0.168234	0.168234
80-84	1.721163	1.721163	1.721163	1.721163	1.721163	0.112594	0.112594	0.112594	0.112594	0.112594
85-89	2.287888	2.287888	2.287888	2.287888	2.287888	0.078842	0.078842	0.078842	0.078842	0.078842
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
105-109	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 4.35.

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathbf{M}_{20} &= \begin{pmatrix} {}_5M_{20}^{a\delta} - {}_5\eta_{20}^{a} + {}_5M_{20}^{ai} & -{}_5M_{20}^{ia} \\ -{}_5M_{20}^{ai} & {}_5M_{20}^{i\delta} - {}_5\eta_{20}^{i} + {}_5M_{20}^{ia} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.000344 + 0.000243 + 0.866470 & -0.859307 \\ -0.866470 & 0.000764 + 0.000243 + 0.859307 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.867057 & -0.859307 \\ -0.866470 & 0.860314 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

y

$$
{}_5\mathbf{M}_{25} = \begin{pmatrix} 0.670078 & -0.740031 \\ -0.670173 & 0.740494 \end{pmatrix}
$$

Los cocientes de supervivencia para 20–24 años, de acuerdo con (3.17), son:

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathbf{P}_{20} &= \exp\{-5\,{}_5\mathbf{M}_{20}\} = \exp\left\{-5\begin{pmatrix} 0.867057 & -0.859307 \\ -0.866470 & 0.860314 \end{pmatrix}\right\} \\
&= \begin{pmatrix} 0.496152 & 0.495853 \\ 0.499986 & 0.500043 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

y para 25–29:

$$
{}_5\mathbf{P}_{25} = \exp\left\{-5\begin{pmatrix} 0.670078 & -0.740031 \\ -0.670173 & 0.740494 \end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix} 0.524930 & 0.523857 \\ 0.474406 & 0.475084 \end{pmatrix}
$$

valores que se pueden ver en las primeras cuatro columnas del cuadro 5.7.

Las esperanzas de vida parcial para 20–24 años son por (3.28):

Cuadro 5.7. México: Probabilidades de transición y esperanzas de vida parcial por edad y sexo, 2010-2015

Grupo de edad	Probabilidades de transición				Esperanzas de vida parcial			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activo (5)	Inactivo (6)	Activo (7)	Inactivo (8)
				Hombres				
0	0.989301	0.000000	0.000000	0.989301	0.994641	0.000000	0.000000	0.994641
1-4	0.999866	0.000000	0.000000	0.999866	3.999733	0.000000	0.000000	3.999733
0-4	0.989168	0.000000	0.000000	0.989168	4.951579	0.000000	0.000000	4.951579
5-9	0.999431	0.000000	0.000000	0.999431	4.998577	0.000000	0.000000	4.998577
10-11	0.998814	0.000000	0.000000	0.998814	1.998814	0.000000	0.000000	1.998814
12-14	0.117298	0.880267	0.112799	0.884667	0.830051	2.166379	0.277603	2.718583
10-14	0.117159	0.879223	0.112665	0.883618	2.827881	2.163810	0.277274	4.714174
15-19	0.434118	0.554930	0.430531	0.558604	2.671495	2.300995	1.785182	3.187668
20-24	0.884699	0.108553	0.884257	0.108645	4.499564	0.483622	3.939512	1.042113
25-29	0.963986	0.036115	0.961972	0.036056	4.836173	0.164233	4.374605	0.616372
30-34	0.977785	0.022485	0.973459	0.022393	4.897976	0.102904	4.455086	0.525576
35-39	0.974045	0.022418	0.968152	0.022289	4.888599	0.102834	4.441120	0.522691
40-44	0.962853	0.026899	0.955992	0.026718	4.851421	0.123312	4.382521	0.559934
45-49	0.936603	0.042994	0.928276	0.042631	4.752427	0.197182	4.257269	0.652482
50-54	0.888385	0.078307	0.881533	0.077793	4.562178	0.355282	3.999549	0.884487
55-59	0.786219	0.161045	0.780782	0.160280	4.145334	0.723690	3.508606	1.332547
60-64	0.656310	0.266884	0.653980	0.266589	3.604908	1.201990	2.945388	1.849689
65-69	0.536699	0.349061	0.536296	0.349557	3.108438	1.600117	2.458413	2.250569
70-74	0.420905	0.411717	0.421519	0.412862	2.609457	1.957509	2.004113	2.571215
75-79	0.302083	0.459167	0.304247	0.463179	2.101810	2.266037	1.501492	2.896834
80-84	0.197662	0.466200	0.202554	0.478027	1.586687	2.486818	1.080471	3.082219
85-89	0.000000	0.591394	0.000000	0.635833	0.624183	3.164571	0.000000	4.021107
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.414916	5.683890	0.000000	0.000000	3.325553
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.260743	3.719626	0.000000	0.000000	2.749761
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.124823	2.402857	0.000000	0.000000	2.102925
105-109	0.000000	0.000000	0.000000	0.039241	1.544143	0.000000	0.000000	1.483550

Cuadro 5.7
(Concluye)

Grupo de edad	Probabilidades de transición				Esperanzas de vida parcial			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)
				Mujeres				
0	0.993677	0.000000	0.000000	0.993677	0.996835	0.000000	0.000000	0.996835
1-4	1.004591	0.000000	0.000000	1.004591	4.009175	0.000000	0.000000	4.009175
0-4	0.998239	0.000000	0.000000	0.998239	4.980660	0.000000	0.000000	4.980660
5-9	1.001571	0.000000	0.000000	1.001571	5.003927	0.000000	0.000000	5.003927
10-11	0.999825	0.000000	0.000000	0.999825	1.999825	0.000000	0.000000	1.999825
12-14	0.038495	0.960953	0.037720	0.961648	0.515779	2.483476	0.097483	2.901566
10-14	0.038488	0.960785	0.037713	0.961480	2.515513	2.483041	0.097466	4.900883
15-19	0.169992	0.825308	0.169621	0.825501	1.369769	3.618746	0.743743	4.243996
20-24	0.496152	0.499986	0.495853	0.500043	2.775940	2.214634	2.196326	2.793174
25-29	0.524930	0.474406	0.523857	0.475084	2.960228	2.038448	2.250934	2.746046
30-34	0.538373	0.460964	0.537220	0.461555	3.017272	1.981539	2.309336	2.687053
35-39	0.549030	0.447777	0.547745	0.448146	3.062113	1.930643	2.361669	2.627141
40-44	0.537420	0.455533	0.535713	0.455658	3.019880	1.963794	2.309447	2.667408
45-49	0.490466	0.497388	0.488469	0.496997	2.820202	2.151557	2.112975	2.848454
50-54	0.415419	0.564981	0.413060	0.563800	2.505166	2.449385	1.790755	3.148448
55-59	0.322498	0.646196	0.320169	0.643596	2.096394	2.831025	1.402679	3.503142
60-64	0.237158	0.713965	0.235116	0.709476	1.698737	3.187464	1.049666	3.807380
65-69	0.168221	0.754550	0.166246	0.747265	1.379042	3.440355	0.757996	4.019179
70-74	0.113787	0.767745	0.112163	0.757770	1.094398	3.624501	0.529516	4.134623
75-79	0.075159	0.745824	0.073723	0.732436	0.899643	3.668253	0.362598	4.132387
80-84	0.046332	0.689620	0.045113	0.672889	0.776785	3.569599	0.233514	4.019956
85-89	0.000000	0.608798	0.000000	0.593416	0.428371	3.557165	0.000000	3.895531
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.452039	6.297334	0.000000	0.000000	3.450693
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.283116	3.962281	0.000000	0.000000	2.840497
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.133814	2.485953	0.000000	0.000000	2.153296
105-109	0.000000	0.000000	0.000000	0.040768	1.562569	0.000000	0.000000	1.498866

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.4 a 5.6 y B.4.

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathbf{e}_{20} &= \left[{}_5\mathbf{M}_{20}\right]^{-1}\left[\mathbf{I} - {}_5\mathbf{P}_{20}\right] \\
&= \left[\begin{pmatrix} 0.867057 & -0.859307 \\ -0.866470 & 0.860314 \end{pmatrix}\right]^{-1} \begin{pmatrix} 1-0.496152 & -0.495853 \\ -0.499986 & 1-0.500043 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 624.1890 & 623.4579 \\ 628.6549 & 629.0810 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.503848 & -0.495853 \\ -0.499986 & 0.499957 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 2.775940 & 2.196326 \\ 2.214634 & 2.793174 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

y para 25–29 años:

$$
{}_5\mathbf{e}_{25} = \left[{}_5\mathbf{M}_{25}\right]^{-1}\left[\mathbf{I} - {}_5\mathbf{P}_{25}\right] = \begin{pmatrix} 2.960228 & 2.250934 \\ 2.038448 & 2.746046 \end{pmatrix}
$$

que se muestran en las últimas cuatro columnas del cuadro 5.7.

Una vez obtenidos los cocientes entre edades exactas y las esperanzas de vida parcial, podemos calcular los cocientes perspectivos mediante (5.11):

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathbf{S}_{20}(2010\,2015) &= {}_5\mathbf{e}_{25}\ {}_5\mathbf{P}_{20}\ {}_5\mathbf{e}_{20}^{-1} \\
&= \begin{pmatrix} 2.960228 & 2.250934 \\ 2.038448 & 2.746046 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.496152 & 0.495853 \\ 0.499986 & 0.500043 \end{pmatrix} \\
&\quad \begin{pmatrix} 0.966622 & -0.760074 \\ -0.766409 & 0.960658 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.519965 & 0.519620 \\ 0.477729 & 0.477830 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

que se pueden verificar en el cuadro 5.8.

Ya que hemos obtenido los cocientes perspectivos, la proyección de la población es directa. Las mujeres activas de 25–29 años de edad en 2015 serían, de acuerdo con la primera ecuación de (5.4):

Cuadro 5.8. México: Cocientes perspectivos por cohorte y sexo, 2010-2015

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)
Nacimiento	0.990316	0.000000	0.000000	0.990316	0.996132	0.000000	0.000000	0.996132
0-4	0.998557	0.000000	0.000000	0.998557	1.002902	0.000000	0.000000	1.002902
5-9	0.565415	0.432639	0.055439	0.942567	0.503498	0.496998	0.019508	0.980946
10-14	0.377831	0.614824	0.376236	0.616322	0.153609	0.843547	0.153397	0.843680
15-19	0.833506	0.157459	0.831288	0.159756	0.458246	0.537415	0.457849	0.537634
20-24	0.953938	0.042576	0.953494	0.042666	0.519965	0.477729	0.519620	0.477830
25-29	0.976483	0.023635	0.974443	0.023601	0.536464	0.462830	0.535389	0.463510
30-34	0.975888	0.022458	0.971571	0.022367	0.548027	0.449960	0.546877	0.450545
35-39	0.966526	0.026581	0.960678	0.026428	0.539703	0.455033	0.538416	0.455404
40-44	0.943012	0.041699	0.936292	0.041414	0.497903	0.492356	0.496262	0.492414
45-49	0.898351	0.074938	0.890360	0.074294	0.427090	0.556842	0.425237	0.556311
50-54	0.805216	0.152038	0.798985	0.150975	0.336740	0.637572	0.334688	0.636098
55-59	0.680224	0.255472	0.675469	0.254108	0.249940	0.709638	0.248023	0.706664
60-64	0.561418	0.343554	0.559364	0.343043	0.178750	0.757398	0.177126	0.752585
65-69	0.446137	0.413575	0.445756	0.414052	0.122166	0.779252	0.120678	0.771687
70-74	0.328889	0.469452	0.329312	0.470726	0.081604	0.768452	0.080409	0.758457
75-79	0.222509	0.493788	0.224073	0.498064	0.051723	0.725552	0.050708	0.712527
80-84	0.029890	0.604392	0.030542	0.619738	0.004719	0.669355	0.004533	0.653099
85-89	0.000000	0.484833	0.000000	0.525849	0.000000	0.539113	0.000000	0.525653
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.343077	0.000000	0.000000	0.000000	0.372104
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.199407	0.000000	0.000000	0.000000	0.214622
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.088059	0.000000	0.000000	0.000000	0.093146

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 5.7.

$$
\begin{aligned}
{}_5PEA_{25}(2015) &= {}_5PEA_{20}(2010)\,{}_5S^{aa}_{20}(2010\,2015) + {}_5PEI_{20}(2010)\,{}_5S^{ia}_{20}(2010\,2015) \\
&= 2\,208\,608 \times 0.519965 + 2\,920\,838 \times 0.519620 = 2\,666\,124
\end{aligned}
$$

y por la segunda ecuación en (5.4):

$$
\begin{aligned}
{}_5PEI_{25}(2015) &= {}_5PEA_{20}(2010)\,{}_5S^{ai}_{20}(2010\,2015) + {}_5PEI_{20}(2010)\,{}_5S^{ii}_{20}(2010\,2015) \\
&= 2\,208\,608 \times 0.477729 + 2\,920\,838 \times 0.477830 = 2\,450\,780
\end{aligned}
$$

cifras que se pueden cotejar en el panel inferior del cuadro 5.10.

En la estimación de los nacimientos ocurridos, requerimos de las tasas de fecundidad por condición de actividad y edad. Para ello, echamos mano de las tasas nacionales proyectadas por Virgilio Partida (2012), las cuales se reproducen en el panel superior del cuadro 5.9. Los valores de ${}_5\lambda_x$, necesarios para separar la fecundidad por condición de actividad, se estimaron con la información del censo de 2010, esto es, las tasas de fecundidad calculadas con el último nacido vivo de la mujer que tuvo lugar durante el año previo al recuento poblacional. Nuevamente supusimos que la función ${}_5\lambda_x$, desprendida del año anterior al censo de 2010 y que se presenta en la primera columna del cuadro 5.9, se mantendría constante a lo largo del horizonte de la proyección.

Para el intervalo etario 25–29 años en el lustro 2010–2015, con base en el panel superior del cuadro 5.9 y las proporciones de participación del cuadro 5.12, de acuerdo con (5.16) las tasas de fecundidad para las mujeres inactivas y activas son:

$$
{}_5F^{i}_{25}(2010\,2015) = \frac{{}_5F_{25}(2010\,2015)}{{}_5A^{f}_{25}(2010)\,{}_5\lambda_{25} + {}_5I^{f}_{25}(2010)} = \frac{0.119616}{0.516689 \times 0.439973 + 0.483311} = 0.168321
$$

$$
{}_5F^{a}_{25}(2010\,2015) = {}_5\lambda_{25}(2010)\,{}_5F^{i}_{25}(2010\,2015) = 0.439973 \times 0.168321 = 0.074057
$$

valores que se pueden ver en los paneles intermedio y final, respectivamente, del cuadro 5.9.

Los años-persona vividos en la actividad, necesarios para estimar los nacimientos ocurridos durante el quinquenio, se estimaron suponiendo una variación lineal de la población en el tiempo:

$$
\begin{aligned}
{}_5K^{a,f}_{25}(2010\,2015) &= \tfrac{5}{2}\left[{}_5PEA_{25}(2010) + {}_5PEA_{25}(2015)\right] \\
&= \tfrac{5}{2}\left[2\,448\,139 + 2\,666\,124\right] = 12\,785\,658
\end{aligned}
$$

en la inactividad:

$$
\begin{aligned}
{}_5K^{i,f}_{25}(2010\,2015) &= \tfrac{5}{2}\left[{}_5PEI_{25}(2010) + {}_5PEI_{25}(2015)\right] \\
&= \tfrac{5}{2}\left[2\,289\,993 + 2\,450\,780\right] = 11\,851\,933
\end{aligned}
$$

Cuadro 5.9. México: Tasas de fecundidad por condición de actividad y edad, 2010-2030

Edad de la madre	Factor	Periodo			
	${}_n\lambda_x$	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
		Total			
15-19	0.794341	0.074474	0.073497	0.072690	0.072653
20-24	0.453647	0.132612	0.131028	0.129629	0.129157
25-29	0.439973	0.119616	0.118127	0.117069	0.116748
30-34	0.539593	0.086383	0.085347	0.084506	0.084349
35-39	0.552141	0.042688	0.042232	0.041885	0.041782
40-44	0.527956	0.012195	0.012067	0.012014	0.012048
45-49	0.570368	0.001905	0.001883	0.001880	0.001902
TGF*		2.35	2.32	2.30	2.29
		Activas			
15-19		0.061682	0.060289	0.058648	0.058132
20-24		0.078665	0.079393	0.079320	0.080137
25-29		0.074057	0.073387	0.072924	0.072918
30-34		0.061293	0.061157	0.060554	0.060440
35-39		0.031037	0.030916	0.030661	0.030586
40-44		0.008660	0.008563	0.008524	0.008548
45-49		0.001396	0.001370	0.001368	0.001383
TGF*		1.58	1.58	1.56	1.56
		Inactivas			
15-19		0.077651	0.075899	0.073832	0.073183
20-24		0.173405	0.175011	0.174850	0.176651
25-29		0.168321	0.166798	0.165746	0.165733
30-34		0.113591	0.113339	0.112221	0.112011
35-39		0.056212	0.055992	0.055532	0.055395
40-44		0.016404	0.016218	0.016146	0.016191
45-49		0.002448	0.002401	0.002398	0.002425
TGF*		3.04	3.03	3.00	3.01

* Tasa global de fecundidad.

Fuente: Elaborado con base en Partida (2012) y el cuadro 5.12.

Cuadro 5.10. México: Población a mitad de año por condición de actividad, edad y sexo, 2010-2030

Grupo de edad	Total					Activos					Inactivos				
	2010	2015	2020	2025	2030	2010	2015	2020	2025	2030	2010	2015	2020	2025	2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
								Hombres							
0-4	5 732 243	5 915 251	6 111 078	6 163 901	6 166 938	0	0	0	0	0	5 732 243	5 915 251	6 111 078	6 163 901	6 166 938
5-9	5 762 383	5 723 973	5 892 728	6 071 476	6 105 802	0	0	0	0	0	5 762 383	5 723 973	5 892 728	6 071 476	6 105 802
10-11	2 245 984	2 300 356	2 279 972	2 341 962	2 407 560	0	0	0	0	0	2 245 984	2 300 356	2 279 972	2 341 962	2 407 560
12-14	3 368 976	3 450 534	3 419 957	3 512 943	3 611 341	350 585	319 461	144 448	65 775	29 575	3 018 391	3 131 073	3 275 509	3 447 168	3 581 766
15-19	5 482 640	5 573 205	5 675 860	5 593 641	5 713 142	2 497 598	2 113 108	1 195 782	590 079	284 932	2 985 042	3 460 097	4 480 078	5 003 562	5 428 210
20-24	4 899 612	5 433 339	5 462 786	5 503 212	5 364 939	3 971 703	4 563 191	4 556 251	4 594 527	4 513 063	927 909	870 148	906 535	908 685	851 876
25-29	4 364 740	4 882 201	5 349 984	5 316 121	5 293 039	4 151 970	4 673 513	5 125 506	5 096 938	5 078 396	212 770	208 688	224 478	219 183	214 643
30-34	4 100 120	4 364 814	4 836 175	5 249 966	5 168 179	3 997 526	4 261 661	4 721 843	5 125 806	5 045 907	102 594	103 153	114 332	124 160	122 272
35-39	3 925 310	4 092 889	4 327 599	4 762 435	5 134 915	3 839 294	4 000 816	4 230 213	4 655 229	5 019 287	86 016	92 073	97 386	107 206	115 628
40-44	3 453 957	3 897 737	4 045 613	4 257 793	4 663 856	3 366 209	3 793 410	3 937 285	4 143 742	4 538 883	87 748	104 327	108 328	114 051	124 973
45-49	2 900 864	3 400 536	3 829 049	3 963 226	4 159 471	2 808 408	3 256 533	3 666 784	3 795 211	3 983 068	92 456	144 003	162 265	168 015	176 403
50-54	2 397 821	2 822 580	3 308 571	3 721 268	3 847 057	2 251 905	2 605 255	3 053 684	3 434 496	3 550 505	145 916	217 325	254 887	286 772	296 552
55-59	1 903 064	2 294 259	2 706 207	3 173 024	3 569 405	1 694 527	1 929 854	2 276 134	2 668 640	3 001 877	208 537	364 405	430 073	504 384	567 528
60-64	1 473 305	1 779 414	2 151 193	2 541 130	2 983 726	1 112 281	1 293 519	1 563 639	1 846 983	2 168 572	361 024	485 895	587 554	694 147	815 154
65-69	1 130 567	1 332 374	1 614 039	1 956 555	2 317 338	733 930	826 399	1 001 043	1 213 435	1 437 143	396 637	505 975	612 996	743 120	880 195
70-74	852 885	972 001	1 149 983	1 398 902	1 702 575	465 319	504 237	596 540	725 649	883 155	387 566	467 764	553 443	673 253	819 420
75-79	589 415	681 550	779 744	927 670	1 134 664	264 850	280 668	321 103	382 028	467 281	324 565	400 882	458 641	545 642	667 383
80-84	366 519	424 092	491 894	566 442	678 430	121 528	131 658	152 710	175 885	210 698	244 991	292 434	339 184	390 557	467 732
85-89	200 921	236 396	261 040	305 189	353 959	52 023	11 115	12 551	14 649	16 970	148 898	225 281	248 489	290 540	336 989
90-94	87 824	103 520	117 757	131 212	154 525	0	0	0	0	0	87 824	103 520	117 757	131 212	154 525
95-99	28 397	30 130	35 787	41 118	46 201	0	0	0	0	0	28 397	30 130	35 787	41 118	46 201
100-104	5 233	5 663	6 039	7 260	8 403	0	0	0	0	0	5 233	5 663	6 039	7 260	8 403
105-109	366	461	487	522	631	0	0	0	0	0	366	461	487	522	631

Cuadro 5.10
(Concluye)

Grupo de edad	Total					Activas					Inactivas				
	2010	2015	2020	2025	2030	2010	2015	2020	2025	2030	2010	2015	2020	2025	2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
								Mujeres							
0-4	5 482 373	5 666 660	5 846 514	5 889 655	5 885 541	0	0	0	0	0	5 482 373	5 666 660	5 846 514	5 889 655	5 885 541
5-9	5 555 847	5 498 284	5 662 961	5 820 318	5 839 303	0	0	0	0	0	5 555 847	5 498 284	5 662 961	5 820 318	5 839 303
10-11	2 186 959	2 223 349	2 194 433	2 254 080	2 310 449	0	0	0	0	0	2 186 959	2 223 349	2 194 433	2 254 080	2 310 449
12-14	3 280 439	3 335 024	3 291 650	3 381 120	3 465 674	117 824	108 386	47 033	21 017	9 326	3 162 615	3 226 638	3 244 617	3 360 103	3 456 348
15-19	5 491 666	5 451 424	5 520 826	5 428 302	5 554 488	1 092 594	838 707	415 294	190 988	89 446	4 399 072	4 612 717	5 105 532	5 237 314	5 465 042
20-24	5 129 446	5 467 058	5 392 793	5 427 334	5 302 896	2 208 608	2 514 789	2 552 766	2 670 766	2 723 911	2 920 838	2 952 269	2 840 027	2 756 568	2 578 985
25-29	4 738 132	5 116 904	5 417 785	5 308 943	5 307 566	2 448 139	2 666 124	2 841 147	2 801 943	2 819 012	2 289 993	2 450 780	2 576 638	2 507 000	2 488 554
30-34	4 503 907	4 733 882	5 086 376	5 358 086	5 223 582	2 343 135	2 539 376	2 728 392	2 874 058	2 801 839	2 160 772	2 194 506	2 357 984	2 484 028	2 421 743
35-39	4 293 912	4 493 621	4 706 371	5 039 029	5 289 297	2 306 698	2 465 778	2 582 476	2 764 890	2 902 091	1 987 214	2 027 843	2 123 895	2 274 139	2 387 206
40-44	3 768 891	4 269 487	4 458 018	4 658 526	4 976 354	2 048 286	2 314 879	2 416 991	2 525 550	2 697 702	1 720 605	1 954 608	2 041 027	2 132 976	2 278 652
45-49	3 180 676	3 729 455	4 220 280	4 401 111	4 593 185	1 641 457	1 873 719	2 120 087	2 210 753	2 307 056	1 539 219	1 855 736	2 100 193	2 190 358	2 286 129
50-54	2 634 190	3 125 899	3 664 976	4 145 477	4 320 888	1 187 727	1 355 582	1 589 044	1 797 152	1 872 982	1 446 463	1 770 317	2 075 932	2 348 325	2 447 906
55-59	2 086 330	2 561 422	3 042 406	3 568 152	4 036 828	770 750	884 069	1 049 735	1 230 902	1 392 324	1 315 580	1 677 353	1 992 671	2 337 250	2 644 504
60-64	1 624 903	1 995 562	2 454 626	2 918 945	3 427 224	441 692	518 935	638 040	758 525	890 367	1 183 211	1 476 627	1 816 586	2 160 420	2 536 857
65-69	1 265 582	1 513 534	1 865 152	2 299 589	2 740 716	262 640	288 530	355 347	437 937	521 743	1 002 942	1 225 004	1 509 805	1 861 652	2 218 973
70-74	971 145	1 131 739	1 360 296	1 682 979	2 082 852	138 709	153 119	183 913	227 415	281 299	832 436	978 620	1 176 383	1 455 564	1 801 553
75-79	704 213	816 213	957 852	1 158 087	1 441 207	74 346	78 255	91 757	110 862	137 869	629 867	737 958	866 095	1 047 225	1 303 338
80-84	477 312	538 524	629 754	744 780	907 764	33 699	35 785	41 807	49 402	60 161	443 613	502 739	587 947	695 378	847 603
85-89	277 334	314 450	360 386	425 530	508 380	13 786	2 170	2 461	2 891	3 435	263 548	312 280	357 925	422 639	504 945
90-94	126 533	145 967	168 341	195 029	233 100	0	0	0	0	0	126 533	145 967	168 341	195 029	233 100
95-99	42 122	47 083	55 098	64 218	75 361	0	0	0	0	0	42 122	47 083	55 098	64 218	75 361
100-104	7 839	9 040	10 251	12 141	14 314	0	0	0	0	0	7 839	9 040	10 251	12 141	14 314
105-109	541	730	834	953	1 151	0	0	0	0	0	541	730	834	953	1 151

Fuente: Elaborado con base en la población media de 2010 de Somede (2011) y los cuadros 5.8 y 5.9.

y los nacimientos de las mujeres de 25–29 años:

$$ {}_5B_{25}^{a,f} = {}_5F_{25}^{a}\,{}_5K_{25}^{a,f} = 0.074057 \times 12\,785\,658 = 946\,864 $$

$$ {}_5B_{25}^{i,f} = {}_5F_{25}^{i}\,{}_5K_{25}^{i,f} = 0.168321 \times 11\,851\,933 = 1\,994\,930 $$

El tiempo vivido, las tasas y los nacimientos se reproducen en la primera y quinta columnas del cuadro 5.11. El total de nuevos mexicanos previsto para el lustro es $3\,98792 + 8\,262\,968 = 11\,661\,760$. Si suponemos un índice de masculinidad al nacer de 105 hombres por cada 100 mujeres, los nacimientos de cada sexo son:

$$ B^m(2010\,2015) = 0.5122 \times 11\,661\,760 = 5\,973\,097 $$

$$ B^f(2010\,2015) = 0.4878 \times 11\,661\,760 = 5\,688\,663 $$

En el tercer renglón del cuadro 5.7 tenemos las esperanzas de vida parcial para los primeros cinco años de vida, con los que podemos obtener los cocientes perspectivos del nacimiento al grupo 0–4 años al final del lustro,[8] es decir, por (5.12) para el sexo femenino:

$$ {}_5\mathbf{S}_b(2010\,2015) = \frac{1}{5}\,{}_5\mathbf{e}_0 = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4.980660 & 0.000000 \\ 0.000000 & 4.980660 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.996132 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.996132 \end{pmatrix} $$

y, entre las niñas que nacieron de 2010 a 2015, aquellas que se encontraban presentes al final del periodo, de acuerdo con (5.4'):

$$ {}_5PEI_0(2015) = B(2010\,2015)_5S_b^{ii}(2010\,2015) = 5\,688\,663 \times 0.996132 = 5\,666\,660 $$

cifra que aparece en las celdas correspondientes del panel inferior del cuadro 5.10.

La población económicamente activa de 12–14 años equivale a la PEA de 10–14 años, ya que no hay inserción en la actividad en 10–11 años. Para obtener los inactivos en ambos intervalos etarios, primero desagregamos la población total de 10–14 años en los subintervalos 10–11 y 12–14 años, bajo el supuesto de distribución uniforme con respecto a la edad, patrón que se cumple casi cabalmente en la proyección de población de Virgilio Partida (2012); es decir, en ambos sexos los adolescentes de 12–14 años son 60% del total de 10–14 años. Con base en la información de los cuadros 5.8 y 5.10, para las adolescentes de 10–14 años en 2015, por (5.4):

$$ \begin{aligned} {}_5PEA_{10}(2015) &= {}_5PEA_5(2010)\,{}_5S_5^{aa}(2010\,2015) + {}_5PEI_5(2010)\,{}_5S_5^{ia}(2010\,2015) \\ &= 0 \times 0.503498 + 5\,555\,847 \times 0.019508 = 108\,386 \end{aligned} $$

[8] El eventual lector podrá verificar que, con base en los dos primeros renglones de ambos paneles del cuadro 5.7, se cumple (5.17).

Cuadro 5.11. México: Estimación de los nacimientos por condición de actividad y edad de la madre, 2010-2030

Edad de la madre	Activas				Inactivas			
	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
				Años-persona vividos				
15-19	4 828 253	3 135 003	1 515 705	701 085	22 529 473	24 295 623	25 857 115	26 755 890
20-24	11 808 493	12 668 888	13 058 830	13 486 693	14 682 768	14 480 740	13 991 488	13 338 883
25-29	12 785 658	13 768 178	14 107 725	14 052 388	11 851 933	12 568 545	12 709 095	12 488 885
30-34	12 206 278	13 169 420	14 006 125	14 189 743	10 888 195	11 381 225	12 105 030	12 264 428
35-39	11 931 190	12 620 635	13 368 415	14 167 453	10 037 643	10 379 345	10 995 085	11 653 363
40-44	10 907 913	11 829 675	12 356 353	13 058 130	9 188 033	9 989 088	10 435 008	11 029 070
45-49	8 787 940	9 984 515	10 827 100	11 294 523	8 487 388	9 889 823	10 726 378	11 191 218
				Tasas de fecundidad				
15-19	0.061682	0.060289	0.058648	0.058132	0.077651	0.075899	0.073832	0.073183
20-24	0.078665	0.079393	0.079320	0.080137	0.173405	0.175011	0.174850	0.176651
25-29	0.074057	0.073387	0.072924	0.072918	0.168321	0.166798	0.165746	0.165733
30-34	0.061293	0.061157	0.060554	0.060440	0.113591	0.113339	0.112221	0.112011
35-39	0.031037	0.030916	0.030661	0.030586	0.056212	0.055992	0.055532	0.055395
40-44	0.008660	0.008563	0.008524	0.008548	0.016404	0.016218	0.016146	0.016191
45-49	0.001396	0.001370	0.001368	0.001383	0.002448	0.002401	0.002398	0.002425
				Nacimientos				
15-19	297 814	189 007	88 893	40 755	1 749 441	1 844 002	1 909 091	1 958 068
20-24	928 909	1 005 823	1 035 828	1 080 783	2 546 063	2 534 290	2 446 411	2 356 322
25-29	946 864	1 010 402	1 028 791	1 024 675	1 994 930	2 096 412	2 106 486	2 069 823
30-34	748 158	805 402	848 120	857 633	1 236 801	1 289 938	1 358 435	1 373 750
35-39	370 311	390 173	409 894	433 321	564 241	581 161	610 577	645 534
40-44	94 467	101 293	105 331	111 625	150 717	162 007	168 485	178 575
45-49	12 269	13 675	14 809	15 621	20 775	23 749	25 722	27 138
Total	3 398 792	3 515 775	3 531 666	3 564 413	8 262 968	8 531 559	8 625 207	8 609 210

Fuente: Elaborado con en los cuadros 5.9 y 5.10.

y

$$
\begin{aligned}
{}_5PEI_{10}(2015) &= {}_5PEA_5(2010)\,{}_5S_5^{ai}(2010\,2015) + {}_5PEI_5(2010)\,{}_5S_5^{ii}(2010\,2015) \\
&= 0 \times 0.496998 + 5\,555\,847 \times 0.980946 = 5\,449\,987
\end{aligned}
$$

y el total de 10–14 años en 2015 es $108\,386 + 5\,449\,987 = 5\,558\,373$. Las poblaciones totales de 10–11 y 12–14 años son:

$$
{}_2P_{10} = 0.4 \times 5\,558\,373 = 2\,223\,349 \qquad \text{y} \qquad {}_3P_{12} = 0.6 \times 5\,558\,373 = 3\,335\,024
$$

Toda la población de 10–11 años es inactiva y como ${}_3PEA_{12}(2015) = {}_5PEA_{10}(2015) = 108\,386$, entonces

$$
{}_3PEI_{12}(2015) = {}_3P_{12}(2015) - {}_3PEA_{12}(2015) = 3\,335\,024 - 108\,386 = 3\,226\,638
$$

Estos resultados se pueden identificar en el panel inferior del cuadro 5.10.

La tendencia temporal de las proporciones de participación por edad se presenta en el cuadro 5.12. En los hombres, salvo los descensos impuestos a los menores de 20 años, con respecto a los niveles de inserción en 2010, se aprecia un aumento en 20–24 años y disminuciones significativas a partir de 45 años, aunque las variaciones son mínimas de 2015 a 2030. En las mujeres, amén de las reducciones para 12–19 años de edad, se advierten acrecentamientos significativos en el rango 20–39 años y disminuciones de 40 a 89 años; pero, igual que los hombres, los niveles se estabilizan a partir de 2015 de 30 a 89 años de edad. La preservación de las proporciones de participación, en los últimos tres lustros de la proyección, se debe a haber mantenido constantes las tasas de ingreso y retiro.

5.2.1 Contribución de los componentes al cambio en la población

Cabe preguntarse por el aporte de la fecundidad, la mortalidad, la migración y la movilidad entre actividad e inactividad al cambio en el monto de las poblaciones económicamente activa e inactiva. El cálculo de esas contribuciones es similar a la manera como hemos venido construyendo los distintos algoritmos a lo largo de este trabajo: primero se valoran los años-persona vividos y, después, se les sobreponen las tasas respectivas. No obstante, a diferencia de los procedimientos previos, en que trabajamos con grupos de edad, aquí debemos establecer las correspondencias por cohorte, esto es, en vez de intervalos entre edades exactas, debemos usar intervalos entre edades cumplidas.

Retomemos nuestras matrices de cocientes perspectivos ${}_5\mathbf{S}_b$ y ${}_5\mathbf{S}_x$. Por semejanza con (3.17) podemos establecer:

Cuadro 5.12. México: Proporciones de participación por edad y sexo, 2010-2030

Grupo de edad	2010 (1)	2015 (2)	2020 (3)	2025 (4)	2030 (5)
			Hombres		
12-14	0.104063	0.092583	0.042237	0.018724	0.008189
15-19	0.455547	0.379155	0.210679	0.105491	0.049873
20-24	0.810616	0.839850	0.834053	0.834881	0.841214
25-29	0.951253	0.957255	0.958041	0.958770	0.959448
30-34	0.974978	0.976367	0.976359	0.976350	0.976341
35-39	0.978087	0.977504	0.977497	0.977489	0.977482
40-44	0.974595	0.973234	0.973223	0.973214	0.973204
45-49	0.968128	0.957653	0.957623	0.957607	0.957590
50-54	0.939146	0.923005	0.922962	0.922937	0.922915
55-59	0.890420	0.841167	0.841079	0.841040	0.841002
60-64	0.754956	0.726935	0.726871	0.726835	0.726800
65-69	0.649170	0.620246	0.620210	0.620190	0.620170
70-74	0.545582	0.518762	0.518738	0.518728	0.518717
75-79	0.449344	0.411808	0.411806	0.411815	0.411823
80-84	0.331574	0.310447	0.310453	0.310508	0.310567
85-89	0.258923	0.047019	0.048081	0.048000	0.047943
			Mujeres		
12-14	0.035917	0.032499	0.014289	0.006216	0.002691
15-19	0.198955	0.153851	0.075223	0.035184	0.016103
20-24	0.430574	0.459989	0.473366	0.492095	0.513665
25-29	0.516689	0.521042	0.524411	0.527778	0.531131
30-34	0.520245	0.536426	0.536412	0.536396	0.536383
35-39	0.537202	0.548729	0.548719	0.548695	0.548672
40-44	0.543472	0.542191	0.542167	0.542135	0.542104
45-49	0.516072	0.502411	0.502357	0.502317	0.502278
50-54	0.450889	0.433661	0.433576	0.433521	0.433472
55-59	0.369429	0.345148	0.345034	0.344969	0.344905
60-64	0.271827	0.260045	0.259934	0.259863	0.259792
65-69	0.207525	0.190633	0.190519	0.190441	0.190367
70-74	0.142830	0.135295	0.135201	0.135126	0.135055
75-79	0.105573	0.095876	0.095795	0.095729	0.095662
80-84	0.070602	0.066450	0.066386	0.066331	0.066274
85-89	0.049709	0.006901	0.006829	0.006794	0.006757

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 5.10.

$$ {}_5\mathbf{S}_x = \exp\left\{-5\,{}_5\mathbf{M}_x^c\right\} \tag{5.18} $$

donde el sobreíndice c indica que las tasas se refieren a la cohorte de edades exactas entre x y $x+5$ al inicio del lustro. Para quienes nacieron durante el quinquenio, como vivieron, en promedio, solo la mitad del periodo:

$$ {}_5\mathbf{S}_b = \exp\left\{-2.5\,{}_5\mathbf{M}_b^c\right\} \tag{5.18'} $$

La diferencia entre los enfoques de grupos de edad y cohortes se puede ver en los diagramas de Lexis de la gráfica 5.1. Si tomamos logaritmo natural en ambos lados de (5.18) y (5.18') y multiplicamos por el inverso del factor del tiempo, tenemos el equivalente a (3.19):

$$ {}_5\mathbf{M}_b^c = -\frac{1}{2.5}\ln\left\{{}_5\mathbf{S}_b\right\} \qquad \text{y} \qquad {}_5\mathbf{M}_x^c = -\frac{1}{5}\ln\left\{{}_5\mathbf{S}_x\right\} \tag{5.19} $$

Los años-persona vividos durante el lustro para cualquiera de las generaciones, por similitud con (3.26), son:

$$ {}_5\overline{K}_b^c = \left[{}_5\mathbf{M}_b^c\right]^{-1}\left[\boldsymbol{I} - {}_5\mathbf{S}_b\right]\overline{B}(t,t+5) \qquad \text{y} \qquad {}_5\overline{K}_x^c = \left[{}_5\mathbf{M}_x^c\right]^{-1}\left[\boldsymbol{I} - {}_5\mathbf{S}_x\right]\,{}_5\overline{P}_x(t) \tag{5.20} $$

donde los vectores de años-persona, nacimientos durante el quinquenio y población al inicio del lustro son:

$$ {}_5\overline{K}_x^c = \begin{pmatrix} {}_5K_x^{a,c} \\ {}_5K_x^{i,c} \end{pmatrix} \qquad \overline{B}(t,t+5) = \begin{pmatrix} 0 \\ B^i(t,t+5) \end{pmatrix} \qquad {}_5\overline{P}_x(t) = \begin{pmatrix} {}_5P_x^a(t) \\ {}_5K_x^i(t) \end{pmatrix} \tag{5.20'} $$

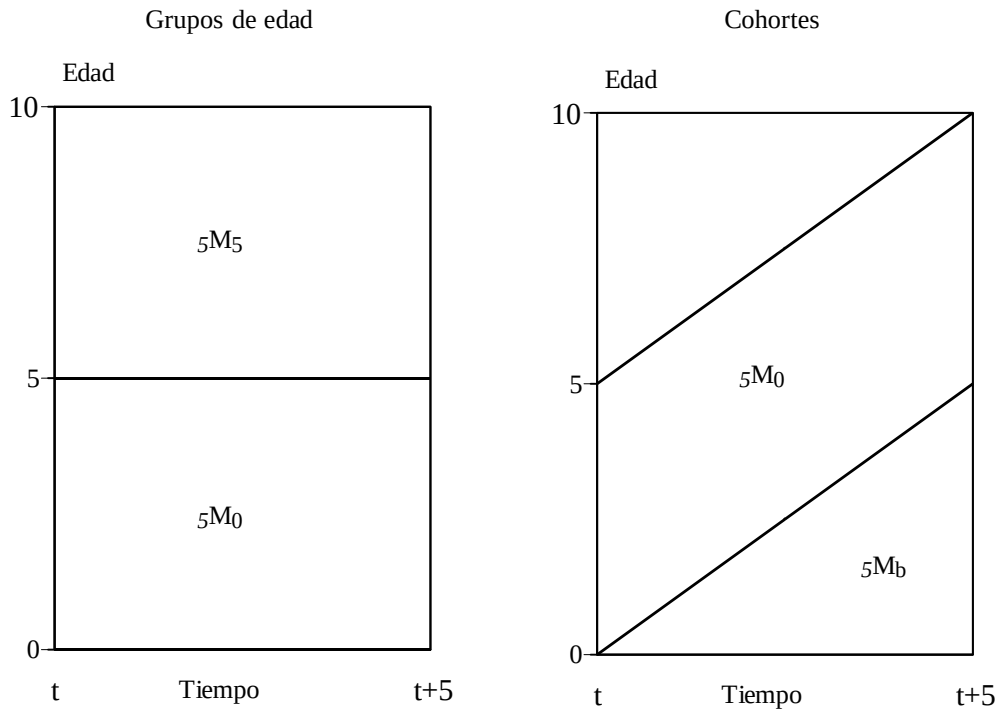
Dada la estructura de las matrices de tasas en (5.13), de las celdas externas a la diagonal principal se pueden extraer las tasas de retiro e ingreso de la actividad y, al descontarlas de la diagonal principal, de manera conjunta la mortalidad y la migración neta internacional; sin embargo, estas últimas no se pueden separar, pues se encuentran imbricadas en la diagonal principal del producto matricial del lado derecho de (5.11) y de (5.12). Así, solo se pueden separar los nacimientos, los ingresos y retiros de la actividad, pero no las defunciones de las migraciones.

Ejemplifiquemos el cálculo con las mujeres durante el quinquenio 2010–2015. Tomemos nuevamente a la generación 20–24 años al inicio. De acuerdo con el cuadro 5.8, la matriz de cocientes perspectivos es:

$$ {}_5\mathbf{S}_{20} = \begin{pmatrix} 0.519965 & 0.519620 \\ 0.477729 & 0.477830 \end{pmatrix} $$

de donde, por (5.19):

Gráfica 5.1. Diagramas de Lexis que ilustran las tasas por grupos de edad y por cohortes



$$
{}_5\mathbf{M}^c_{20} = -\frac{1}{5}\ln\{{}_5\mathbf{S}_{20}\} = -\frac{1}{5}\ln\left\{\begin{pmatrix} 0.519965 & 0.519620 \\ 0.477729 & 0.477830 \end{pmatrix}\right\} = \begin{pmatrix} 0.532645 & -0.578965 \\ -0.532289 & 0.579591 \end{pmatrix}
$$

Las tasas para todas las generaciones durante 2010–2015 se presentan en el cuadro 5.13. Las correspondientes a los últimos tres lustros se dejan como ejercicio al eventual lector.

Los años-persona vividos, incorporando la población de 2010 (columnas 6 y 11 del cuadro 5.10):

$$
\begin{aligned}
{}_5\overline{K}^c_{20} &= \begin{pmatrix} 0.532645 & -0.578965 \\ -0.532289 & 0.579591 \end{pmatrix}^{-1} \left[\mathbf{I} - \begin{pmatrix} 0.519965 & 0.519620 \\ 0.477729 & 0.477830 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} 2\,208\,608 \\ 2\,920\,838 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 12\,929\,957 \\ 12\,685\,726 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

los ingresos y retiros de la actividad son:

Cuadro 5.13. México: Tasas de movilidad por cohorte y sexo, 2010-2015

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
			Mortalidad - migración neta				Mortalidad - migración neta	
	Ingreso (1)	Retiro (2)	Activos (3)	Inactivos (4)	Ingreso (5)	Retiro (6)	Activas (7)	Inactivas (8)
Nacimiento	0.000000	0.000000	0.003893	0.003893	0.000000	0.000000	0.001550	0.001550
0-4	0.000000	0.000000	0.000289	0.000289	0.000000	0.000000	-0.000580	-0.000580
5-9	0.119039	0.015254	0.000386	0.000400	0.139755	0.005486	-0.000102	-0.000091
10-14	0.665418	0.407196	0.001421	0.001527	0.940701	0.171064	0.000508	0.000597
15-19	0.167748	0.885608	0.001826	0.001742	0.598305	0.509724	0.000782	0.000980
20-24	0.047618	1.066411	0.000685	0.001080	0.532289	0.578965	0.000355	0.000626
25-29	0.026418	1.089178	-0.000069	0.002250	0.506744	0.586187	-0.000023	0.000410
30-34	0.025145	1.087805	0.000240	0.005177	0.493493	0.599787	0.000175	0.000794
35-39	0.029892	1.080327	0.001235	0.007984	0.501078	0.592899	0.000678	0.001687
40-44	0.047221	1.060271	0.002806	0.010739	0.543601	0.547915	0.001248	0.002994
45-49	0.085683	1.018030	0.004791	0.014664	0.618734	0.472501	0.002014	0.004663
50-54	0.175957	0.924684	0.007639	0.016080	0.714440	0.375040	0.003092	0.007043
55-59	0.299726	0.792477	0.011690	0.018869	0.809925	0.283073	0.004877	0.010460
60-64	0.412317	0.671323	0.019017	0.022094	0.888978	0.207898	0.008198	0.015752
65-69	0.517516	0.557785	0.030279	0.030158	0.949005	0.146967	0.012969	0.023993
70-74	0.625835	0.439012	0.046124	0.043863	0.987962	0.103378	0.021878	0.036264
75-79	0.716767	0.325257	0.071456	0.062980	1.008441	0.070479	0.035578	0.055090
80-84	0.957557	0.048384	0.110510	0.085163	1.050610	0.007115	0.058159	0.083965
85-89	0.874679	0.000000	0.193783	0.128548	1.013170	0.000000	0.103010	0.128623
90-94	0.000000	0.000000	0.213960	0.213960	0.000000	0.000000	0.197717	0.197717
95-99	0.000000	0.000000	0.322481	0.322481	0.000000	0.000000	0.307776	0.307776
100-104	0.000000	0.000000	0.485950	0.485950	0.000000	0.000000	0.474718	0.474718

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 5.8.

$$ {}_5\mathcal{H}_{20}^{ia,c} = {}_5K_{20}^{i,c}\,{}_5M_{20}^{ia,c} = 12\,685\,726 \times 0.578965 = 7\,344\,589 $$

$$ {}_5\mathcal{H}_{20}^{ai,c} = {}_5K_{20}^{a,c}\,{}_5M_{20}^{ai,c} = 12\,929\,957 \times 0.532289 = 6\,882\,477 $$

y el agregado de defunciones y migrantes netos:

$$ {}_5\mathcal{D}_{20}^{a,c} - {}_5\mathcal{MN}_{20}^{a,c} = {}_5K_{20}^{a,c}\left[{}_5M_{20}^{a\delta,c} - {}_5\eta_{20}^{a}\right] = 12\,929\,957 \times 0.000355 = 4\,596 $$

$$ {}_5\mathcal{D}_{20}^{i,c} - {}_5\mathcal{MN}_{20}^{i,c} = {}_5K_{20}^{i,c}\left[{}_5M_{20}^{i\delta,c} - {}_5\eta_{20}^{i}\right] = 12\,685\,726 \times 0.000626 = 7\,946 $$

La ecuación del balance demográfico nos dice que la población activa al final del quinquenio debe ser igual a la inicial menos las defunciones, más la migración neta, más los ingresos menos los retiros de la actividad,[9] es decir,

$$ \begin{aligned} {}_5P_{x+5}^{a}(t+5) &= {}_5P_{x}^{a}(t) - {}_5\mathcal{D}_{x}^{a,c} + {}_5\mathcal{MN}_{x}^{a,c} + {}_5\mathcal{H}_{x}^{ia,c} - {}_5\mathcal{H}_{x}^{ai,c} \\ {}_5P_{x+5}^{i}(t+5) &= {}_5P_{x}^{i}(t) - {}_5\mathcal{D}_{x}^{i,c} + {}_5\mathcal{MN}_{x}^{i,c} + {}_5\mathcal{H}_{x}^{ai,c} - {}_5\mathcal{H}_{x}^{ia,c} \end{aligned} \tag{5.21} $$

Verifiquemos la primera con las mujeres de 20–24 años en 2010:

$$ {}_5P_{25}^{a}(2015) = {}_5P_{20}^{a}(2010) - {}_5\mathcal{D}_{20}^{a,c} + {}_5\mathcal{MN}_{20}^{a,c} + {}_5\mathcal{H}_{20}^{ia,c} - {}_5\mathcal{H}_{20}^{ai,c} $$

$$ 2\,208\,608 - 4\,596 + 7\,344\,589 - 6\,882\,477 = 2\,666\,124 $$

cifra que coincide con la mostrada en el renglón correspondiente de la columna 7 del cuadro 5.10. Los años-persona vividos y los eventos por edad y sexo para el periodo 2010–2015 se presentan en el cuadro 5.14.

Es pertinente una aclaración sobre el último intervalo etario de participación (85–89 años). Con el fin de poder valorar la ecuación (5.20), es necesario suponer que ${}_5S_{85}^{aa}$ es diferente de cero, pues de lo contrario, las dos celdas del primer renglón de la matriz ${}_5\mathbf{M}_{85}^{c}$ son cero y tal matriz no tiene inversa. No obstante, al hacer la proyección primero aplicamos (5.4), reteniendo el valor original de ${}_5S_{85}^{aa}$, tomamos la población total como ${}_5P_{90} = {}_5PEA_{90} + {}_5PEI_{90}$, y revaloramos ${}_5PEI_{90} = {}_5P_{85}$ y ${}_5PEA_{90} = 0$, para ser consistentes con el supuesto de participación nula a partir de 90 años. Lo que hicimos realmente fue transferir el producto ${}_5S_{85}^{aa}\,{}_5PEA_{85}$ a la inactividad, esto es, retirar a esas personas del mercado de trabajo, nominalmente hacerlas salidas de la actividad. Así, el total de retiros es:

$$ {}_5\mathcal{H}_{85}^{ai,c} = {}_5K_{85}^{a,c}\,{}_5M_{85}^{ai,c} + {}_5S_{85}^{aa}\,{}_5PEA_{85} $$

Por ejemplo, para los hombres en el quinquenio 2010–2015:

[9] En el caso de los niños de 0–4 años al final, se reemplaza la población inicial por los nacimientos ocurridos durante el lustro.

Cuadro 5.14. México: Años-persona vividos y eventos por cohorte y sexo, 2010-2015

Edad al inicio	Años-persona vividos		Ingresos	Retiros	Defunciones - migrates netos	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	(3)	(4)	Activos (5)	Inactivos (6)
Hombres	170 796 158	116 595 559	23 285 400	26 870 638	700 500	828 288
Nacimiento	0	14 860 319	0	0	0	57 846
0-4	0	28 640 535	0	0	0	8 270
5-9	887 979	27 895 186	105 704	425 508	343	11 150
10-14	8 963 166	19 006 843	5 964 249	7 739 511	12 739	29 016
15-19	20 946 785	6 343 239	3 513 777	5 617 623	38 253	11 048
20-24	22 764 874	1 689 225	1 084 011	1 801 408	15 587	1 824
25-29	21 209 708	613 813	560 315	668 551	- 1 455	1 381
30-34	20 012 409	470 033	503 217	511 305	4 798	2 433
35-39	19 051 276	506 445	569 481	547 126	23 529	4 044
40-44	16 463 208	673 341	777 410	713 924	46 190	7 231
45-49	13 324 897	984 659	1 141 721	1 002 413	63 845	14 439
50-54	10 078 335	1 652 771	1 773 357	1 528 291	76 985	26 577
55-59	6 972 108	2 233 774	2 089 721	1 770 215	81 502	42 148
60-64	4 526 597	2 482 550	1 866 394	1 666 593	86 081	54 850
65-69	2 854 669	2 391 745	1 477 337	1 334 079	86 435	72 131
70-74	1 675 619	2 144 128	1 048 662	941 298	77 287	94 048
75-79	852 879	1 657 357	611 315	539 067	60 944	104 379
80-84	163 045	1 317 081	156 125	63 726	18 018	112 167
85-89	48 603	682 551	42 604	0	9 419	87 740
90-94	0	269 646	0	0	0	57 694
95-99	0	70 498	0	0	0	22 734
100 o más	0	9 820	0	0	0	5 138
Mujeres	92 017 090	207 893 044	53 573 358	55 208 037	126 566	1 207 076
Nacimiento	0	14 194 135	0	0	0	22 003
0-4	0	27 451 624	0	0	0	- 15 911
5-9	303 425	27 482 123	42 405	150 760	- 31	- 2 495
10-14	3 550 068	23 746 876	3 339 553	4 062 239	1 803	14 171
15-19	11 311 562	16 084 794	6 767 760	8 198 804	8 849	15 759
20-24	12 929 957	12 685 726	6 882 477	7 344 589	4 596	7 946
25-29	12 617 402	11 062 573	6 393 794	6 484 742	- 289	4 539
30-34	12 226 185	10 267 509	6 033 534	6 158 313	2 136	8 150
35-39	11 587 979	9 820 431	5 806 486	5 822 524	7 857	16 568
40-44	9 559 083	9 187 000	5 196 330	5 033 691	11 928	27 508
45-49	7 075 990	8 691 053	4 378 158	4 106 532	14 249	40 528
50-54	4 736 838	8 252 927	3 384 188	3 095 175	14 645	58 123
55-59	2 860 562	7 344 304	2 316 840	2 078 975	13 950	76 818
60-64	1 614 331	6 229 872	1 435 105	1 295 177	13 234	98 135
65-69	892 408	5 096 060	846 900	748 952	11 573	122 270
70-74	468 302	3 989 768	462 664	412 456	10 246	144 686
75-79	229 947	2 859 105	231 888	201 508	8 181	157 508
80-84	40 702	1 911 443	42 762	13 600	2 367	160 495
85-89	12 350	1 011 426	12 514	0	1 272	130 093
90-94	0	401 836	0	0	0	79 450
95-99	0	107 486	0	0	0	33 082
100 o más	0	14 975	0	0	0	7 650

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.8 y 5.10.

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathcal{H}_{85}^{ai,c} &= {}_5K_{85}^{a,c}\ {}_5M_{85}^{ai,c} + {}_5S_{85}^{aa}\ {}_5PEA_{85} \\
&= 48\,603 \times 0.874679 + 52\,023 \times 0.001769 = 42\,512 + 92 = 42\,604
\end{aligned}
$$

cifra que aparece en el renglón correspondiente en la tercera columna del cuadro 5.14. Podemos también verificar que se cumple la ecuación del balance demográfico:

$$
\begin{aligned}
{}_5P_{90}^{a}(2015) &= {}_5P_{85}^{a}(2010) - {}_5\mathcal{D}_{85}^{a,c} + {}_5\mathcal{MN}_{85}^{a,c} + {}_5\mathcal{H}_{85}^{ia,c} - {}_5\mathcal{H}_{85}^{ai,c} \\
&= 52\,023 - 9\,419 + 0 - 42\,604 = 0
\end{aligned}
$$

El cuadro 5.15 resume el cambio demográfico de las poblaciones económicamente activa e inactiva para los cuatro quinquenios de la proyección.[10] Se aprecia que, no obstante la reducción continua derivada de la mortalidad y —a partir de 2015— el cambio progresivo de los niveles de migración internacional para restituirse en 2025–2030 los observados en 2000–2005, el exceso de ingresos sobre retiros de la actividad es de tal magnitud que origina un crecimiento sostenido e importante de la PEA, de 1.67% anual en promedio al inicio y 0.82% al final, ligeramente más marcado en los hombres.

Los niveles de fecundidad supuestos propician que el monto de los nacimientos más que compensa la pérdida conjunta por mortalidad, migración internacional y demasía de salidas respecto de entradas a la actividad. Si nuestras previsiones se cumplieran, la economía mexicana debiera ser capaz de generar más de un millón nuevos puestos de trabajo anuales en 2010–2015, y cerca de 900 mil en 2025–2030, para satisfacer la demanda de empleos productivos, bien remunerados y con prestaciones.

5.3 Proyecciones de la PEA con tasas por cohorte

Una restricción del algoritmo de proyección, revisado en el acápite anterior, es que no pudimos separar las tasas de mortalidad de las tasas de migración internacional para ver la contribución de cada uno de los componentes del cambio. Una alternativa que nos permite hacer tal descomposición se tiene al convertir las tasas entre edades exactas (por grupos etarios) en tasas entre edades cumplidas (por cohorte o generación).

La idea se presenta de manera esquemática en la gráfica 5.2. Supongamos que las tasas de mortalidad, migración neta, ingreso y retiro de la actividad permanecen invariables a lo largo del lustro y respecto de la edad dentro de cada grupo etario. Como los menores de 5

[10] Como todos los inactivos de 105–109 años, al inicio del quinquenio, fallecen durante el lustro (no hay migración en esas edades), las defunciones de inactivos del último renglón del cuadro 5.14, para cada sexo, se calcularon como:

$$
\mathcal{D}_{100+}^{i,c}\,(2010,2015) = {}_5K_{104}^{i,c}\,(2010,2015)\ {}_5M_{104}^{i\delta,c}\,(2010,2015) + {}_5PEI_{105}(2010)
$$

La misma valoración se llevó a cabo en los siguientes tres quinquenios.

Cuadro 5.15. México: Crecimiento de la población por condición de actividad, sexo y periodo

Año	Población (1)	Años-persona vividos (2)	Nacimientos (3)	Defunciones -- mig. netos (4)	Ingresos (5)	Retiros (6)	Crecimiento absoluto (7)	Tasa de crecimiento (%) (8)=(7)/(2)
				Población económicamente activa				
				Total				
2010	48 809 746	262 813 248	0	827 066	82 078 675	76 858 758	4 392 851	1.67
2015	53 202 597	279 864 998	0	1 194 670	83 992 099	79 788 223	3 009 206	1.08
2020	56 211 803	295 422 336	0	1 607 944	87 194 906	82 594 646	2 992 316	1.01
2025	59 204 119	309 137 145	0	2 034 046	90 679 905	86 110 108	2 535 751	0.82
2030	61 739 870							
				Hombres				
2010	31 679 656	170 796 158	0	700 500	26 870 638	23 285 400	2 884 738	1.69
2015	34 564 394	182 097 339	0	985 713	26 300 639	23 323 807	1 991 119	1.09
2020	36 555 513	192 377 810	0	1 308 193	26 624 323	23 342 575	1 973 555	1.03
2025	38 529 068	201 578 757	0	1 640 696	27 621 537	24 280 602	1 700 239	0.84
2030	40 229 307							
				Mujeres				
2010	17 130 090	92 017 090	0	126 566	55 208 037	53 573 358	1 508 113	1.64
2015	18 638 203	97 767 659	0	208 957	57 691 460	56 464 416	1 018 087	1.04
2020	19 656 290	103 044 526	0	299 751	60 570 583	59 252 071	1 018 761	0.99
2025	20 675 051	107 558 388	0	393 350	63 058 368	61 829 506	835 512	0.78
2030	21 510 563							

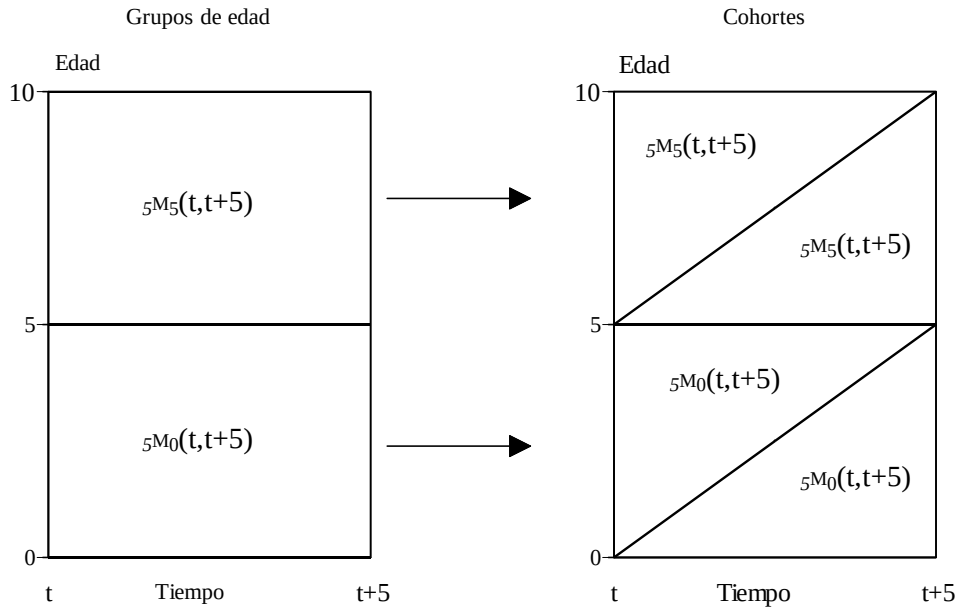
Cuadro 5.15

(Concluye)

Año	Población (1)	Años-persona vividos (2)	Nacimientos (3)	Defunciones -- mig. netos (4)	Ingresos (5)	Retiros (6)	Crecimiento absoluto (7)	Tasa de crecimiento (%) (8)=(7)/(2)
				Población no económicamente activa				
				Total				
2010	64 293 692	324 488 603	11 661 760	2 035 364	82 078 675	76 858 758	4 406 479	1.36
2015	68 700 171	350 196 837	12 047 334	2 533 865	83 992 099	79 788 223	5 309 593	1.52
2020	74 009 764	374 073 215	12 156 873	3 081 163	87 194 906	82 594 646	4 475 450	1.20
2025	78 485 214	395 072 849	12 173 623	3 704 729	90 679 905	86 110 108	3 899 097	0.99
2030	82 384 311							
				Hombres				
2010	23 593 490	116 595 559	5 973 097	828 288	26 870 638	23 285 400	1 559 571	1.34
2015	25 153 061	126 717 516	6 170 586	1 048 741	26 300 639	23 323 807	2 145 013	1.69
2020	27 298 074	135 888 696	6 226 691	1 265 135	26 624 323	23 342 575	1 679 808	1.24
2025	28 977 882	143 491 227	6 235 270	1 515 464	27 621 537	24 280 602	1 378 871	0.96
2030	30 356 753							
				Mujeres				
2010	40 700 202	207 893 044	5 688 663	1 207 076	55 208 037	53 573 358	2 846 908	1.37
2015	43 547 110	223 479 320	5 876 748	1 485 124	57 691 460	56 464 416	3 164 580	1.42
2020	46 711 690	238 184 519	5 930 182	1 816 028	60 570 583	59 252 071	2 795 642	1.17
2025	49 507 332	251 581 622	5 938 353	2 189 265	63 058 368	61 829 506	2 520 226	1.00
2030	52 027 558							

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.10, 5.11 y 5.14.

Gráfica 5.2. Diagramas de Lexis que ilustran el paso de tasas por grupos de edad a cohortes



años de edad al final del quinquenio están expuestos al riesgo solo la mitad del periodo, esto es, 2.5 años, bajo el modelo de crecimiento exponencial, la probabilidad de sobrevivir a la mortalidad —del nacimiento durante el lustro al grupo 0–4 años al final— es:

$$_5S_b = \exp\{-2.5\,{}_5M_0\}$$

como se muestra en el diagrama de Lexis de la derecha en la gráfica 5.2.

La probabilidad de sobrevivir del grupo 0–4 años al inicio al quinto aniversario durante el quinquenio, como solo cubre la mitad del lustro es $\exp\{-2.5\,{}_5M_0\}$,[11] y del quinto aniversario al grupo 5–9 años al final $\exp\{-2.5\,{}_5M_5\}$, con lo cual, la probabilidad de supervivencia de la cohorte quinquenal a lo largo del lustro es:

$$_5S_0 = \exp\{-2.5\,[{}_5M_0 + {}_5M_5]\}$$

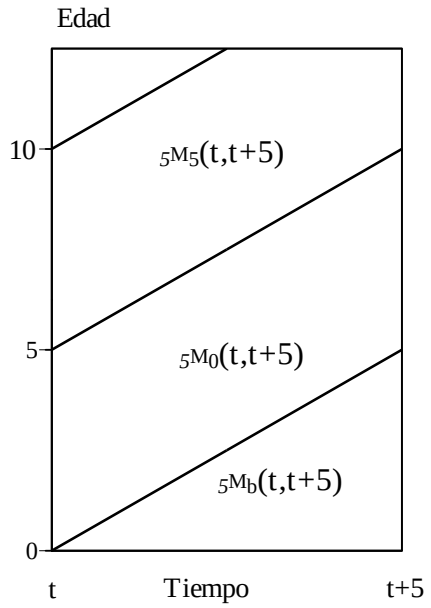
y en general para cualquier generación quinquenal:

$$_5S_x = \exp\{-2.5\,[{}_5M_x + {}_5M_{x+5}]\}$$

Así, la contraparte matricial de (5.12) para el enfoque de estados múltiples es:

[11] El triángulo superior del cuadrado inferior del diagrama de Lexis de la derecha en la gráfica 5.2.

Gráfica 5.3. Diagrama de Lexis que ubica
las tasas de eventualidad por cohorte



$$_5\mathbf{S}_b = \exp\{-2.5\,{}_5\mathbf{M}_0\} \tag{5.22}$$

y para (5.11):

$$_5\mathbf{S}_x = \exp\{-2.5\,[{}_5\mathbf{M}_x + {}_5\mathbf{M}_{x+5}]\} \tag{5.23}$$

donde la matriz $_5\mathbf{M}_x$ se define en (5.13).

Otra posibilidad es trabajar directamente con tasas por cohorte, como se ilustra en la gráfica 5.3, y obtener los cocientes perspectivos con (5.18) y (5.18'). Dados nuestros datos para México, y seguramente para la mayoría de los países, es necesario considerar las tasas de mortalidad, migración neta, ingreso y retiro por cohorte. En el caso de la mortalidad, partimos de las probabilidades perspectivas de supervivencia derivadas de la tabla de vida simple:

$$_5S_b = \frac{_5L_0}{5\,\ell_0} \qquad \text{y} \qquad _5S_x = \frac{_5L_{x+5}}{_5L_x} \qquad \text{para } x = 0\,5, \ldots, \omega - 5$$

y bajo el modelo de crecimiento exponencial:

$$_5S_b = \exp\{-2.5\,{}_5M_b^c\} \qquad \text{y} \qquad _5S_x = \exp\{-5\,{}_5M_x^c\}$$

de donde, tomando logaritmo natural en ambos lados:

$$ {}_5M_b^c = -\frac{1}{2.5}\ln\{{}_5S_b\} \qquad \text{y} \qquad {}_5M_x^c = -\frac{1}{5}\ln\{{}_5S_x\} \tag{5.24} $$

En el caso de la migración neta, seguramente solo se dispone de las tasas por grupos de edad, con lo cual se deben transferir a tasas por cohorte como (véase la gráfica 5.2):

$$ {}_5\eta_b^c = {}_5\eta_0 \qquad \text{y} \qquad {}_5\eta_x^c = \frac{1}{2}\left[{}_5\eta_x + {}_5\eta_{x+5}\right] \qquad \text{para } x = 0\,5, \ldots, \omega - 5 \tag{5.25} $$

Ejemplifiquemos este enfoque alternativo nuevamente para el periodo 2010–2015 con las mujeres de 20–24 años al inicio. Empecemos con la mortalidad. De la tabla de vida simple para el lustro (cuadro B.4), tenemos que la probabilidad perspectiva de supervivencia es:

$$ {}_5S_{20} = \frac{{}_5L_{25}}{{}_5L_{20}} = \frac{4\,856\,386}{4\,871\,255} = 0.996947 $$

y la tasa de mortalidad para la cohorte, por (5.24):

$$ {}_5M_{20}^c = -\frac{1}{5}\ln\{{}_5S_{20}\} = -\frac{1}{5}\ln\{0.996947\} = 0.000611 $$

En la separación por sexo deben intervenir, por un lado, las proporciones de actividad al inicio y final del lustro y, por el otro, cocientes ${}_5\rho_x^c$ por cohorte. En las primeras, otra vez tenemos el problema de circularidad, pues como aún no hemos hecho la proyección, no contamos con ${}_5A_{25}(2015)$. Volvemos a estimar los cocientes con la mortalidad de 2009–2011, como:

$$ {}_5\rho_x^c = \frac{\frac{1}{2}\left[{}_5M_x^a + {}_5M_{x+5}^a\right]}{\frac{1}{2}\left[{}_5M_x^i + {}_5M_{x+5}^i\right]} = \frac{{}_5M_x^a + {}_5M_{x+5}^a}{{}_5M_x^i + {}_5M_{x+5}^i} \qquad \text{para } x = 5\,10, \ldots\ 85 $$

donde no se toma la generación nacida en el quinquenio, ni aquellos de 0–4 años y 90 años o más al inicio, porque esas cohortes permanecen inactivas durante el lustro, y por ende su mortalidad es igual a la total. Y, para las proporciones, tomamos la media aritmética de las correspondientes a los intervalos etarios quinquenales intervinientes:

$$ {}_5A_x^c(t, t+5) = \frac{1}{2}\left[{}_5A_x(t) + {}_5A_{x+5}(t)\right] $$

Para nuestro ejemplo de las mujeres de 20–24 años en 2010, de la primera columna del cuadro 5.12 tenemos para 2010:

$$ {}_5A_{20}^c = \frac{1}{2}\left[{}_5A_{20} + {}_5A_{25}\right] = \frac{1}{2}\left[0.430574 + 0.516689\right] = 0.473632 $$

y ${}_5I_{20}^c = 1 - {}_5A_{20}^c = 1 - 0.473632 = 0.526368$. Del cuadro B.3 tenemos para 2009–2011:

$$ {}_5\rho_{20}^c = \frac{{}_5M_{20}^a + {}_5M_{25}^a}{{}_5M_{20}^i + {}_5M_{25}^i} = \frac{0.000377 + 0.000409}{0.000838 + 0.001026} = 0.421648 $$

y las tasas de mortalidad de activos e inactivos son:

$$ {}_nM_{20}^{i,c} = \frac{{}_nM_{20}^{c}}{{}_5\rho_{20}^{c}\,{}_5A_x^c + {}_5I_x^c} = \frac{0.000611}{0.421648\times 0.473632+0.526368} = 0.000814 $$

$$ {}_nM_{20}^{a,c} = {}_5\rho_{20}^{c}\,{}_nM_{20}^{i,c} = 0.421648 \times 0.000842 = 0.000343 $$

Los resultados se presentan en el cuadro 5.16.

Con las tasas de migración neta internacional del cuadro 5.5 y (5.25) obtenemos las tasas por cohorte:

$$ {}_5\eta_{20}^{c} = \frac{1}{2}\left[{}_5\eta_{20} + {}_5\eta_{25}\right] = \frac{1}{2}\left[-0.000243 + 0.000464\right] = 0.000110 $$

Las tasas para todas las generaciones y los cuatro lustros se reproducen en el cuadro 5.17.

Para las tasas de ingreso y retiro de la actividad tenemos dos posibilidades, según la disponibilidad de los datos: transferir las de grupo a generación (gráfica 5.2), o usar directamente las tasas por cohorte (gráfica 5.3). Aquí adoptamos la segunda y usamos las estimaciones del acápite 4.4.2, específicamente las primeras cuatro columnas del cuadro 4.33. Sin embargo, no disponemos de las probabilidades prospectivas para 5–9 y 10–14 años en 2005. Para estimarlas, usamos algunos resultados del capítulo anterior y algunos supuestos. En las primeras dos columnas del cuadro 5.18 se presentan las proporciones de participación por grupos quinquenales de edad, para el censo de 2010, y las de 2005 obtenidas como la media aritmética de los censos de 2000 y 2010 (véase el cuadro 4.28).[12]

Iniciamos con los niños de 5–9 años. Dado que ${}_5A_5(2005) = 0$ y ${}_5I_5(2005) = 1$, por (4.14):

$$ {}_5A_{10}(2010) = {}_5A_5(2005)\,{}_5\widehat{S}_5^{aa} + {}_5I_5(2005)\,{}_5\widehat{S}_5^{ia} = {}_5\widehat{S}_5^{ia} $$

independientemente del valor de ${}_5S_5^{aa}$. Así, por ejemplo, para los hombres:

$$ {}_5\widehat{S}_5^{ia} = {}_5A_{10}(2010) = 0.061744 \qquad \text{y} \qquad {}_5S_5^{ii} = 1 - {}_5\widehat{S}_5^{ia} = 0.938256 $$

Para las probabilidades de 15–19 años en 2005 del cuadro 4.33, podemos establecer sus valores mínimo y máximo mediante (4.6'):

$$ {}_5\pi_{15}^{ia} = \max\left\{0\,1 - \frac{{}_5I_{20}(2010)}{{}_5I_{15}(2005)}\right\} = \max\left\{0\,1 - \frac{0.189384}{0.518998}\right\} = \max\left\{0\,0.635096\right\} = 0.635096 $$

y ${}_5A_{20}(2010) = 0.810616$; de donde, al despejar en 4.7':

[12] Como no hay activos de 10–11 años, la proporción de 10–14 años la calculamos como

$$ {}_5A_{10} = \frac{{}_3PEA_{12}}{{}_5PEA_{10}} $$

para los censos de 2000 y 2010.

Cuadro 5.16. México: Tasas de mortalidad por condición de actividad, cohorte y sexo, 2010-2030

Edad al inicio	Factor	Total				Activos				Inactivos			
	${}_n\rho_x$	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
						Hombres							
Nacim.	1.000000	0.006911	0.005653	0.004590	0.003702	0.006911	0.005653	0.004590	0.003702	0.006911	0.005653	0.004590	0.003702
0-4	1.000000	0.001561	0.001223	0.000950	0.000731	0.001561	0.001223	0.000950	0.000731	0.001561	0.001223	0.000950	0.000731
5-9	0.405493	0.000341	0.000294	0.000252	0.000217	0.000138	0.000119	0.000102	0.000088	0.000341	0.000294	0.000252	0.000217
10-14	0.965424	0.000765	0.000716	0.000669	0.000622	0.000740	0.000692	0.000646	0.000600	0.000766	0.000717	0.000669	0.000622
15-19	0.841298	0.001454	0.001398	0.001335	0.001270	0.001318	0.001231	0.001152	0.001083	0.001567	0.001464	0.001369	0.001287
20-24	0.423938	0.002099	0.002024	0.001939	0.001845	0.001670	0.001640	0.001585	0.001529	0.003938	0.003868	0.003739	0.003607
25-29	0.231049	0.002493	0.002381	0.002269	0.002145	0.002145	0.002054	0.001960	0.001855	0.009283	0.008888	0.008482	0.008027
30-34	0.172151	0.002862	0.002707	0.002556	0.002401	0.002554	0.002428	0.002292	0.002154	0.014838	0.014104	0.013313	0.012510
35-39	0.169820	0.003499	0.003298	0.003098	0.002900	0.003160	0.002996	0.002814	0.002634	0.018608	0.017642	0.016573	0.015511
40-44	0.187968	0.004641	0.004377	0.004124	0.003870	0.004182	0.003969	0.003740	0.003509	0.022247	0.021115	0.019898	0.018667
45-49	0.255398	0.006527	0.006179	0.005849	0.005531	0.005972	0.005686	0.005383	0.005090	0.023383	0.022265	0.021078	0.019930
50-54	0.404462	0.009466	0.009021	0.008584	0.008168	0.008687	0.008327	0.007924	0.007539	0.021478	0.020587	0.019592	0.018639
55-59	0.632102	0.013930	0.013360	0.012799	0.012242	0.013095	0.012603	0.012076	0.011550	0.020717	0.019938	0.019104	0.018272
60-64	0.906265	0.020631	0.019890	0.019165	0.018452	0.020121	0.019419	0.018712	0.018015	0.022202	0.021427	0.020647	0.019879
65-69	1.059447	0.030580	0.029643	0.028700	0.027787	0.031194	0.030224	0.029260	0.028330	0.029444	0.028528	0.027618	0.026740
70-74	1.193399	0.045153	0.044054	0.042880	0.041724	0.048742	0.047501	0.046226	0.044978	0.040843	0.039803	0.038735	0.037689
75-79	1.503882	0.066313	0.065045	0.063718	0.062355	0.081316	0.079668	0.078010	0.076334	0.054071	0.052975	0.051873	0.050758
80-84	1.961440	0.097105	0.095669	0.094171	0.092764	0.144425	0.142992	0.140690	0.138547	0.073632	0.072902	0.071728	0.070635
85-89	0.732523	0.143171	0.141704	0.139929	0.138453	0.112680	0.110753	0.109343	0.108205	0.153825	0.151194	0.149269	0.147716
90-94	1.000000	0.213960	0.212435	0.210439	0.208763	0.213960	0.212435	0.210439	0.208763	0.213960	0.212435	0.210439	0.208763
95-99	1.000000	0.322481	0.321470	0.319043	0.317570	0.322481	0.321470	0.319043	0.317570	0.322481	0.321470	0.319043	0.317570
100-104	1.000000	0.485949	0.490848	0.489805	0.488499	0.485949	0.490848	0.489805	0.488499	0.485949	0.490848	0.489805	0.488499

Cuadro 5.16
(Concluye)

Edad al inicio	Factor	Total				Activas				Inactivas			
	${}_5\rho_x$	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
						Mujeres							
Nacim.	1.000000	0.005533	0.004496	0.003627	0.002908	0.005533	0.004496	0.003627	0.002908	0.005533	0.004496	0.003627	0.002908
0-4	1.000000	0.001287	0.000996	0.000762	0.000579	0.001287	0.000996	0.000762	0.000579	0.001287	0.000996	0.000762	0.000579
5-9	0.671440	0.000246	0.000211	0.000179	0.000155	0.000165	0.000141	0.000120	0.000104	0.000246	0.000211	0.000179	0.000155
10-14	0.441464	0.000387	0.000351	0.000318	0.000283	0.000173	0.000156	0.000141	0.000125	0.000391	0.000353	0.000319	0.000283
15-19	0.457795	0.000531	0.000481	0.000432	0.000388	0.000273	0.000234	0.000204	0.000181	0.000595	0.000512	0.000446	0.000394
20-24	0.421648	0.000611	0.000543	0.000479	0.000419	0.000343	0.000310	0.000277	0.000246	0.000814	0.000735	0.000657	0.000585
25-29	0.370511	0.000724	0.000636	0.000555	0.000480	0.000398	0.000350	0.000307	0.000266	0.001073	0.000946	0.000828	0.000717
30-34	0.320207	0.000992	0.000878	0.000772	0.000676	0.000492	0.000439	0.000387	0.000338	0.001535	0.001372	0.001207	0.001057
35-39	0.272187	0.001485	0.001340	0.001202	0.001070	0.000664	0.000605	0.000544	0.000484	0.002438	0.002224	0.001998	0.001779
40-44	0.251262	0.002301	0.002110	0.001930	0.001755	0.000975	0.000905	0.000829	0.000754	0.003881	0.003601	0.003299	0.003000
45-49	0.244149	0.003608	0.003349	0.003106	0.002876	0.001444	0.001360	0.001263	0.001170	0.005915	0.005571	0.005174	0.004791
50-54	0.236918	0.005667	0.005321	0.004984	0.004663	0.002047	0.001952	0.001832	0.001714	0.008640	0.008241	0.007731	0.007233
55-59	0.230328	0.008912	0.008432	0.007970	0.007515	0.002868	0.002753	0.002607	0.002458	0.012453	0.011954	0.011320	0.010674
60-64	0.215232	0.014018	0.013336	0.012689	0.012060	0.003835	0.003694	0.003519	0.003345	0.017819	0.017161	0.016352	0.015542
65-69	0.218088	0.021998	0.021057	0.020138	0.019256	0.005727	0.005535	0.005299	0.005067	0.026259	0.025379	0.024299	0.023233
70-74	0.246120	0.034338	0.033100	0.031856	0.030618	0.009471	0.009198	0.008859	0.008514	0.038481	0.037372	0.035993	0.034592
75-79	0.311742	0.053233	0.051640	0.050061	0.048417	0.017895	0.017458	0.016933	0.016375	0.057404	0.056000	0.054316	0.052527
80-84	0.405600	0.082073	0.080133	0.078196	0.076162	0.034747	0.034065	0.033254	0.032387	0.085668	0.083988	0.081986	0.079849
85-89	0.176227	0.126927	0.124666	0.122517	0.120096	0.023323	0.023031	0.022646	0.022197	0.132347	0.130687	0.128505	0.125958
90-94	1.000000	0.197717	0.194853	0.192740	0.190170	0.197717	0.194853	0.192740	0.190170	0.197717	0.194853	0.192740	0.190170
95-99	1.000000	0.307776	0.304911	0.302503	0.300216	0.307776	0.304911	0.302503	0.300216	0.307776	0.304911	0.302503	0.300216
100-104	1.000000	0.474718	0.476638	0.475101	0.471134	0.474718	0.476638	0.475101	0.471134	0.474718	0.476638	0.475101	0.471134

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.23 y B.4 a B.7.

Cuadro 5.17. México: Tasas de migración neta internacional por cohorte y sexo, 2010-2030

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Nacim.	0.002700	0.001532	0.000365	-0.000802	0.003589	0.002138	0.000687	-0.000763
0-4	0.001435	0.000585	-0.000265	-0.001114	0.002067	0.001016	-0.000036	-0.001087
5-9	-0.000068	-0.000573	-0.001077	-0.001582	0.000331	-0.000243	-0.000818	-0.001392
10-14	-0.000724	-0.001892	-0.003061	-0.004230	-0.000185	-0.000983	-0.001782	-0.002581
15-19	-0.000349	-0.002589	-0.004830	-0.007070	-0.000364	-0.001671	-0.002977	-0.004284
20-24	0.001367	-0.001071	-0.003509	-0.005948	0.000110	-0.001277	-0.002665	-0.004052
25-29	0.002471	0.000481	-0.001510	-0.003500	0.000538	-0.000561	-0.001660	-0.002759
30-34	0.002502	0.000990	-0.000521	-0.002033	0.000523	-0.000287	-0.001097	-0.001908
35-39	0.002101	0.000972	-0.000156	-0.001285	0.000338	-0.000253	-0.000844	-0.001434
40-44	0.001625	0.000813	0.000002	-0.000810	0.000215	-0.000215	-0.000645	-0.001075
45-49	0.001244	0.000687	0.000130	-0.000427	0.000183	-0.000149	-0.000481	-0.000813
50-54	0.000966	0.000583	0.000201	-0.000182	0.000172	-0.000106	-0.000383	-0.000661
55-59	0.000775	0.000502	0.000229	-0.000043	0.000136	-0.000093	-0.000322	-0.000552
60-64	0.000593	0.000408	0.000223	0.000038	-0.000005	-0.000186	-0.000366	-0.000546
65-69	0.000322	0.000211	0.000100	-0.000010	-0.000165	-0.000291	-0.000417	-0.000543
70-74	0.000076	0.000015	-0.000047	-0.000109	-0.000184	-0.000253	-0.000321	-0.000389
75-79	-0.000071	-0.000094	-0.000117	-0.000140	-0.000185	-0.000218	-0.000250	-0.000283
80-84	-0.000186	-0.000169	-0.000153	-0.000136	-0.000232	-0.000238	-0.000243	-0.000249
85-89	-0.000120	-0.000102	-0.000084	-0.000065	-0.000125	-0.000119	-0.000113	-0.000107
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 5.5.

Cuadro 5.18. México: Probabilidades prospectivas por cohorte y sexo, 2005-2010

Edad al inicio	Proporciones de activos		Probabilidades prospectivas por cohorte					
			Activo a:		Inctivo a activo			Inactivo a activo
	2005 (1)	2010 (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Valor (5)	Mínimo (6)	Máximo (7)	(8)
				Hombres				
Nacim.			1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
0-4	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
5-9	0.000000	0.000000	0.241134	0.758866	0.061744			0.938256
10-14	0.074953	0.061744	0.559643	0.440357	0.447112	0.411432	0.455547	0.552888
15-19	0.481002	0.455547	0.849617	0.150383	0.777057	0.635096	0.810616	0.222943
20-24	0.804997	0.810616	0.958945	0.041055	0.921367	0.750016	0.951252	0.078633
25-29	0.931529	0.951252	0.977454	0.022546	0.943537	0.634560	0.974978	0.056463
30-34	0.954163	0.974978	0.979943	0.020057	0.942040	0.521928	0.978087	0.057960
35-39	0.956846	0.978087	0.976637	0.023363	0.932496	0.411299	0.974595	0.067504
40-44	0.951726	0.974595	0.970811	0.029189	0.919083	0.339766	0.968128	0.080917
45-49	0.939381	0.968128	0.944329	0.055671	0.864997	0.000000	0.939146	0.135003
50-54	0.904809	0.939146	0.900869	0.099131	0.798569	0.000000	0.890420	0.201431
55-59	0.848477	0.890420	0.778341	0.221659	0.633726	0.000000	0.754956	0.366274
60-64	0.717809	0.754956	0.689216	0.310784	0.554619	0.000000	0.649170	0.445381
65-69	0.610769	0.649170	0.600455	0.399545	0.465618	0.000000	0.545583	0.534382
70-74	0.507668	0.545583	0.515951	0.484049	0.384997	0.000000	0.449344	0.615004
75-79	0.412360	0.449344	0.412403	0.587597	0.278134	0.000000	0.331572	0.721866
80-84	0.299387	0.331572	0.361515	0.638485	0.217221	0.000000	0.258922	0.782779
85-89	0.219032	0.258922	0.006738	0.993262	0.000000			1.000000
90-94	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
95-99	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
100-104	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000

Cuadro 5.18
(Concluye)

Edad	Proporciones de activos		Probabilidades prospectivas por cohorte					
			Activa a:		Inctiva a activa			Inactiva a activa
	2005 (1)	2010 (2)	Activa (3)	Activa (4)	Valor (5)	Mínimo (6)	Máximo (7)	(8)
				Mujeres				
Nacim.			1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
0-4	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
5-9	0.000000	0.000000	0.172219	0.827781	0.021398			0.978602
10-14	0.030734	0.021398	0.322411	0.677589	0.195040	0.173555	0.198955	0.804960
15-19	0.233031	0.198955	0.525352	0.474648	0.403910	0.257564	0.430574	0.596090
20-24	0.414571	0.430574	0.588000	0.412000	0.469251	0.174432	0.516689	0.530749
25-29	0.472949	0.516689	0.596240	0.403760	0.456893	0.089737	0.520245	0.543107
30-34	0.481102	0.520245	0.612226	0.387774	0.473646	0.108115	0.537202	0.526354
35-39	0.499260	0.537202	0.615623	0.384377	0.478251	0.088293	0.543472	0.521749
40-44	0.497968	0.543472	0.590335	0.409665	0.449664	0.036061	0.516072	0.550336
45-49	0.462867	0.516072	0.528577	0.471423	0.390879	0.000000	0.450889	0.609121
50-54	0.400880	0.450889	0.452549	0.547451	0.319704	0.000000	0.369429	0.680296
55-59	0.325168	0.369429	0.354672	0.645328	0.236366	0.000000	0.271827	0.763634
60-64	0.243730	0.271827	0.292309	0.707691	0.183405	0.000000	0.207525	0.816595
65-69	0.188512	0.207525	0.221145	0.778855	0.126900	0.000000	0.142830	0.873100
70-74	0.136801	0.142830	0.184311	0.815689	0.094703	0.000000	0.105573	0.905297
75-79	0.102183	0.105573	0.144552	0.855448	0.063266	0.000000	0.070602	0.936734
80-84	0.068136	0.070602	0.135538	0.864462	0.044192	0.000000	0.049707	0.955808
85-89	0.046480	0.049707	0.002479	0.997521	0.000000			1.000000
90-94	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
95-99	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000
100-104	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000			1.000000

Fuente: Cuadros 4.33, A.1 y A.2.

$$ {}_5W_{15}^{ia} = \frac{{}_5A_{20}(2010) - {}_5\widehat{S}_{15}^{ia}}{{}_5A_{20}(2010) - {}_5\pi_{15}^{ia}} = \frac{0.810616 - 0.777057}{0.810616 - 0.635096} = 0.191195 $$

donde el valor de ${}_5\widehat{S}_{15}^{ia}$ lo tomamos del cuadro 4.33.

Los valores máximo y mínimo de ${}_5\widehat{S}_{10}^{ia}$ son:

$$ {}_5\pi_{10}^{ia} = \max\left\{0\,1 - \frac{{}_5I_{15}(2010)}{{}_5I_{10}(2005)}\right\} = \max\left\{0\,1 - \frac{0.544453}{0.925047}\right\} = \max\{0\,0.411432\} = 0.411432 $$

y ${}_5A_{15}(2010) = 0.455547$. Si suponemos que los ponderadores no cambian en las primeras edades de participación, tenemos que ${}_5W_{10}^{ia} = {}_5W_{15}^{ia} = 0.191195$, y por (4.7'):

$$ \begin{aligned} {}_5\widehat{S}_{10}^{ia} &= (1 - {}_5W_{10}^{ia})\ {}_5\pi_{10}^{ia} + {}_5W_{10}^{ia}\ {}_5I_{15}(2010) \\ &= 0.808805 \times 0.411432 + 0.191195 \times 0.938256 = 0.447112 \end{aligned} $$

Si despejamos en (4.14):

$$ {}_5\widehat{S}_{10}^{aa} = \frac{{}_5A_{15}(2010) - {}_5I_{10}(2005)\,{}_5\widehat{S}_{10}^{ia}}{{}_5A_{10}(2005)} = \frac{0.455547 - 0.925047 \times 0.447112}{0.074953} = 0.559643 $$

y ${}_5\widehat{S}_{10}^{ai} = 1 - {}_5\widehat{S}_{10}^{aa} = 0.440357$.

Solo falta estimar ${}_5\widehat{S}_5^{aa}$ y ${}_5\widehat{S}_5^{ai}$. Como ${}_5A_5(2005) = 0$ y ${}_5A_5(2005) = 1$, cualquier valor de esas probabilidades perspectivas satisface las ecuaciones (4.14). Si retenemos la suposición de que los ponderadores no cambian en las primeras edades de participación, es decir, ${}_5W_5^{ai} = {}_5W_5^{ia} = {}_5W_{10}^{ia} = 0.191195$, por (4.6') tenemos que ${}_5\pi_5^{ai} = 0$, con lo cual, valorando (4.7'):

$$ {}_5\widehat{S}_5^{ai} = \left(1 - {}_5W_5^{ia}\right)\ {}_5\pi_5^{ia} + {}_5W_5^{ia}\,{}_5I_{10}(2010) = 0.191195 \times 0.061744 = 0.758866 $$

y ${}_5\widehat{S}_5^{aa} = 1 - {}_5\widehat{S}_5^{ai} = 0.241134$. Los resultados se presentan en el cuadro 5.18.

Mediante (3.41) podemos convertir las probabilidades perspectivas al estado puro en tasas de movilidad por cohorte. Si tomamos las probabilidades perspectivas de las columnas 3, 4, 5 y 8 del cuadro 5.18 y las introducimos en (3.41), para las mujeres de 20–24 años en 2005:

$$ {}_5B_{20} = -\frac{1}{5}\,\frac{\ln\left\{1 - {}_5\widehat{S}_{20}^{ai} - {}_5\widehat{S}_{20}^{ia}\right\}}{{}_5\widehat{S}_{20}^{ai} + {}_5\widehat{S}_{20}^{ia}} = -\frac{1}{5}\,\frac{\ln\{1 - 0.412000 - 0.469251\}}{0.412000 + 0.469251} = 0.483572 $$

y también por (3.41) las tasas de ingreso y retiro son:

$$ {}_5M_{20}^{ai,c} = {}_5\widehat{S}_{20}^{ai}\,{}_5B_{20} = 0.412000 \times 0.483572 = 0.199232 $$

$$ {}_5M_{20}^{ia,c} = {}_5\widehat{S}_{20}^{ia}\,{}_5B_{20} = 0.469251 \ \times 0.483572 = 0.226917 $$

Los resultados se presentan en las columnas 1 y 5 del cuadro 5.19.

Restan por determinar las probabilidades perspectivas y sus tasas para 85–89 años en 2005. Suponemos nuevamente que solo hay salidas de la actividad, con lo cual ${}_5M_{85}^{ia,c} = {}_5\widehat{S}_{20}^{ia} = 0$. Como hemos supuesto que no hay activos a partir de 90 años, nuestro objetivo es minimizar ${}_5\widehat{S}_{85}^{aa}$. ¿Puede ser igual a cero? Retomemos (3.42):

$$ \begin{aligned} {}_5\widehat{S}_{85}^{ai} &= {}_5M_{85}^{ai,c}\left[\frac{1-\exp\left\{-5\left({}_5M_{85}^{ai,c}+{}_5M_{85}^{ia,c}\right)\right\}}{{}_5M_{85}^{ai,c}+{}_5M_{85}^{ia,c}}\right] \\ &= {}_5M_{85}^{ai,c}\left[\frac{1-\exp\left\{-5\,{}_5M_{85}^{ai,c}\right\}}{{}_5M_{85}^{ai,c}}\right] = 1-\exp\left\{-5\,{}_5M_{85}^{ai,c}\right\} \end{aligned} $$

con lo cual,

$$ {}_5\widehat{S}_{85}^{aa} = 1 - {}_5\widehat{S}_{85}^{ai} = \exp\left\{-5\,{}_5M_{85}^{ai,c}\right\} $$

de donde,

$$ \lim_{{}_5M_{85}^{ai,c}\to\infty} \exp\left\{-5\,{}_5M_{85}^{ai,c}\right\} = 0 $$

es decir, requeriríamos una tasa de retiro excesivamente alta para obtener una cuantía despreciable (muy cercana a cero) para ${}_5\widehat{S}_{85}^{aa}$. Es claro que cualquier valor que asignemos a ${}_5M_{85}^{ai,c}$ o a ${}_5\widehat{S}_{85}^{aa}$ es arbitrario. Con base en las tasas de retiro que hemos calculado a lo largo de este trabajo, fijamos ${}_5M_{85}^{ai,c}$ en 1 para los hombres y 1.2 para mujeres. Las probabilidades prospectivas se presentan en el cuadro 5.18 y las tasas de retiro e ingreso de la actividad en el cuadro 5.19.

El futuro de las tasas de movilidad se hizo de manera similar a las proyecciones del acápite anterior: las tasas de ingreso de 5–9 y 10–14 años al inicio del quinquenio, estimadas para 2005–2010, se reducirían a la mitad en cada lustro sucesivo y las de 15–19 años se acrecentarían en 10% para compensar la disminución de los dos intervalos etarios previos. Las demás tasas de ingreso y todas las de retiro permanecerían constantes. La simulación se reproduce en el cuadro 5.19.

Una vez obtenidas las tasas para la mortalidad, la migración neta y la movilidad, podemos formar las matrices para las distintas cohortes con la definición (5.13). La matriz de tasas queda formada de la manera siguiente:

Cuadro 5.19. México: Tasas de retiro e ingreso de la actividad por cohorte y sexo, 2005-2030

Edad al inicio	Ingreso					Retiro				
	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
					Hombres					
Nacim.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0-4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5-9	0.317783	0.317783	0.317783	0.317783	0.317783	0.025856	0.012928	0.006464	0.003232	0.001616
10-14	0.216789	0.216789	0.216789	0.216789	0.216789	0.220115	0.110058	0.055029	0.027514	0.013757
15-19	0.085074	0.085074	0.085074	0.085074	0.085074	0.439594	0.483553	0.531909	0.585100	0.643609
20-24	0.027995	0.027995	0.027995	0.027995	0.027995	0.628270	0.628270	0.628270	0.628270	0.628270
25-29	0.015794	0.015794	0.015794	0.015794	0.015794	0.660972	0.660972	0.660972	0.660972	0.660972
30-34	0.013645	0.013645	0.013645	0.013645	0.013645	0.640897	0.640897	0.640897	0.640897	0.640897
35-39	0.015254	0.015254	0.015254	0.015254	0.015254	0.608818	0.608818	0.608818	0.608818	0.608818
40-44	0.018233	0.018233	0.018233	0.018233	0.018233	0.574116	0.574116	0.574116	0.574116	0.574116
45-49	0.030647	0.030647	0.030647	0.030647	0.030647	0.476176	0.476176	0.476176	0.476176	0.476176
50-54	0.050352	0.050352	0.050352	0.050352	0.050352	0.405618	0.405618	0.405618	0.405618	0.405618
55-59	0.100217	0.100217	0.100217	0.100217	0.100217	0.286521	0.286521	0.286521	0.286521	0.286521
60-64	0.144041	0.144041	0.144041	0.144041	0.144041	0.257053	0.257053	0.257053	0.257053	0.257053
65-69	0.185067	0.185067	0.185067	0.185067	0.185067	0.215671	0.215671	0.215671	0.215671	0.215671
70-74	0.226461	0.226461	0.226461	0.226461	0.226461	0.180120	0.180120	0.180120	0.180120	0.180120
75-79	0.272566	0.272566	0.272566	0.272566	0.272566	0.129017	0.129017	0.129017	0.129017	0.129017
80-84	0.288895	0.288895	0.288895	0.288895	0.288895	0.098286	0.098286	0.098286	0.098286	0.098286
85-89	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Cuadro 5.19
(Concluye)

Edad al inicio	Ingreso					Retiro				
	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
					Mujeres					
Nacim.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0-4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5-9	0.368799	0.368799	0.368799	0.368799	0.368799	0.009533	0.004767	0.002383	0.001192	0.000596
10-14	0.320016	0.320016	0.320016	0.320016	0.320016	0.092115	0.046057	0.023029	0.011514	0.005757
15-19	0.227807	0.227807	0.227807	0.227807	0.227807	0.193857	0.213242	0.234567	0.258023	0.283826
20-24	0.199232	0.199232	0.199232	0.199232	0.199232	0.226917	0.226917	0.226917	0.226917	0.226917
25-29	0.184912	0.184912	0.184912	0.184912	0.184912	0.209246	0.209246	0.209246	0.209246	0.209246
30-34	0.177929	0.177929	0.177929	0.177929	0.177929	0.217331	0.217331	0.217331	0.217331	0.217331
35-39	0.176904	0.176904	0.176904	0.176904	0.176904	0.220108	0.220108	0.220108	0.220108	0.220108
40-44	0.187004	0.187004	0.187004	0.187004	0.187004	0.205262	0.205262	0.205262	0.205262	0.205262
45-49	0.216788	0.216788	0.216788	0.216788	0.216788	0.179750	0.179750	0.179750	0.179750	0.179750
50-54	0.254872	0.254872	0.254872	0.254872	0.254872	0.148842	0.148842	0.148842	0.148842	0.148842
55-59	0.312453	0.312453	0.312453	0.312453	0.312453	0.114443	0.114443	0.114443	0.114443	0.114443
60-64	0.352185	0.352185	0.352185	0.352185	0.352185	0.091272	0.091272	0.091272	0.091272	0.091272
65-69	0.406190	0.406190	0.406190	0.406190	0.406190	0.066181	0.066181	0.066181	0.066181	0.066181
70-74	0.432274	0.432274	0.432274	0.432274	0.432274	0.050188	0.050188	0.050188	0.050188	0.050188
75-79	0.467391	0.467391	0.467391	0.467391	0.467391	0.034567	0.034567	0.034567	0.034567	0.034567
80-84	0.455342	0.455342	0.455342	0.455342	0.455342	0.023277	0.023277	0.023277	0.023277	0.023277
85-89	1.200000	1.200000	1.200000	1.200000	1.200000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
90-94	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
95-99	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
100-104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 5.18.

$$
{}_5\mathbf{M}^c_{20} = \begin{pmatrix} 0.000343 - 0.000110 + 0.199232 & -0.226917 \\ -0.199232 & 0.000814 - 0.000110 + 0.226917 \end{pmatrix}
$$

valorando:

$$
{}_5\mathbf{M}^c_{20} = \begin{pmatrix} 0.199465 & 0.226917 \\ -0.199232 & 0.227621 \end{pmatrix}
$$

y la matriz de cocientes perspectivos, por (5.18):

$$
\begin{aligned}
{}_5\mathbf{S}_{20} &= \exp\{-5\,{}_5\mathbf{M}^c_{20}\} = \exp\left\{\begin{pmatrix} -0.997324 & 1.134584 \\ 0.996159 & -1.138104 \end{pmatrix}\right\} \\
&= \begin{pmatrix} 0.587104 & 0.468119 \\ 0.411006 & 0.528987 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Los cocientes prospectivos para 2010–2015 se reproducen en el cuadro 5.20, y las tasas de fecundidad para los cuatro lustros de la proyección en el cuadro 5.21.

La población femenina económicamente activa de 25–29 años en 2015 es por (5.4):

$$
\begin{aligned}
{}_5PEA_{25}(2015) &= {}_5PEA_{20}(2010)\,{}_5S^{aa}_{20}(2010\,2015) + {}_5PEI_{20}(2010)\,{}_5S^{ia}_{20}(2010\,2015) \\
&= 2\,208\,608 \times 0.587104 + 2\,920\,838 \times 0.468119 = 2\,663\,984
\end{aligned}
$$

y la no económicamente activa por la segunda ecuación en (5.4):

$$
\begin{aligned}
{}_5PEI_{25}(2015) &= {}_5PEA_{20}(2010)\,{}_5S^{ai}_{20}(2010\,2015) + {}_5PEI_{20}(2010)\,{}_5S^{ii}_{20}(2010\,2015) \\
&= 2\,208\,608 \times 0.411006 + 2\,920\,838 \times 0.528987 = 2\,452\,836
\end{aligned}
$$

Los resultados para el horizonte de proyección completo se muestran en el cuadro 5.22, las proporciones de participación en el cuadro 5.23 y el cálculo de los nacimientos ocurridos en los cuatro quinquenios en el cuadro 5.24, que el eventual lector puede reproducir.

¿Qué tan importantes son las diferencias entre las proyecciones con la tabla de vida activa y mediante las tasas por cohorte? La respuesta la tenemos al comparar las celdas correspondientes de los cuadros 5.10 y 5.22. Es de esperar que los distanciamientos se magnifiquen al final de la proyección; así, comparemos las previsiones en 2030. Vemos que el procedimiento

Cuadro 5.20. México: Cocientes prospectivos por cohorte y sexo, 2010-2015

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo (1)	Inactivo (2)	Activo (3)	Inactivo (4)	Activa (5)	Inactiva (6)	Activa (7)	Inactiva (8)
Nacimiento	0.989528	0.000000	0.000000	0.989528	0.995152	0.000000	0.000000	0.995152
0-4	0.999369	0.000000	0.000000	0.999369	1.003909	0.000000	0.000000	1.003909
5-9	0.222738	0.775712	0.031557	0.966389	0.165383	0.835223	0.010795	0.989627
10-14	0.462714	0.529925	0.269027	0.723547	0.265477	0.732149	0.105373	0.891728
15-19	0.851729	0.139637	0.793686	0.197258	0.538516	0.457670	0.428409	0.567079
20-24	0.956614	0.040821	0.916128	0.077727	0.587104	0.411006	0.468119	0.528987
25-29	0.978291	0.022349	0.935320	0.054864	0.596431	0.403371	0.456454	0.541872
30-34	0.979042	0.019713	0.925879	0.055011	0.611962	0.386838	0.472503	0.524007
35-39	0.970823	0.022743	0.907763	0.062946	0.614026	0.382101	0.475419	0.516862
40-44	0.957663	0.028080	0.884160	0.074108	0.587211	0.405286	0.444858	0.541449
45-49	0.921678	0.052951	0.822733	0.122933	0.523993	0.463448	0.384267	0.593987
50-54	0.866133	0.093397	0.752374	0.184185	0.446563	0.533446	0.311525	0.655308
55-59	0.731843	0.205665	0.587999	0.334427	0.347566	0.620563	0.227295	0.722747
60-64	0.624848	0.280696	0.500926	0.400584	0.283666	0.667054	0.172874	0.752183
65-69	0.514837	0.343707	0.400546	0.461259	0.211196	0.711071	0.115856	0.771522
70-74	0.405820	0.386636	0.307518	0.498539	0.171678	0.709808	0.082410	0.752178
75-79	0.277443	0.418808	0.198240	0.540914	0.128440	0.688266	0.050902	0.708371
80-84	0.181464	0.376310	0.128025	0.524471	0.110888	0.615411	0.031460	0.626461
85-89	0.003912	0.491690	0.000000	0.476097	0.002210	0.571438	0.000000	0.522816
90-94	0.343077	0.000000	0.000000	0.343077	0.372104	0.000000	0.000000	0.372104
95-99	0.199407	0.000000	0.000000	0.199407	0.214622	0.000000	0.000000	0.214622
100-104	0.088059	0.000000	0.000000	0.088059	0.093146	0.000000	0.000000	0.093146

Fuente : Elaborado con base en los cuadros 5.16, 5.17 y 5.19.

Cuadro 5.21. México: Tasas de fecundidad por condición de actividad y edad, 2010-2030

Edad de la madre	Factor $_n\lambda_x$ (1)	Periodo 2010-2015 (2)	2015-2020 (3)	2020-2025 (4)	2025-2030 (5)
		Total			
15-19	0.794341	0.074474	0.073497	0.072690	0.072653
20-24	0.453647	0.132612	0.131028	0.129629	0.129157
25-29	0.439973	0.119616	0.118127	0.117069	0.116748
30-34	0.539593	0.086383	0.085347	0.084506	0.084349
35-39	0.552141	0.042688	0.042232	0.041885	0.041782
40-44	0.527956	0.012195	0.012067	0.012014	0.012048
45-49	0.570368	0.001905	0.001883	0.001880	0.001902
TGF*		2.35	2.32	2.30	2.29
		Activas			
15-19		0.061682	0.059722	0.058426	0.058059
20-24		0.078665	0.078950	0.079008	0.079979
25-29		0.074057	0.073363	0.072853	0.072759
30-34		0.061293	0.060890	0.060309	0.060208
35-39		0.031037	0.030871	0.030639	0.030564
40-44		0.008660	0.008622	0.008590	0.008614
45-49		0.001396	0.001389	0.001388	0.001404
TGF*		1.58	1.57	1.56	1.56
		Inactivas			
15-19		0.077651	0.075185	0.073553	0.073091
20-24		0.173405	0.174034	0.174161	0.176302
25-29		0.168321	0.166744	0.165585	0.165371
30-34		0.113591	0.112845	0.111767	0.111580
35-39		0.056212	0.055912	0.055492	0.055356
40-44		0.016404	0.016330	0.016270	0.016317
45-49		0.002448	0.002435	0.002433	0.002461
TGF*		3.04	3.02	3.00	3.00

* Tasa global de fecundidad.

Fuente: Elaborado con base en Partida (2012) y el cuadro 5.24.

Cuadro 5.22. México: Población a mitad de año por condición de actividad, edad y sexo, 2010-2030

Grupo de edad	Total					Activos					Inactivos				
	2010	2015	2020	2025	2030	2010	2015	2020	2025	2030	2010	2015	2020	2025	2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
								Hombres							
0-4	5 732 243	5 922 890	6 103 404	6 160 246	6 166 528	0	0	0	0	0	5 732 243	5 922 890	6 103 404	6 160 246	6 166 528
5-9	5 762 383	5 728 624	5 904 029	6 066 462	6 103 672	0	0	0	0	0	5 762 383	5 728 624	5 904 029	6 066 462	6 103 672
10-11	2 245 984	2 300 220	2 281 531	2 345 962	2 404 852	0	0	0	0	0	2 245 984	2 300 220	2 281 531	2 345 962	2 404 852
12-14	3 368 976	3 450 330	3 422 297	3 518 944	3 607 277	350 585	181 846	91 263	47 200	24 264	3 018 391	3 268 484	3 331 034	3 471 744	3 583 013
15-19	5 482 640	5 573 286	5 676 002	5 598 433	5 724 343	2 497 598	1 578 480	900 046	471 079	248 279	2 985 042	3 994 806	4 775 956	5 127 354	5 476 064
20-24	4 899 612	5 434 045	5 464 122	5 504 798	5 370 979	3 971 703	4 496 463	4 566 368	4 668 419	4 631 855	927 909	937 582	897 754	836 379	739 124
25-29	4 364 740	4 883 722	5 352 491	5 318 974	5 295 900	4 151 970	4 649 468	5 099 079	5 068 742	5 049 151	212 770	234 254	253 412	250 232	246 749
30-34	4 100 120	4 365 310	4 838 520	5 253 330	5 171 874	3 997 526	4 260 842	4 722 798	5 127 732	5 048 207	102 594	104 468	115 722	125 598	123 667
35-39	3 925 310	4 093 180	4 328 196	4 764 855	5 138 336	3 839 294	4 008 735	4 238 993	4 666 562	5 032 238	86 016	84 445	89 203	98 293	106 098
40-44	3 453 957	3 898 090	4 045 648	4 258 121	4 665 966	3 366 209	3 805 357	3 949 508	4 156 807	4 554 803	87 748	92 733	96 140	101 314	111 163
45-49	2 900 864	3 402 304	3 828 831	3 962 690	4 159 235	2 808 408	3 301 279	3 715 285	3 845 008	4 035 528	92 456	101 025	113 546	117 682	123 707
50-54	2 397 821	2 824 587	3 308 773	3 719 409	3 844 924	2 251 905	2 664 513	3 121 566	3 508 697	3 626 808	145 916	160 074	187 207	210 712	218 116
55-59	1 903 064	2 297 428	2 706 595	3 171 454	3 565 730	1 694 527	2 060 232	2 428 030	2 844 771	3 198 082	208 537	237 196	278 565	326 683	367 648
60-64	1 473 305	1 780 992	2 152 875	2 539 988	2 980 552	1 112 281	1 362 746	1 649 017	1 945 378	2 282 454	361 024	418 246	503 858	594 610	698 098
65-69	1 130 567	1 332 687	1 615 421	1 958 014	2 316 213	733 930	875 853	1 063 824	1 289 579	1 525 399	396 637	456 834	551 597	668 435	790 814
70-74	852 885	971 935	1 150 473	1 400 368	1 704 162	465 319	536 726	636 601	775 170	943 398	387 566	435 209	513 872	625 198	760 764
75-79	589 415	681 145	780 303	928 794	1 136 727	264 850	308 019	353 620	421 152	515 591	324 565	373 126	426 683	507 642	621 136
80-84	366 519	424 306	493 147	568 616	681 336	121 528	137 823	160 488	185 276	222 217	244 991	286 483	332 659	383 340	459 119
85-89	200 921	227 641	264 222	309 329	359 185	52 023	53 418	61 809	72 521	84 380	148 898	174 223	202 413	236 808	274 805
90-94	87 824	96 672	110 522	129 465	152 720	0	0	0	0	0	87 824	96 672	110 522	129 465	152 720
95-99	28 397	30 130	33 420	38 591	45 586	0	0	0	0	0	28 397	30 130	33 420	38 591	45 586
100-104	5 233	5 663	6 039	6 780	7 887	0	0	0	0	0	5 233	5 663	6 039	6 780	7 887
105-109	366	461	487	522	589	0	0	0	0	0	366	461	487	522	589

Cuadro 5.22

(Concluye)

Grupo de edad	Total					Activos					Inactivos				
	2010 (1)	2015 (2)	2020 (3)	2025 (4)	2030 (5)	2010 (6)	2015 (7)	2020 (8)	2025 (9)	2030 (10)	2010 (11)	2015 (12)	2020 (13)	2025 (14)	2030 (15)
								Mujeres							
0-4	5 482 373	5 672 908	5 838 433	5 885 779	5 885 123	0	0	0	0	0	5 482 373	5 672 908	5 838 433	5 885 779	5 885 123
5-9	5 555 847	5 503 804	5 673 477	5 815 191	5 836 945	0	0	0	0	0	5 555 847	5 503 804	5 673 477	5 815 191	5 836 945
10-11	2 186 959	2 223 278	2 196 528	2 258 104	2 308 152	0	0	0	0	0	2 186 959	2 223 278	2 196 528	2 258 104	2 308 152
12-14	3 280 439	3 334 918	3 294 792	3 387 156	3 462 228	117 824	59 977	29 752	15 325	7 840	3 162 615	3 274 941	3 265 040	3 371 831	3 454 388
15-19	5 491 666	5 451 605	5 521 128	5 433 905	5 564 976	1 092 594	594 978	314 786	158 422	82 044	4 399 072	4 856 627	5 206 342	5 275 483	5 482 932
20-24	5 129 446	5 467 652	5 393 849	5 428 477	5 309 123	2 208 608	2 472 981	2 524 330	2 656 947	2 729 656	2 920 838	2 994 671	2 869 519	2 771 530	2 579 467
25-29	4 738 132	5 116 820	5 418 275	5 309 836	5 308 528	2 448 139	2 663 984	2 834 765	2 787 803	2 800 510	2 289 993	2 452 836	2 583 510	2 522 033	2 508 018
30-34	4 503 907	4 733 814	5 086 311	5 358 608	5 224 532	2 343 135	2 505 422	2 694 561	2 840 502	2 770 572	2 160 772	2 228 392	2 391 750	2 518 106	2 453 960
35-39	4 293 912	4 493 555	4 706 388	5 039 036	5 289 879	2 306 698	2 454 880	2 576 746	2 758 918	2 896 192	1 987 214	2 038 675	2 129 642	2 280 118	2 393 687
40-44	3 768 891	4 269 640	4 457 982	4 658 540	4 976 358	2 048 286	2 361 132	2 470 487	2 581 977	2 757 706	1 720 605	1 908 508	1 987 495	2 076 563	2 218 652
45-49	3 180 676	3 729 965	4 220 129	4 400 751	4 592 885	1 641 457	1 968 202	2 232 035	2 327 755	2 428 880	1 539 219	1 761 763	1 988 094	2 072 996	2 164 005
50-54	2 634 190	3 126 588	3 664 640	4 144 370	4 319 595	1 187 727	1 451 582	1 706 749	1 930 229	2 011 213	1 446 463	1 675 006	1 957 891	2 214 141	2 308 382
55-59	2 086 330	2 562 472	3 041 814	3 566 323	4 034 141	770 750	981 005	1 169 489	1 371 162	1 550 278	1 315 580	1 581 467	1 872 325	2 195 161	2 483 863
60-64	1 624 903	1 996 041	2 453 906	2 916 302	3 423 144	441 692	566 911	700 505	832 482	976 457	1 183 211	1 429 130	1 753 401	2 083 820	2 446 687
65-69	1 265 582	1 514 462	1 864 289	2 297 238	2 736 308	262 640	329 839	408 245	502 916	598 429	1 002 942	1 184 623	1 456 044	1 794 322	2 137 879
70-74	971 145	1 132 212	1 359 685	1 680 371	2 078 537	138 709	171 665	207 309	256 033	316 239	832 436	960 547	1 152 376	1 424 338	1 762 298
75-79	704 213	817 012	957 461	1 156 549	1 437 742	74 346	92 415	108 974	131 487	163 133	629 867	724 597	848 487	1 025 062	1 274 609
80-84	477 312	538 960	629 676	743 610	905 523	33 699	41 611	48 977	57 763	70 168	443 613	497 349	580 699	685 847	835 355
85-89	277 334	316 338	360 324	425 018	507 039	13 786	17 693	20 383	24 012	28 566	263 548	298 645	339 941	401 006	478 473
90-94	126 533	145 695	167 926	193 356	230 900	0	0	0	0	0	126 533	145 695	167 926	193 356	230 900
95-99	42 122	47 083	54 996	64 060	74 715	0	0	0	0	0	42 122	47 083	54 996	64 060	74 715
100-104	7 839	9 040	10 251	12 119	14 278	0	0	0	0	0	7 839	9 040	10 251	12 119	14 278
105-109	541	730	834	953	1 149	0	0	0	0	0	541	730	834	953	1 149

Fuente: Elaborado con base en la población media de 2010 de Somede (2011) y en los cuadros 5.20 y 5.21.

Cuadro 5.23. México: Proporciones de participación por edad y sexo, 2010-2030

Grupo de edad	2010 (1)	2015 (2)	2020 (3)	2025 (4)	2030 (5)
			Hombres		
12-14	0.104063	0.052704	0.026667	0.013413	0.006726
15-19	0.455547	0.283223	0.158570	0.084145	0.043372
20-24	0.810616	0.827462	0.835700	0.848064	0.862386
25-29	0.951253	0.952034	0.952655	0.952955	0.953408
30-34	0.974978	0.976069	0.976083	0.976092	0.976089
35-39	0.978087	0.979369	0.979390	0.979371	0.979352
40-44	0.974595	0.976211	0.976236	0.976207	0.976176
45-49	0.968128	0.970307	0.970344	0.970303	0.970257
50-54	0.939146	0.943328	0.943421	0.943348	0.943272
55-59	0.890420	0.896756	0.897079	0.896993	0.896894
60-64	0.754956	0.765161	0.765960	0.765900	0.765782
65-69	0.649170	0.657208	0.658543	0.658616	0.658575
70-74	0.545582	0.552224	0.553339	0.553547	0.553585
75-79	0.449344	0.452208	0.453183	0.453440	0.453575
80-84	0.331574	0.324820	0.325436	0.325837	0.326149
85-89	0.258923	0.234659	0.233928	0.234446	0.234921
			Mujeres		
12-14	0.035917	0.017985	0.009030	0.004524	0.002264
15-19	0.198955	0.109138	0.057015	0.029154	0.014743
20-24	0.430574	0.452293	0.468002	0.489446	0.514144
25-29	0.516689	0.520633	0.523186	0.525026	0.527549
30-34	0.520245	0.529261	0.529767	0.530082	0.530301
35-39	0.537202	0.546311	0.547500	0.547509	0.547497
40-44	0.543472	0.553005	0.554172	0.554246	0.554162
45-49	0.516072	0.527673	0.528902	0.528945	0.528835
50-54	0.450889	0.464270	0.465734	0.465747	0.465602
55-59	0.369429	0.382835	0.384471	0.384475	0.384289
60-64	0.271827	0.284018	0.285465	0.285458	0.285252
65-69	0.207525	0.217793	0.218982	0.218922	0.218699
70-74	0.142830	0.151619	0.152468	0.152367	0.152145
75-79	0.105573	0.113113	0.113816	0.113689	0.113465
80-84	0.070602	0.077206	0.077781	0.077679	0.077489
85-89	0.049709	0.055931	0.056569	0.056496	0.056339

Fuente: Elaborado con base en el cuadro 5.22.

Cuadro 5.24. México: Estimación de los nacimientos por condición de actividad y edad de la madre, 2010-2030

Edad de la madre	Activas				Inactivas			
	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
				Años-persona vividos				
15-19	4 218 930	2 274 410	1 183 020	601 165	23 139 248	25 157 423	26 204 563	26 896 038
20-24	11 703 973	12 493 278	12 953 193	13 466 508	14 788 773	14 660 475	14 102 623	13 377 493
25-29	12 780 308	13 746 873	14 056 420	13 970 783	11 857 073	12 590 865	12 763 858	12 575 128
30-34	12 121 393	12 999 958	13 837 658	14 027 685	10 972 910	11 550 355	12 274 640	12 430 165
35-39	11 903 945	12 579 065	13 339 160	14 137 775	10 064 723	10 420 793	11 024 400	11 684 513
40-44	11 023 545	12 079 048	12 631 160	13 349 208	9 072 783	9 740 008	10 160 145	10 738 038
45-49	9 024 148	10 500 593	11 399 475	11 891 588	8 252 455	9 374 643	10 152 725	10 592 503
				Tasas de fecundidad				
15-19	0.061682	0.059722	0.058426	0.058059	0.077651	0.075185	0.073553	0.073091
20-24	0.078665	0.078950	0.079008	0.079979	0.173405	0.174034	0.174161	0.176302
25-29	0.074057	0.073363	0.072853	0.072759	0.168321	0.166744	0.165585	0.165371
30-34	0.061293	0.060890	0.060309	0.060208	0.113591	0.112845	0.111767	0.111580
35-39	0.031037	0.030871	0.030639	0.030564	0.056212	0.055912	0.055492	0.055356
40-44	0.008660	0.008622	0.008590	0.008614	0.016404	0.016330	0.016270	0.016317
45-49	0.001396	0.001389	0.001388	0.001404	0.002448	0.002435	0.002433	0.002461
				Nacimientos				
15-19	260 230	135 833	69 119	34 903	1 796 791	1 891 450	1 927 413	1 965 869
20-24	920 687	986 342	1 023 403	1 077 033	2 564 445	2 551 416	2 456 133	2 358 473
25-29	946 468	1 008 512	1 024 055	1 016 501	1 995 795	2 099 454	2 113 509	2 079 567
30-34	742 955	791 571	834 529	844 577	1 246 423	1 303 398	1 371 896	1 386 960
35-39	369 465	388 331	408 701	432 109	565 763	582 646	611 762	646 804
40-44	95 468	104 142	108 500	114 996	148 827	159 058	165 306	175 209
45-49	12 599	14 584	15 822	16 691	20 200	22 828	24 706	26 066
Total	3 347 872	3 429 315	3 484 129	3 536 810	8 338 244	8 610 250	8 670 725	8 638 948

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.21 y 5.22.

de tasas por cohorte tiende a acrecentar la PEA de ambos sexos, de manera más significativa al final del intervalo etario de participación en la actividad económica; en cambio, disminuye aún más la de menores de 20 años que bajo el algoritmo con la tabla de vida activa. Las discrepancias estriban, fundamentalmente, en que las tasas de ingreso y retiro son más bajas cuando se emplean cohortes en lugar de grupos de edad; excepto 5–9 años en las tasas de salida en los cuatro quinquenios y en las de entrada en los dos últimos lustros, en 80–84 en las de ingreso y 85–89 años en las de retiro en los cuatro quinquenios, igual en ambos sexos.

Veamos ahora la contribución de los componentes. Los años-persona vividos se derivan otra vez con las fórmulas (5.20). Para las mujeres de 20–24 años en 2010 son:

$$
\begin{aligned}
{}_5\overline{K}^{c}_{20} &= \begin{pmatrix} 0.199465 & 0.226917 \\ -0.199232 & 0.227621 \end{pmatrix}^{-1} \left[\mathbf{I} - \begin{pmatrix} 0.587104 & 0.468119 \\ 0.411006 & 0.528987 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 2\,208\,608 \\ 2\,920\,838 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 13\,165\,927 \\ 13\,579\,929 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

los ingresos y retiros de la actividad:

$$
{}_5\mathcal{H}^{ia,c}_{20} = {}_5K^{i,c}_{20}\,{}_5M^{ia,c}_{20} = 13\,579\,929 \times 0.226917 = 3\,081\,515
$$

$$
{}_5\mathcal{H}^{ai,c}_{20} = {}_5K^{a,c}_{20}\,{}_5M^{ai,c}_{20} = 13\,165\,927 \times 0.199232 = 2\,623\,071
$$

las defunciones:

$$
{}_5\mathcal{D}^{a,c}_{20} = {}_5K^{a,c}_{20}\,{}_5M^{a\delta,c}_{20} = 13\,165\,927 \times 0.000343 = 4\,520
$$

$$
{}_5\mathcal{D}^{i,c}_{20} = {}_5K^{i,c}_{20}\,{}_5M^{i\delta,c}_{20} = 13\,579\,929 \times 0.000814 = 11\,057
$$

y la migración neta:

$$
{}_5\mathcal{MN}^{a,c}_{20} = {}_5K^{a,c}_{20}\,{}_5\eta^{a,c}_{20} = 13\,165\,927 \times 0.000110 = 1\,452
$$

$$
{}_5\mathcal{MN}^{i,c}_{20} = {}_5K^{i,c}_{20}\,{}_5\eta^{i,c}_{20} = 13\,579\,929 \times 0.000110 = 1\,499
$$

Comprobemos la primera ecuación en (5.21):

$$
{}_5P^{a}_{25}(2015) = {}_5P^{a}_{20}(2010) - {}_5\mathcal{D}^{a,c}_{20} + {}_5\mathcal{MN}^{a,c}_{20} + {}_5\mathcal{H}^{ia,c}_{20} - {}_5\mathcal{H}^{ai,c}_{20}
$$

$$
2\,208\,608 - 4\,520 + 1\,452 + 3\,081\,515 - 2\,623\,071 = 2\,663\,984
$$

Los años-persona vividos y los eventos por edad y sexo para el periodo 2010–2015 se presentan en el cuadro 5.25.

En el cuadro 5.26 se reproduce el aporte de los componentes totales al cambio demográfico de las poblaciones económicamente activa e inactiva para los cuatro quinquenios de la

Cuadro 5.25. México: Años-persona vividos y eventos por cohorte y sexo, 2010-2015

Edad al inicio	Años-persona vividos		Ingresos	Retiros	Defunciones		Migrates netos	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	(3)	(4)	Activos (5)	Inactivos (6)	Activos (7)	Inactivos (8)
Hombres	166 112 480	119 989 429	12 167 895	8 803 215	974 118	843 090	211 582	72 556
Nacimiento	0	14 885 446	0	0	0	102 869	0	40 187
0-4	0	28 652 139	0	0	0	44 737	0	41 118
5-9	592 767	28 646 341	370 339	188 371	82	9 756	- 40	- 1 955
10-14	5 669 366	22 399 650	2 465 252	1 229 059	4 194	17 165	- 4 104	- 16 211
15-19	20 224 849	7 761 696	3 753 194	1 720 606	26 661	12 162	- 7 062	- 2 710
20-24	31 355 079	2 491 013	1 565 029	877 779	52 352	9 811	42 867	3 406
25-29	10 169 191	402 696	266 170	160 611	21 811	3 738	25 124	995
30-34	21 286 622	472 430	302 778	290 457	54 376	7 010	53 264	1 182
35-39	18 744 193	446 484	271 828	285 915	59 232	8 308	39 382	938
40-44	16 340 106	478 622	274 785	297 932	68 331	10 648	26 548	778
45-49	13 019 508	665 014	316 664	399 004	77 752	15 550	16 197	828
50-54	10 329 096	1 006 285	408 167	520 088	89 730	21 613	9 978	972
55-59	7 203 294	1 671 273	478 854	721 891	94 327	34 623	5 583	1 295
60-64	4 822 581	2 148 973	552 400	694 649	97 037	47 713	2 858	1 274
65-69	3 086 134	2 175 587	469 212	571 140	96 269	64 057	993	701
70-74	1 869 016	1 981 556	356 918	423 260	91 100	80 933	142	151
75-79	949 955	1 621 584	209 212	258 925	77 247	87 681	- 67	- 114
80-84	404 155	1 089 614	107 093	116 758	58 370	80 231	- 75	- 202
85-89	46 567	643 061	0	46770	5 247	98 919	- 6	- 77
90-94	0	269 646	0	0	0	57 694	0	0
95-99	0	70 498	0	0	0	22 734	0	0
100 o más	0	9 820	0	0	0	5 138	0	0

Cuadro 5.25

(Concluye)

Edad al inicio	Años-persona vividos		Ingresos	Retiros	Defunciones		Migrates netos	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	(3)	(4)	Activas (5)	Inactivas (6)	Activas (7)	Inactivas (8)
Mujeres	91 933 801	209 225 287	21 257 798	19 579 446	92 920	1 376 875	18 755	124 796
Nacimiento	0	14 216 785	0	0	0	78 656	0	51 020
0-4	0	27 465 404	0	0	0	35 352	0	56 783
5-9	190 466	27 312 127	130 189	70 244	31	6 725	63	9 042
10-14	2 252 480	26 028 125	1 198 789	720 829	389	10 183	- 417	- 4 804
15-19	10 695 629	17 931 425	3 823 739	2 436 542	2 915	10 674	- 3 895	- 6 530
20-24	13 165 927	13 579 929	3 081 515	2 623 071	4 520	11 057	1 452	1 499
25-29	12 514 935	11 324 925	2 369 694	2 314 161	4 977	12 157	6 727	6 089
30-34	12 333 681	10 609 969	2 305 879	2 194 521	6 063	16 290	6 450	5 551
35-39	11 781 084	9 733 363	2 142 392	2 084 123	7 817	23 729	3 982	3 292
40-44	9 813 774	8 586 962	1 762 580	1 835 210	9 569	33 322	2 115	1 850
45-49	7 322 014	7 825 803	1 406 685	1 587 328	10 575	46 293	1 343	1 437
50-54	5 064 743	7 347 634	1 093 637	1 290 862	10 367	63 484	870	1 263
55-59	3 061 901	6 651 583	761 226	956 700	8 782	82 829	417	905
60-64	1 802 993	5 807 445	530 059	634 987	6 915	103 484	- 10	- 32
65-69	995 728	4 825 345	319 346	404 455	5 702	126 709	- 164	- 795
70-74	542 092	3 850 960	193 272	234 333	5 134	148 189	- 99	- 711
75-79	265 807	2 786 083	96 306	124 235	4 757	159 931	- 49	- 516
80-84	119 302	1 825 400	42 490	54 323	4 145	156 378	- 28	- 423
85-89	11 243	991 722	0	13522	262	131 251	- 2	- 124
90-94	0	401 836	0	0	0	79 450	0	0
95-99	0	107 486	0	0	0	33 082	0	0
100 o más	0	14 975	0	0	0	7 650	0	0

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.16, 5.17, 5.19, 5.20, 5.22 y 5.24.

proyección. Se advierte una reducción importante —a menos de la mitad— en ingresos y retiros de la actividad con respecto al procedimiento con la tabla de vida activa, en ambos sexos y los dos decenios; sin embargo, las tasas medias anuales de crecimiento de la PEA son más altas en los últimos tres quinquenios, incluso en el primero en las mujeres. Aunque el intercambio de personas entre actividad e inactividad es menor, el acrecentamiento en la demanda de puestos de trabajo sería mayor, pues ahora la economía mexicana debería crear más de un millón de empleos de calidad en cada año del periodo 2010–2030.

Finalmente, conviene mecionar que, si suponemos que la mortalidad y la migración neta son iguales para activos e inactivos, el procedimiento se simplifica y se evita el engorroso cálculo de exponenciales y logaritmos de matrices.[13] En ese caso, las probabilidades de transición se obtienen con (3.7) y (3.8), las esperanzas de vida parcial con (3.11), y la valoración de (5.11) y (5.12) con una hoja de cálculo como EXCEL o LOTUS. Una vez deducidos los cocientes perspectivos, el cálculo de las tasas es directo mediante (3.41); si se reemplazan las probabilidades p por los cocientes S y se incorporan las tasas por cohorte en (3.11), se tienen las esperanzas de vida parcial para las distintas generaciones, y los años-persona y los eventos se determinan directamente.

[13]Cuantificar las series de potencias de las ecuaciones (3.18) y (3.20) o disponer del paquete MATLAB.

Cuadro 5.26. México: Crecimiento de la población por condición de actividad, sexo y periodo

Año	Población (1)	Años-persona (2)	Nacimientos (3)	Defunciones (4)	Migrantes netos (5)	Ingresos (6)	Retiros (7)	Crecimiento Absoluto (8)	Crecimiento Tasa (%) (9)=(8)/(2)
				Población económicamente activa					
				Total					
2010	48 809 746	258 046 281	0	1 067 038	230 337	33 425 693	28 382 661	4 206 331	1.63
2015	53 016 077	280 666 906	0	1 191 398	- 46 437	34 828 555	29 800 409	3 790 311	1.35
2020	56 806 388	298 110 573	0	1 301 682	- 366 488	36 916 584	31 726 976	3 521 438	1.18
2025	60 327 826	313 912 000	0	1 414 444	- 703 352	38 804 644	33 804 137	2 882 711	0.92
2030	63 210 537								
				Hombres					
2010	31 679 656	166 112 480	0	974 118	211 582	12 167 895	8 803 215	2 602 144	1.57
2015	34 281 800	182 675 070	0	1 090 451	8 790	12 468 653	8 910 497	2 476 495	1.36
2020	36 758 295	194 063 914	0	1 194 724	- 231 646	13 159 416	9 397 248	2 335 798	1.20
2025	39 094 093	204 635 481	0	1 302 325	- 484 759	13 839 642	10 123 997	1 928 561	0.94
2030	41 022 654								
				Mujeres					
2010	17 130 090	91 933 801	0	92 920	18 755	21 257 798	19 579 446	1 604 187	1.74
2015	18 734 277	97 991 835	0	100 947	- 55 227	22 359 902	20 889 912	1 313 816	1.34
2020	20 048 093	104 046 658	0	106 958	- 134 842	23 757 168	22 329 728	1 185 640	1.14
2025	21 233 733	109 276 519	0	112 119	- 218 593	24 965 002	23 680 140	954 150	0.87
2030	22 187 883								

Cuadro 5.26

(Concluye)

Año	Población (1)	Años-persona (2)	Nacimientos (3)	Defunciones (4)	Migrantes netos (5)	Ingresos (6)	Retiros (7)	Crecimiento Absoluto (8)	Crecimiento Tasa (%) (9)=(8)/(2)
				Población no económicamente activa					
				Total					
2010	64 293 692	329 214 716	11 686 116	2 219 965	197 352	33 425 693	28 382 661	4 620 471	1.40
2015	68 914 163	349 404 518	12 039 565	2 404 396	- 87 132	34 828 555	29 800 409	4 519 891	1.29
2020	73 434 054	368 875 975	12 154 854	2 637 334	- 389 995	36 916 584	31 726 976	3 937 917	1.07
2025	77 371 971	386 619 921	12 175 758	2 929 984	- 701 402	38 804 644	33 804 137	3 543 865	0.92
2030	80 915 836								
				Hombres					
2010	23 593 490	119 989 429	5 985 572	843 090	72 556	12 167 895	8 803 215	1 850 358	1.54
2015	25 443 848	127 628 793	6 166 606	899 403	- 43 842	12 468 653	8 910 497	1 665 205	1.30
2020	27 109 053	134 162 035	6 225 657	973 778	- 168 712	13 159 416	9 397 248	1 320 999	0.98
2025	28 430 052	139 798 232	6 236 364	1 072 005	- 296 847	13 839 642	10 123 997	1 151 867	0.82
2030	29 581 919								
				Mujeres					
2010	40 700 202	209 225 287	5 700 544	1 376 875	124 796	21 257 798	19 579 446	2 770 113	1.32
2015	43 470 315	221 775 725	5 872 959	1 504 993	- 43 290	22 359 902	20 889 912	2 854 686	1.29
2020	46 325 001	234 713 940	5 929 197	1 663 556	- 221 283	23 757 168	22 329 728	2 616 918	1.11
2025	48 941 919	246 821 689	5 939 394	1 857 979	- 404 555	24 965 002	23 680 140	2 391 998	0.97
2030	51 333 917								

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.22, 5.24 y 5.25.

Anexos

A. Los censos de población de México de 2000 y 2010

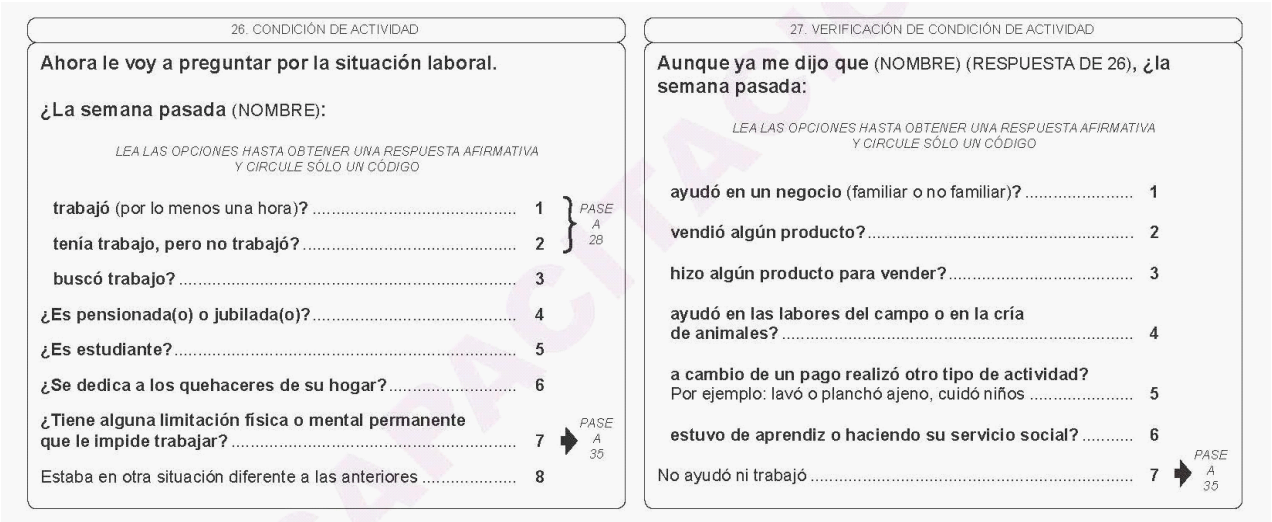
En el pasado era común reconocer cierta omisión en la actividad económica al declarar la condición de actividad en los censos de población de México; esa omisión se hizo evidente con el advenimiento de las encuestas continuas de ocupación. En aras de mejorar la captación censal, en el recuento de 2000 se incluyó una pregunta para verificar la condición de actividad —que se repitió en el censo de 2010—, nominalmente para recuperar aquella parte de la PEI en la pregunta tradicional que debió ser codificada como económicamente activa. En la figura A.1 se reproducen las preguntas sobre la actividad principal de las personas incluidas el censo de población de México de 2010, las cuales son similares a las preguntas del censo de 2000. Las tres primeras opciones (1 y 2 para ocupados y 3 para desocupados) del lado izquierdo ("26. Condición de actividad" en la figura) corresponden a la PEA, mientras las cinco restantes forman la PEI. Con la pregunta del lado derecho de la figura ("27. Verificación de condición de actividad") se recupera aquella PEI que, por cualquier motivo, ego o un tercero consideró que no participaba en la actividad económica. Mientras en el censo de 2000 la verificación se hizo a toda la población (cuestionario básico), en 2010 sólo se preguntó a los ocupantes de una muestra de 10% de las viviendas particulares (cuestionario ampliado).

Con la base de los microdatos del censo de 2000 generamos las primeras cuatro columnas del cuadro A.1. En la quinta columna se advierte que la fracción de personas que no especificaron —o un tercero no pudo precisar por ellas— la condición de actividad es baja en el rango etario de nuestro interés (12–89 años). Así, supusimos que la omisión fue de origen aleatorio y distribuimos proporcionalmente (prorrateamos) el rubro no especificado de acuerdo al reparto por condición de actividad.[1]

En el caso de 2010 el cálculo es algo más complicado, ya que la verificación de actividad sólo se incluyó en la muestra censal. Los tabulados disponibles de la enumeración total, en el sitio de internet del INEGI, terminan en el intervalo abierto 85 años o más de edad. Así, para nuestro objetivo, fue necesario abrir el intervalo abierto en los grupos 85–89, 90–94, 95–99 años y 100 o más, con el fin de separar el primero de estos cuatro intervalos etarios, ya que a lo largo del libro suponemos que la actividad económica cesa a los 90 años. La estimación se hizo mediante el algoritmo de asignación biproporcional iterativa que

[1] Las cifras de las primeras cuatro columnas del cuadro incluyen la verificación de condición de actividad.

Figura A.1. Preguntas sobre condición de actividad en el censo de población de México de 2010



26. CONDICIÓN DE ACTIVIDAD

Ahora le voy a preguntar por la situación laboral.

¿La semana pasada (NOMBRE):

LEA LAS OPCIONES HASTA OBTENER UNA RESPUESTA AFIRMATIVA Y CIRCULE SÓLO UN CÓDIGO

trabajó (por lo menos una hora)?	1	PASE A 28
tenía trabajo, pero no trabajó?	2	
buscó trabajo?	3	
¿Es pensionada(o) o jubilada(o)?	4	
¿Es estudiante?	5	
¿Se dedica a los quehaceres de su hogar?	6	
¿Tiene alguna limitación física o mental permanente que le impide trabajar?	7	PASE A 35
Estaba en otra situación diferente a las anteriores	8	

27. VERIFICACIÓN DE CONDICIÓN DE ACTIVIDAD

Aunque ya me dijo que (NOMBRE) (RESPUESTA DE 26), **¿la semana pasada:**

LEA LAS OPCIONES HASTA OBTENER UNA RESPUESTA AFIRMATIVA Y CIRCULE SÓLO UN CÓDIGO

ayudó en un negocio (familiar o no familiar)?	1	
vendió algún producto?	2	
hizo algún producto para vender?	3	
ayudó en las labores del campo o en la cría de animales?	4	
a cambio de un pago realizó otro tipo de actividad? Por ejemplo: lavó o planchó ajeno, cuidó niños	5	
estuvo de aprendiz o haciendo su servicio social?	6	
No ayudó ni trabajó	7	PASE A 35

describimos a continuación.

Sea $E_{i,j}$ un arreglo bivariado, donde i indica el renglón (grupo de edad) y j la columna (condición de actividad), del cual se conocen un arreglo inicial representativo —digamos $E_{i,j}^{(0)}$ (valores expandidos de la muestra en las columnas 6 a 8 del cuadro A.2)— y los marginales renglón y columna (procedentes de los tabulados de la enumeración total):

$$E_{i,\bullet} = \sum_{j=1}^{3} E_{i,j} \quad \text{y} \quad E_{\bullet,j} = \sum_{i=1}^{4} E_{i,j}$$

donde el número de renglones (grupos de edad) es 4 y el de columnas 3 (activos, inactivos y no especificado).

Si se inicia el procedimiento por renglón, para cada uno de los renglones i se reparte proporcionalmente la diferencia entre las 3 columnas:

$$\tilde{E}_{i,j}^{(0)} = \frac{E_{i,\bullet}}{E_{i,\bullet}^{(0)}} E_{i,j}^{(0)}$$

y la diferencia respecto del arreglo que resulta se distribuye ahora entre los 4 renglones de cada columna j:

$$E_{i,j}^{(1)} = \frac{E_{\bullet,j}}{\tilde{E}_{\bullet,j}^{(0)}} \tilde{E}_{i,j}^{(0)}$$

con lo cual se ha completado la primera iteración (indicada por el sobreíndice 1).

Cuadro A.1. México: Población según condición de actividad económica por edad y sexo, 2000

Grupo de edad	Valores originales					No especificado prorrateado		Proporciones	
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	No especificado (4)	% de no especificado (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Actividad (8)=(6)/(1)	Inactividad (9)=(7)/(1)
					Hombres				
12-14	3 227 308	358 208	2 806 134	62 966	1.95	365 336	2 861 972	0.11320	0.88680
15-19	4 909 648	2 290 305	2 588 526	30 817	0.63	2 304 772	2 604 876	0.46944	0.53056
20-24	4 303 600	3 345 154	943 740	14 706	0.34	3 356 624	946 976	0.77996	0.22004
25-29	3 861 482	3 478 172	374 795	8 515	0.22	3 485 859	375 623	0.90273	0.09727
30-34	3 383 356	3 131 178	246 363	5 815	0.17	3 136 569	246 787	0.92706	0.07294
35-39	3 023 328	2 805 986	213 176	4 166	0.14	2 809 858	213 470	0.92939	0.07061
40-44	2 494 771	2 295 861	195 122	3 788	0.15	2 299 352	195 419	0.92167	0.07833
45-49	1 957 177	1 761 567	193 083	2 527	0.13	1 763 844	193 333	0.90122	0.09878
50-54	1 624 033	1 389 028	232 560	2 445	0.15	1 391 122	232 911	0.85659	0.14342
55-59	1 234 072	968 675	263 459	1 938	0.16	970 199	263 873	0.78618	0.21382
60-64	1 045 404	677 972	365 092	2 340	0.22	679 493	365 911	0.64998	0.35002
65-69	779 666	417 328	359 928	2 410	0.31	418 622	361 044	0.53693	0.46308
70-74	589 106	256 781	330 590	1 735	0.29	257 539	331 567	0.43717	0.56283
75-79	411 197	142 140	267 913	1 144	0.28	142 537	268 660	0.34664	0.65336
80-84	217 330	53 232	162 780	1 318	0.61	53 557	163 773	0.24643	0.75357
85-89	125 041	20 472	103 766	803	0.64	20 604	104 437	0.16478	0.83522
90-94	50 843	6 455	43 772	616	1.21	6 534	44 309	0.12851	0.87149
95-99	25 741	4 696	20 562	483	1.88	4 786	20 955	0.18593	0.81407
100 o más	8 029	1 244	6 056	729	9.08	1 368	6 661	0.17038	0.82962

Cuadro A.1.
(Concluye)

Grupo de edad	Valores originales					No especificado prorrateado		Proporciones	
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	No especificado (4)	% de no especificado (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	Actividad (8)=(6)/(1)	Inactividad (9)=(7)/(1)
					Mujeres				
12-14	3 165 107	157 551	2 966 988	40 568	1.28	159 597	3 005 510	0.05042	0.94958
15-19	5 082 487	1 214 869	3 843 451	24 167	0.48	1 220 673	3 861 814	0.24017	0.75983
20-24	4 767 534	1 751 450	3 002 990	13 094	0.27	1 756 274	3 011 260	0.36838	0.63162
25-29	4 296 261	1 683 384	2 604 663	8 214	0.19	1 686 609	2 609 652	0.39258	0.60742
30-34	3 753 167	1 487 632	2 259 536	5 999	0.16	1 490 014	2 263 153	0.39700	0.60300
35-39	3 329 210	1 370 986	1 953 803	4 421	0.13	1 372 809	1 956 401	0.41235	0.58765
40-44	2 700 062	1 080 320	1 615 866	3 876	0.14	1 081 873	1 618 189	0.40069	0.59932
45-49	2 114 914	750 876	1 361 036	3 002	0.14	751 943	1 362 971	0.35554	0.64446
50-54	1 733 920	515 386	1 215 720	2 814	0.16	516 224	1 217 696	0.29772	0.70228
55-59	1 325 159	304 275	1 018 387	2 497	0.19	304 849	1 020 310	0.23005	0.76995
60-64	1 152 742	196 787	953 147	2 808	0.24	197 268	955 474	0.17113	0.82887
65-69	881 119	114 663	763 710	2 746	0.31	115 021	766 098	0.13054	0.86946
70-74	656 568	65 287	589 049	2 232	0.34	65 510	591 058	0.09978	0.90022
75-79	454 073	33 905	418 720	1 448	0.32	34 013	420 060	0.07491	0.92509
80-84	266 546	13 286	251 580	1 680	0.63	13 370	253 176	0.05016	0.94984
85-89	165 010	5 425	158 365	1 220	0.74	5 465	159 545	0.03312	0.96688
90-94	71 163	1 960	68 396	807	1.13	1 982	69 181	0.02785	0.97215
95-99	37 151	1 795	34 793	563	1.52	1 823	35 328	0.04907	0.95093
100 o más	11 728	563	10 383	782	6.67	603	11 125	0.05142	0.94859

Fuente: Censo General de Población y Vivienda 2000.

Cuadro A.2. México: Población según condición de actividad económica por edad y sexo, 2010

Grupo de edad	Censo (100%)				Muestra de 10% expandida				
					Condición de actividad (pregunta 26)				
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	No especi-ficado (4)	Total (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	No especi-ficado (8)	Verificado (9)
					Hombres				
12-14	3 291 591	214 934	3 063 264	13 393	3 293 766	148 229	3 127 571	17 966	87 037
15-19	5 520 121	2 272 650	3 222 609	24 862	5 528 566	1 990 020	3 506 704	31 842	202 004
20-24	4 813 204	3 756 602	1 025 952	30 650	4 788 933	3 515 226	1 249 863	23 844	112 499
25-29	4 205 975	3 918 410	254 640	32 925	4 140 332	3 728 204	393 355	18 773	48 741
30-34	4 026 031	3 856 363	138 089	31 579	3 985 937	3 727 694	238 764	19 479	36 855
35-39	3 964 738	3 811 207	123 963	29 568	3 923 383	3 685 299	220 135	17 949	36 492
40-44	3 350 322	3 209 555	116 860	23 907	3 365 183	3 141 298	205 968	17 917	31 653
45-49	2 824 364	2 681 783	123 412	19 169	2 882 083	2 651 818	215 851	14 414	33 625
50-54	2 402 451	2 203 127	181 651	17 673	2 478 521	2 177 944	282 491	18 086	36 102
55-59	1 869 537	1 610 077	243 096	16 364	1 938 607	1 580 010	341 662	16 935	39 282
60-64	1 476 667	1 049 007	410 183	17 477	1 537 644	1 004 347	513 015	20 282	50 374
65-69	1 095 273	649 487	427 659	18 127	1 152 635	610 903	521 090	20 642	46 805
70-74	873 893	426 885	424 854	22 154	931 293	375 556	530 695	25 042	33 262
75-79	579 689	226 508	333 531	19 650	607 073	183 157	402 463	21 453	20 332
80-84	355 277	100 912	238 628	15 737	369 587	75 199	278 385	16 003	8 696
85-89	197 461	42 578	144 144	10 739	209 548	28 076	171 581	9 891	3 804
90-94	68 130	10 572	53 270	4 288	69 780	6 544	59 528	3 708	783
95-99	25 920	3 498	20 485	1 937	26 292	2 130	22 515	1 647	192
100 o más	7 228	983	5 594	651	7 426	609	6 254	563	29

Cuadro A.2.
(Concluye)

Grupo de edad	Censo (100%)				Muestra de 10% expandida				
					Condición de actividad (pregunta 26)				
	Total (1)	Activa (2)	Inactiva (3)	No especi-ficado (4)	Total (5)	Activa (6)	Inactiva (7)	No especi-ficado (8)	Verificado (9)
					Mujeres				
12-14	3 212 541	60 509	3 142 259	9 773	3 206 666	47 500	3 146 058	13 108	42 802
15-19	5 505 991	898 362	4 587 845	19 784	5 521 318	759 350	4 735 723	26 245	163 259
20-24	5 079 067	1 961 185	3 097 008	20 874	5 112 857	1 751 622	3 332 165	29 070	193 583
25-29	4 582 202	2 154 783	2 406 605	20 814	4 577 964	1 967 928	2 587 035	23 001	184 515
30-34	4 444 767	2 067 711	2 356 195	20 861	4 427 493	1 889 833	2 513 859	23 801	213 691
35-39	4 328 249	2 057 030	2 252 375	18 844	4 340 039	1 888 671	2 428 988	22 380	236 876
40-44	3 658 904	1 750 749	1 892 862	15 293	3 714 964	1 618 658	2 080 584	15 722	212 139
45-49	3 104 366	1 397 742	1 693 650	12 974	3 179 451	1 308 261	1 854 981	16 209	184 986
50-54	2 661 840	1 019 149	1 631 233	11 458	2 746 780	958 559	1 773 512	14 709	165 423
55-59	2 025 828	605 537	1 411 110	9 181	2 106 967	561 388	1 534 204	11 375	129 301
60-64	1 639 799	339 737	1 290 996	9 066	1 699 430	310 402	1 378 014	11 014	94 599
65-69	1 221 992	173 340	1 040 792	7 860	1 281 896	146 939	1 124 467	10 490	66 648
70-74	1 000 041	95 606	894 916	9 519	1 043 831	82 386	948 997	12 448	39 527
75-79	665 794	44 798	612 528	8 468	700 694	34 921	655 768	10 005	19 175
80-84	443 659	19 113	415 593	8 953	471 920	13 742	448 675	9 503	8 324
85-89	256 703	8 010	240 531	8 162	269 469	6 184	256 125	7 160	3 355
90-94	96 794	1 837	91 367	3 590	99 641	1 387	95 173	3 081	598
95-99	39 812	609	37 434	1 769	41 044	461	39 063	1 520	340
100 o más	11 247	99	10 650	498	11 685	75	11 179	431	16

Fuente: Censo General de Población y Vivienda 2010.

El procedimiento se aplica sucesivamente hasta que el arreglo converge, es decir, hasta que después de k iteraciones se satisface la siguiente condición:

$$\|E_{i,j}^{(k)} - E_{i,j}^{(k-1)}\| < \varepsilon$$

para todas las 12 celdas del arreglo y donde ε se fija arbitrariamente, en nuestro caso 0.5 en todas las casillas. Los resultados se reproducen en los últimos cuatro renglones de las columnas (2) a (4) del cuadro A.2.

Nuestro propósito aquí es asignar la verificación de condición de actividad captada en la muestra al total de activos recogido en el total de la población. El primer paso consiste en repartir proporcionalmente la condición no especificada, lo cual se hace para cada grupo etario y sexo por separado. Los resultados se muestran en las primeras cinco columnas del cuadro A.3. Por ejemplo, para el grupo 20–24 años de mujeres en la muestra, la activa es:

$${}_5\widehat{PEA}_{20} = \frac{{}_5P_{20}\,{}_5PEA_{20}}{{}_5P_{20} - {}_5PNE_{20}} = \frac{5\,112\,857 \times 1\,751\,622}{5\,112\,857 - 29\,070} = 1\,761\,638$$

y la inactiva:

$${}_5\widehat{PEI}_{20} = {}_5P_{20} - {}_5\widehat{PEA}_{20} = 5\,112\,857 - 1\,761\,638 = 3\,351\,219$$

donde PNE es la población con condición de actividad no especificada. Dado que la verificación corresponde a la inactividad original (pregunta 26 en la figura A.1), el total por asignación de la no respuesta es:

$${}_5\widehat{PEAV}_{20} = {}_5PEAV_{20} \times \frac{{}_5\widehat{PEI}_{20}}{{}_5PEI_{20}} = 193\,583 \times \frac{3\,351\,219}{3\,332\,165} = 194\,690$$

cifras que se pueden cotejar en el renglón correspondiente del segundo panel del cuadro A.3.

La población activa corregida es:

$${}_5\widetilde{PEA}_{20} = {}_5\widehat{PEA}_{20} + {}_5\widehat{PEAV}_{20} = 1\,761\,638 + 194\,690 = 1\,956\,328$$

y la inactiva:

$${}_5\widetilde{PEI}_{20} = {}_5P_{20} - {}_5\widetilde{PEA}_{20} = 5\,112\,857 - 1\,956\,328 = 3\,156\,529$$

Valores que se pueden ver en las columnas (6) y (7) del cuadro A.3.

La verificación significa un aumento de la PEA inicial del orden de (columna 8):

$${}_5\rho_{20} = \frac{{}_5\widetilde{PEA}_{20}}{{}_5\widehat{PEA}_{20}} = \frac{1\,956\,328}{1\,761\,638} = 1.11052$$

que aplicada a la población activa (ajustada por no respuesta) del total enumerado nos da el total estimado:

$$ {}_5PEA_{20} = {}_5\widehat{PEA}_{20} \times {}_5\rho_{20} = 1\,969\,278 \times 1.11052 = 2\,186\,916 $$

y la inactiva, usando la columna (1) del cuadro A.2:

$$ {}_5PEI_{20} = {}_5P_{20} - {}_5PEA_{20} = 5\,079\,067 - 2\,186\,916 = 2\,892\,151 $$

Los resulados definitivos se presentan en las dos últimas columnas del cuadro A.3.

Cuadro A.3. México: Población según condición de actividad económica por edad y sexo ajustada, 2010

Grupo de edad	Censo (100%)		Muestra de 10% expandida						Definitivo	
						Agregando verificación		Factor de verificación		
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Verificado (5)	Activa (6)=(3)+(5)	Inactiva (7)=(4)-(5)	(8)=(6)/(3)	Activa (9)=(1)×(8)	Inactiva (10)*
					Hombres					
12-14	215 812	3 075 779	149 042	3 144 724	87 514	236 556	3 057 210	1.58718	342 532	2 949 059
15-19	2 282 932	3 237 189	2 001 548	3 527 018	203 174	2 204 722	3 323 844	1.10151	2 514 672	3 005 449
20-24	3 780 677	1 032 527	3 532 816	1 256 117	113 062	3 645 878	1 143 055	1.03200	3 901 659	911 545
25-29	3 949 326	256 649	3 745 185	395 147	48 963	3 794 148	346 184	1.01307	4 000 944	205 031
30-34	3 886 850	139 181	3 746 000	239 937	37 036	3 783 036	202 901	1.00989	3 925 291	100 740
35-39	3 839 844	124 894	3 702 236	221 147	36 660	3 738 896	184 487	1.00990	3 877 858	86 880
40-44	3 232 622	117 700	3 158 113	207 070	31 822	3 189 935	175 248	1.01008	3 265 207	85 115
45-49	2 700 109	124 255	2 665 147	216 936	33 794	2 698 941	183 142	1.01268	2 734 346	90 018
50-54	2 219 454	182 997	2 193 953	284 568	36 367	2 230 321	248 200	1.01658	2 256 253	146 198
55-59	1 624 294	245 243	1 593 934	344 673	39 628	1 633 562	305 045	1.02486	1 664 674	204 863
60-64	1 061 571	415 096	1 017 772	519 872	51 047	1 068 819	468 825	1.05016	1 114 819	361 848
65-69	660 417	434 856	622 043	530 592	47 658	669 701	482 934	1.07662	711 018	384 255
70-74	437 988	435 905	385 934	545 359	34 181	420 115	511 178	1.08857	476 781	397 112
75-79	234 455	345 234	189 867	417 206	21 077	210 943	396 130	1.11100	260 480	319 209
80-84	105 589	249 688	78 602	290 985	9 090	87 692	281 895	1.11565	117 800	237 477
85-89	45 027	152 434	29 467	180 081	3 992	33 459	176 089	1.13547	51 127	146 334
90-94	11 282	56 848	6 911	62 869	827	7 738	62 042	1.11966	12 632	55 498
95-99	3 781	22 139	2 272	24 020	205	2 477	23 815	1.09023	4 122	21 798
100 o más	1 080	6 148	659	6 767	31	690	6 736	1.04704	1 131	6 097

Cuadro A.3.
(Concluye)

Grupo de edad	Censo (100%)		Muestra de 10% expandida						Definitivo	
						Agregando verifcación		Factor de verificación		
	Activa (1)	Inactiva (2)	Activa (3)	Inactiva (4)	Verificado (5)	Activa (6)=(3)+(5)	Inactiva (7)=(4)-(5)	(8)=(6)/(3)	Activa (9)=(1)×(8)	Inactiva (10)*
					Mujeres					
12-14	60 694	3 151 847	47 695	3 158 971	42 978	90 673	3 115 993	1.90110	115 385	3 097 156
15-19	901 602	4 604 389	762 977	4 758 341	164 039	927 015	4 594 303	1.21500	1 095 444	4 410 547
20-24	1 969 278	3 109 789	1 761 638	3 351 219	194 690	1 956 328	3 156 529	1.11052	2 186 916	2 892 151
25-29	2 164 615	2 417 587	1 977 865	2 600 099	185 447	2 163 312	2 414 652	1.09376	2 367 572	2 214 630
30-34	2 077 461	2 367 306	1 900 047	2 527 446	214 846	2 114 893	2 312 600	1.11307	2 312 368	2 132 399
35-39	2 066 025	2 262 224	1 898 461	2 441 578	238 104	2 136 564	2 203 475	1.12542	2 325 144	2 003 105
40-44	1 758 097	1 900 807	1 625 537	2 089 427	213 041	1 838 578	1 876 386	1.13106	1 988 511	1 670 393
45-49	1 403 608	1 700 758	1 314 965	1 864 486	185 934	1 500 899	1 678 552	1.14140	1 602 076	1 502 290
50-54	1 023 555	1 638 285	963 720	1 783 060	166 314	1 130 033	1 616 747	1.17257	1 200 194	1 461 646
55-59	608 294	1 417 534	564 435	1 542 532	130 003	694 438	1 412 529	1.23032	748 399	1 277 429
60-64	341 626	1 298 173	312 427	1 387 003	95 216	407 643	1 291 787	1.30476	445 741	1 194 058
65-69	174 462	1 047 530	148 151	1 133 745	67 198	215 349	1 066 547	1.45358	253 594	968 398
70-74	96 525	903 516	83 380	960 451	40 004	123 384	920 447	1.47978	142 836	857 205
75-79	45 375	620 419	35 427	665 267	19 453	54 880	645 814	1.54910	70 290	595 504
80-84	19 507	424 152	14 024	457 896	8 495	22 519	449 401	1.60575	31 323	412 336
85-89	8 273	248 430	6 353	263 116	3 447	9 799	259 670	1.54242	12 760	243 943
90-94	1 908	94 886	1 431	98 210	617	2 048	97 593	1.43117	2 731	94 063
95-99	637	39 175	479	40 565	353	832	40 212	1.73695	1 106	38 706
100 o más	104	11 143	78	11 607	17	94	11 591	1.20513	125	11 122

* Columna (1) del cuadro A.2 menos columna (9) del cuadro A.3.

Fuente: Cuadro A.2.

B. Mortalidad distinta

En el cuadro B.1 se presentan las tablas abreviadas de mortalidad general por sexo para 2010, obtenidas por la Sociedad Mexicana de Demografía (SOMEDE, 2011). Con base en esas tablas y el reparto por condición de actividad de la población y las defunciones registradas, deduciremos las tasas de mortalidad de activos e inactivos.

Sean ${}_nD_x^a$ las defunciones de activos, ${}_nD_x^i$ las de inactivos y ${}_nD_x$ el total, entre las edades exactas x y $x+n$. Las tasas de mortalidad son:

$$ {}_nM_x^a = \frac{{}_nD_x^a}{{}_nPEA_x} \qquad {}_nM_x^i = \frac{{}_nD_x^i}{{}_nPEI_x} \qquad {}_nM_x = \frac{{}_nD_x}{{}_nP_x} \tag{B.1} $$

Por el principio de cerradura tenemos:

$$ {}_nD_x = {}_nD_x^a + {}_nD_x^i $$

y al dividir entre las poblaciones respectivas y reemplazar las igualdades de (B.1):

$$ {}_nM_x = \frac{{}_nD_x}{{}_nP_x} = \frac{{}_nPEA_x}{{}_nP_x}\,\frac{{}_nD_x^a}{{}_nPEA_x} + \frac{{}_nPEI_x}{{}_nP_x}\,\frac{{}_nD_x^i}{{}_nPEI_x} = {}_nA_x\,{}_nM_x^a + {}_nI_x\,{}_nM_x^i \tag{B.2} $$

Como ${}_nA_x + {}_nI_x = 1$, la tasa total de mortalidad es la media de las tasas específicas, por condición de actividad, ponderadas por las proporciones de participación y no participación.

Sea ${}_n\rho_x$ el cociente de las tasas de mortalidad específicas:

$$ {}_n\rho_x = \frac{{}_nM_x^a}{{}_nM_x^i} = \frac{\frac{{}_nD_x^a}{{}_nPEA_x}}{\frac{{}_nD_x^i}{{}_nPEI_x}} = \frac{{}_nD_x^a}{{}_nD_x^i}\,\frac{{}_nPEI_x}{{}_nPEA_x} = \frac{{}_n\delta_x}{{}_n\kappa_x} \tag{B.3} $$

donde, ${}_n\delta_x = {}_nD_x^a/{}_nD_x^i$ lo tomamos directamente de las defunciones del registro civil y ${}_n\kappa_x = {}_nPEA_x/{}_nPEI_x = {}_nA_x/{}_nI_x$ del censo de población de 2010 (cuadro A.2). Si reemplazamos en (B.2):

$$ {}_nM_x = {}_nA_x\,{}_n\rho_x\,{}_nM_x^i + {}_nI_x\,{}_nM_x^i = \left[{}_nA_x\,{}_n\rho_x + {}_nI_x\right]\,{}_nM_x^i \tag{B.4} $$

y despejamos:

Cuadro B.1. México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2010

$x,x+n-1$	${}_nq_x$ (1)	${}_nm_x$ (2)	l_x (3)	${}_nd_x$ (4)	${}_nL_x$ (5)	T_x (6)	e_x (7)	${}_nf_x$ (8)
				Hombres				
0-0	0.014698	0.014899	1 000 000	14 698	986 547	72 037 115	72.04	0.0847
1-4	0.002375	0.000595	985 302	2 340	3 935 375	71 050 567	72.11	1.5217
5-9	0.001548	0.000310	982 962	1 522	4 910 998	67 115 193	68.28	2.4986
10-11	0.000741	0.000371	981 440	728	1 962 539	62 204 194	63.38	1.4908
12-14	0.001717	0.000573	980 712	1 684	2 939 830	60 241 656	61.43	1.6174
15-19	0.006122	0.001228	979 028	5 994	4 882 068	57 301 826	58.53	2.8170
20-24	0.010904	0.002192	973 034	10 610	4 840 240	52 419 757	53.87	2.6511
25-29	0.013980	0.002815	962 424	13 454	4 779 189	47 579 517	49.44	2.5528
30-34	0.015489	0.003122	948 970	14 699	4 708 491	42 800 328	45.10	2.5261
35-39	0.017201	0.003470	934 271	16 071	4 631 960	38 091 837	40.77	2.5486
40-44	0.020761	0.004194	918 201	19 062	4 544 998	33 459 877	36.44	2.5869
45-49	0.027423	0.005557	899 138	24 657	4 436 894	28 914 879	32.16	2.6152
50-54	0.038425	0.007828	874 481	33 602	4 292 717	24 477 985	27.99	2.6284
55-59	0.055369	0.011372	840 880	46 559	4 094 012	20 185 269	24.00	2.6291
60-64	0.080487	0.016738	794 321	63 932	3 819 511	16 091 257	20.26	2.6210
65-69	0.116768	0.024737	730 389	85 286	3 447 691	12 271 746	16.80	2.6051
70-74	0.167900	0.036550	645 102	108 312	2 963 395	8 824 055	13.68	2.5800
75-79	0.237796	0.053853	536 790	127 646	2 370 254	5 860 661	10.92	2.5425
80-84	0.329437	0.078958	409 143	134 787	1 707 073	3 490 406	8.53	2.4876
85-89	0.446208	0.115990	274 356	122 420	1 055 432	1 783 333	6.50	2.4159
90-94	0.591989	0.173951	151 936	89 945	517 067	727 901	4.79	2.3026
95-99	0.752994	0.266245	61 992	46 679	175 325	210 834	3.40	2.1158
100 o más	1.000000	0.431219	15 312	15 312	35 509	35 509	2.32	2.3190
				Mujeres				
0-0	0.011944	0.012076	1 000 000	11 944	989 081	77 788 957	77.79	0.0858
1-4	0.002031	0.000508	988 056	2 006	3 947 442	76 799 876	77.73	1.6263
5-9	0.001345	0.000269	986 049	1 326	4 926 801	72 852 434	73.88	2.4320
10-11	0.000532	0.000266	984 723	524	1 969 193	67 925 633	68.98	1.5057
12-14	0.001027	0.000342	984 199	1 010	2 951 161	65 956 440	67.02	1.5775
15-19	0.002568	0.000514	983 189	2 524	4 910 013	63 005 279	64.08	2.6366
20-24	0.003192	0.000639	980 664	3 130	4 895 618	58 095 267	59.24	2.5355
25-29	0.003529	0.000707	977 534	3 450	4 879 222	53 199 649	54.42	2.5556
30-34	0.004362	0.000874	974 084	4 249	4 860 278	48 320 426	49.61	2.6134
35-39	0.006161	0.001236	969 835	5 975	4 835 153	43 460 148	44.81	2.6542
40-44	0.009315	0.001871	963 860	8 978	4 798 366	38 624 995	40.07	2.6676
45-49	0.014433	0.002906	954 882	13 782	4 742 323	33 826 629	35.42	2.6717
50-54	0.022529	0.004554	941 100	21 202	4 656 108	29 084 305	30.90	2.6706
55-59	0.035194	0.007156	919 897	32 375	4 523 918	24 428 197	26.56	2.6658
60-64	0.054822	0.011253	887 523	48 656	4 323 632	19 904 279	22.43	2.6574
65-69	0.084877	0.017683	838 867	71 201	4 026 562	15 580 647	18.57	2.6437
70-74	0.130064	0.027728	767 666	99 846	3 600 889	11 554 085	15.05	2.6219
75-79	0.196123	0.043324	667 820	130 975	3 023 173	7 953 196	11.91	2.5879
80-84	0.288637	0.067304	536 845	154 953	2 302 291	4 930 023	9.18	2.5352
85-89	0.412432	0.104348	381 892	157 504	1 509 413	2 627 732	6.88	2.4601
90-94	0.569414	0.163381	224 387	127 769	782 033	1 118 319	4.98	2.3397
95-99	0.742609	0.258040	96 618	71 749	278 056	336 286	3.48	2.1424
100 o más	1.000000	0.427074	24 869	24 869	58 230	58 230	2.34	2.3415

Fuente: Somede (2011).

$$ {}_nM_x^i = \frac{{}_nM_x}{{}_nA_x\,{}_n\rho_x + {}_nI_x} \qquad \text{y} \qquad {}_nM_x^a = {}_n\rho_x\,{}_nM_x^i \tag{B.5} $$

Las tasas de mortalidad total ${}_nM_x$ se tomaron de las tablas de mortalidad del cuadro B.1.[1]

En ambos paneles del cuadro B.2 se advierte que, en general, el porcentaje de condición de actividad no especificada en las defunciones del registro civil es bajo. Así, podemos calcular el valor de ρ directamente de las defunciones clasificadas por condición de actividad.

Veamos el cálculo con el grupo de edad 50–54 años masculino. Con base en las proporciones del censo de 2010 tenemos que:

$$ {}_5\kappa_{50} = \frac{{}_5A_{50}}{{}_5I_{50}} = \frac{0.939146}{0.060854} = 15.432857 $$

por las defunciones:

$$ {}_5\delta_{50} = \frac{{}_5D_{50}^a}{{}_5D_{50}^i} = \frac{43357}{8687} = 4.991021 $$

de donde,

$$ {}_5\rho_{50} = \frac{{}_5\delta_{50}}{{}_5\kappa_{50}} = \frac{4.991021}{15.432857} = 0.323402 $$

la tasa de mortalidad en la inactividad:

$$ {}_5M_{50}^i = \frac{{}_5M_{50}}{{}_5A_{50} \times {}_5\rho_{50} + {}_5I_{50}} = \frac{0.007828}{0.939146 \times 0.323402 + 0.060854} = 0.021470 $$

y en la actividad:

$$ {}_5M_{50}^a = {}_5\rho_{50} \times {}_5M_{50}^i = 0.323402 \times 0.021470 = 0.006944 $$

Los resultados se reproducen en las dos primeras columnas del cuadro B.3.

En la cuarta columna del cuadro B.3 se presentan las veces que la mortalidad de inactivos es la de activos, es decir, $1/{}_n\rho_x$. Se advierte que en las mujeres, en todo el rango etario, el riesgo de morir es mayor entre las inactivas; en los hombres, en cambio, en el grupo 15–19 años y a partir de 65 años es menor. En la juventud es factible ese diferencial, ya que los activos, sobre todo en el medio urbano, están más expuestos a la mortalidad por accidentes o violencia. Entre 20 y 64 la sobremortalidad de los inactivos es también probable, ya que quienes no participan en las actividades económicas, por lo general, están física o mentalmente incapacitados para "trabajar" y su riesgo de fallecer es mayor que entre los activos. A partir de 65 años, cuando una fracción importante de activos comienza a retirarse, la mortalidad debe ser similar entre ambas subpoblaciones y, conforme se envejece,

[1] Las fórmulas (B.3) y (B.4) se basan en la idea original de Honeycutt *et al.* (2003).

Cuadro B.2. México: Mortalidad por condición de actividad, edad y sexo, 2009-2011

Edad	Censo de 2010			Defunciones						
	Proporciones									
	Activo	Inactivo	${}_n\kappa_x$	Total	Activos	Inactivos	No especificado	% No especificado	${}_n\delta_x$	${}_n\rho_x$
				Hombres						
12-14	0.10406	0.89594	0.11615	4 384	249	3 271	864	19.7	0.07612	0.65539
15-19	0.45555	0.54445	0.83670	20 899	8 571	9 329	2 999	14.3	0.91875	1.09806
20-24	0.81062	0.18938	4.28027	30 129	19 839	6 320	3 970	13.2	3.13908	0.73338
25-29	0.95125	0.04875	19.51385	32 805	24 477	3 964	4 364	13.3	6.17482	0.31643
30-34	0.97498	0.02502	38.96458	35 547	27 052	3 739	4 756	13.4	7.23509	0.18568
35-39	0.97809	0.02191	44.63464	39 757	30 806	4 273	4 678	11.8	7.20945	0.16152
40-44	0.97459	0.02541	38.36230	41 197	32 555	4 784	3 858	9.4	6.80497	0.17739
45-49	0.96813	0.03187	30.37555	47 044	37 321	6 239	3 484	7.4	5.98189	0.19693
50-54	0.93915	0.06085	15.43286	55 364	43 357	8 687	3 320	6.0	4.99102	0.32340
55-59	0.89042	0.10958	8.12579	62 043	47 245	11 922	2 876	4.6	3.96284	0.48769
60-64	0.75496	0.24504	3.08090	69 560	47 041	19 501	3 018	4.3	2.41224	0.78296
65-69	0.64917	0.35083	1.85038	77 244	48 380	25 978	2 886	3.7	1.86235	1.00647
70-74	0.54558	0.45442	1.20062	86 981	51 565	32 138	3 278	3.8	1.60449	1.33638
75-79	0.44934	0.55066	0.81602	92 213	53 590	35 240	3 383	3.7	1.52072	1.86358
80-84	0.33157	0.66843	0.49605	85 456	48 960	33 104	3 392	4.0	1.47898	2.98152
85-89	0.25892	0.74108	0.34939	71 112	41 309	26 833	2 970	4.2	1.53948	4.40626
90 o más										
				Mujeres						
12-14	0.03592	0.96408	0.03726	2 934	34	2 331	569	19.4	0.01459	0.39152
15-19	0.19895	0.80105	0.24837	8 436	774	6 646	1 016	12.0	0.11646	0.46890
20-24	0.43057	0.56943	0.75616	9 177	2 137	6 278	762	8.3	0.34040	0.45017
25-29	0.51669	0.48331	1.06906	9 792	2 720	6 387	685	7.0	0.42587	0.39835
30-34	0.52025	0.47975	1.08440	11 397	2 914	7 702	781	6.9	0.37834	0.34890
35-39	0.53720	0.46280	1.16077	14 731	3 630	10 388	713	4.8	0.34944	0.30104
40-44	0.54347	0.45653	1.19045	18 802	4 204	13 901	697	3.7	0.30242	0.25404
45-49	0.51607	0.48393	1.06642	26 579	5 437	20 441	701	2.6	0.26599	0.24942
50-54	0.45089	0.54911	0.82112	35 425	5 720	28 960	745	2.1	0.19751	0.24054
55-59	0.36943	0.63057	0.58586	44 325	5 248	38 215	862	1.9	0.13733	0.23440
60-64	0.27183	0.72817	0.37330	54 076	4 154	48 919	1 003	1.9	0.08492	0.22747
65-69	0.20753	0.79247	0.26187	63 021	3 186	58 777	1 058	1.7	0.05420	0.20699
70-74	0.14283	0.85717	0.16663	74 711	2 657	70 674	1 380	1.8	0.03760	0.22562
75-79	0.10557	0.89443	0.11803	85 848	2 505	81 714	1 629	1.9	0.03066	0.25972
80-84	0.07060	0.92940	0.07596	89 395	2 243	85 241	1 911	2.1	0.02631	0.34639
85-89	0.04971	0.95029	0.05231	81 702	1 813	77 971	1 918	2.3	0.02325	0.44453
90 o más										

Fuente: Cuadros A.3 y B.1 y Estadísticas vitales 2009 a 2011.

Cuadro B.3. México: Mortalidad corregida por condición de actividad, edad y sexo, 2009-2011

Edad	Tasas de mortalidad iniciales			Inactividad / Actividad ($1/\rho$)		Tasas de mortalidad definitivas		
	Total (1)	Actividad (2)	Inactividad (3)	Inicial (4)	Ajustada (5)	Total (6)	Actividad (7)	Inactividad (8)
				Hombres				
12-14	0.000573	0.000389	0.000594	1.5258	1.5258	0.000573	0.000389	0.000594
15-19	0.001228	0.001291	0.001175	0.9107	0.9107	0.001228	0.001291	0.001175
20-24	0.002192	0.002051	0.002796	1.3635	1.3635	0.002192	0.002051	0.002796
25-29	0.002815	0.002547	0.008049	3.1602	3.1602	0.002815	0.002547	0.008049
30-34	0.003122	0.002813	0.015150	5.3855	5.3855	0.003122	0.002813	0.015150
35-39	0.003470	0.003115	0.019287	6.1911	6.1911	0.003470	0.003115	0.019287
40-44	0.004194	0.003752	0.021152	5.6374	5.6374	0.004194	0.003752	0.021152
45-49	0.005557	0.004918	0.024973	5.0779	5.0779	0.005557	0.004918	0.024973
50-54	0.007828	0.006944	0.021470	3.0921	3.0921	0.007828	0.006944	0.021470
55-59	0.011372	0.010198	0.020912	2.0505	2.0505	0.011372	0.010198	0.020912
60-64	0.016738	0.015674	0.020018	1.2772	1.2772	0.016738	0.015674	0.020018
65-69	0.024737	0.024793	0.024634	0.9936	0.9936	0.024737	0.024793	0.024634
70-74	0.036550	0.041271	0.030882	0.7483	0.9115	0.036550	0.038081	0.034712
75-79	0.053853	0.072303	0.038798	0.5366	0.7919	0.053853	0.060825	0.048165
80-84	0.078958	0.142071	0.047651	0.3354	0.5937	0.078958	0.108394	0.064356
85-89	0.115990	0.271571	0.061633	0.2269	0.4626	0.115990	0.192745	0.089173
90 o más	0.208732	0.000000	0.208732			0.208732	0.000000	0.208732
				Mujeres				
12-14	0.000342	0.000137	0.000350	2.5542	2.5542	0.000342	0.000137	0.000350
15-19	0.000514	0.000270	0.000575	2.1327	2.1327	0.000514	0.000270	0.000575
20-24	0.000639	0.000377	0.000838	2.2214	2.2214	0.000639	0.000377	0.000838
25-29	0.000707	0.000409	0.001026	2.5103	2.5103	0.000707	0.000409	0.001026
30-34	0.000874	0.000461	0.001322	2.8662	2.8662	0.000874	0.000461	0.001322
35-39	0.001236	0.000596	0.001979	3.3218	3.3218	0.001236	0.000596	0.001979
40-44	0.001871	0.000799	0.003147	3.9363	3.9363	0.001871	0.000799	0.003147
45-49	0.002906	0.001183	0.004744	4.0093	4.0093	0.002906	0.001183	0.004744
50-54	0.004554	0.001666	0.006925	4.1573	4.1573	0.004554	0.001666	0.006925
55-59	0.007156	0.002339	0.009979	4.2662	4.2662	0.007156	0.002339	0.009979
60-64	0.011253	0.003240	0.014245	4.3961	4.3961	0.011253	0.003240	0.014245
65-69	0.017683	0.004381	0.021166	4.8311	4.8311	0.017683	0.004381	0.021166
70-74	0.027728	0.007034	0.031176	4.4322	4.4322	0.027728	0.007034	0.031176
75-79	0.043324	0.012206	0.046997	3.8503	3.8503	0.043324	0.012206	0.046997
80-84	0.067304	0.024441	0.070560	2.8869	2.8869	0.067304	0.024441	0.070560
85-89	0.104348	0.047703	0.107311	2.2496	2.2496	0.104348	0.047703	0.107311
90 o más	0.200647	0.000000	0.200647			0.200647	0.000000	0.200647

Fuente: Cuadro B.2.

la supervivencia debe ser favorable a los inactivos, ya que una gran parte de ellos gozan de un estado físico y mental similar al de los activos.

El franco descenso de la sobremortalidad de inactivos, sin embargo, parece poco viable, pues aún casi la mitad de los varones de 70–79 años permanece activa y la probabilidad de morir debiera ser similar entre la PEA y la PEI.

Tomando como base el patrón de sobre mortalidad de inactivas en las mujeres, corregimos el patrón masculino de $1/_n\rho_x$ mediante la siguiente extrapolación:

$$\frac{1}{{}_5\widehat{\rho}_x^m} = \frac{1}{{}_5\rho_{x-5}^m} \times \frac{{}_5\rho_{x-5}^f}{{}_5\rho_x^f} \qquad x = 70, 75, 80, 85$$

donde los sobreíndices m y f indican el sexo masculino y femenino, respectivamente. El resultado se muestra en la columna (5) del cuadro B.3. Con los valores ajustados de ρ se vuelven a valorar las ecuaciones (B.5). Los resultados se reproducen en las últimas tres columnas del cuadro B.3.

Para ilustrar las proyecciones demográficas en el capítulo 5 se usaron las tablas de mortalidad proyectadas por Partida (2012) que se reproducen en los cuadros B.4 a B.7.

Cuadro B.4. México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2010-2015

$x,x+n$ -1	${}_nq_x$ (1)	${}_nm_x$ (2)	l_x (3)	${}_nd_x$ (4)	${}_nL_x$ (5)	T_x (6)	e_x (7)	${}_nf_x$ (8)
				Hombres				
0-0	0.015041	0.015251	1 000 000	15 041	986 248	72 527 360	72.53	0.0857
1-4	0.002321	0.000581	984 959	2 286	3 934 359	71 541 112	72.63	1.6047
5-9	0.001420	0.000284	982 673	1 396	4 909 527	67 606 753	68.80	2.2500
10-14	0.002176	0.000436	981 277	2 135	4 901 049	62 697 226	63.89	2.5000
12-14		0.000502						
15-19	0.005257	0.001054	979 142	5 147	4 883 862	57 796 177	59.03	2.6985
20-24	0.009234	0.001855	973 995	8 994	4 849 250	52 912 315	54.33	2.6958
25-29	0.011660	0.002345	965 001	11 252	4 799 067	48 063 065	49.81	2.6949
30-34	0.013128	0.002642	953 749	12 521	4 739 874	43 263 998	45.36	2.6943
35-39	0.015306	0.003083	941 228	14 406	4 672 910	38 524 124	40.93	2.6934
40-44	0.019408	0.003917	926 822	17 988	4 592 586	33 851 214	36.52	2.6917
45-49	0.026523	0.005370	908 834	24 105	4 488 453	29 258 628	32.19	2.6886
50-54	0.037806	0.007696	884 729	33 448	4 346 166	24 770 175	28.00	2.6836
55-59	0.054879	0.011263	851 281	46 718	4 147 833	20 424 009	23.99	2.6760
60-64	0.080180	0.016660	804 563	64 510	3 872 153	16 276 176	20.23	2.6645
65-69	0.116905	0.024742	740 053	86 516	3 496 713	12 404 023	16.76	2.6472
70-74	0.168872	0.036725	653 537	110 364	3 005 186	8 907 310	13.63	2.6215
75-79	0.239794	0.054245	543 173	130 250	2 401 150	5 902 124	10.87	2.5838
80-84	0.333294	0.079807	412 923	137 625	1 724 463	3 500 974	8.48	2.5284
85-89	0.451868	0.117487	275 298	124 398	1 058 826	1 776 511	6.45	2.4464
90-94	0.597730	0.175936	150 900	90 198	512 672	717 685	4.76	2.3189
95-99	0.757438	0.268844	60 702	45 978	171 022	205 013	3.38	2.1184
100-104	0.895027	0.416171	14 724	13 178	31 666	33 991	2.31	1.8164
105-109	0.974202	0.647609	1 546	1 546	2 325	2 325	1.50	1.4117
				Mujeres				
0-0	0.011903	0.012034	1 000 000	11 903	989 117	78 202 414	78.20	0.0857
1-4	0.001939	0.000485	988 097	1 916	3 947 602	77 213 297	78.14	1.5029
5-9	0.001160	0.000232	986 181	1 144	4 927 759	73 265 695	74.29	2.2500
10-14	0.001383	0.000277	985 037	1 362	4 921 768	68 337 936	69.38	2.5000
12-14		0.000306						
15-19	0.002391	0.000479	983 675	2 352	4 912 969	63 416 168	64.47	2.7014
20-24	0.002913	0.000583	981 323	2 859	4 900 040	58 503 199	59.62	2.6996
25-29	0.003189	0.000639	978 464	3 120	4 885 138	53 603 159	54.78	2.6979
30-34	0.004045	0.000810	975 344	3 945	4 867 633	48 718 021	49.95	2.6968
35-39	0.005856	0.001174	971 399	5 689	4 843 893	43 850 388	45.14	2.6969
40-44	0.008943	0.001796	965 710	8 637	4 808 651	39 006 495	40.39	2.6960
45-49	0.013952	0.002809	957 073	13 353	4 754 574	34 197 844	35.73	2.6940
50-54	0.021839	0.004412	943 720	20 610	4 671 005	29 443 270	31.20	2.6907
55-59	0.034124	0.006934	923 110	31 500	4 542 637	24 772 265	26.84	2.6853
60-64	0.053243	0.010919	891 610	47 472	4 347 760	20 229 628	22.69	2.6768
65-69	0.082635	0.017191	844 138	69 755	4 057 698	15 881 868	18.81	2.6634
70-74	0.126858	0.026986	774 383	98 237	3 640 313	11 824 170	15.27	2.6424
75-79	0.191359	0.042125	676 146	129 387	3 071 482	8 183 857	12.10	2.6099
80-84	0.281922	0.065380	546 759	154 143	2 357 637	5 112 375	9.35	2.5597
85-89	0.403388	0.101247	392 616	158 377	1 564 252	2 754 738	7.02	2.4818
90-94	0.559217	0.158797	234 239	130 990	824 892	1 190 486	5.08	2.3563
95-99	0.734355	0.252380	103 249	75 822	300 425	365 594	3.54	2.1536
100-104	0.886177	0.402260	27 427	24 305	60 423	65 169	2.38	1.8437
105-109	0.972933	0.639972	3 122	3 122	4 746	4 746	1.52	1.4235

Fuente: Elaborado con base en Partida (2012).

Cuadro B.5. México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2015-2020

$x,x+n-1$	${}_nq_x$ (1)	${}_nm_x$ (2)	l_x (3)	${}_nd_x$ (4)	${}_nL_x$ (5)	T_x (6)	e_x (7)	${}_nf_x$ (8)
				Hombres				
0-0	0.012525	0.012672	1 000 000	12 525	988 458	73 248 925	73.25	0.0785
1-4	0.001776	0.000444	987 475	1 754	3 945 722	72 260 467	73.18	1.6180
5-9	0.001176	0.000235	985 721	1 159	4 925 423	68 314 745	69.30	2.2500
10-14	0.001956	0.000392	984 562	1 926	4 917 983	63 389 322	64.38	2.5000
12-14		0.000455						
15-19	0.004995	0.001001	982 636	4 909	4 901 884	58 471 339	59.50	2.6988
20-24	0.008940	0.001795	977 727	8 741	4 868 499	53 569 455	54.79	2.6961
25-29	0.011210	0.002254	968 986	10 862	4 819 899	48 700 956	50.26	2.6954
30-34	0.012477	0.002510	958 124	11 954	4 763 063	43 881 057	45.80	2.6947
35-39	0.014433	0.002906	946 170	13 656	4 699 355	39 117 994	41.34	2.6938
40-44	0.018306	0.003692	932 514	17 071	4 623 172	34 418 639	36.91	2.6922
45-49	0.025039	0.005067	915 443	22 922	4 524 248	29 795 467	32.55	2.6892
50-54	0.035905	0.007302	892 521	32 046	4 388 401	25 271 219	28.31	2.6845
55-59	0.052519	0.010766	860 475	45 191	4 197 400	20 882 818	24.27	2.6771
60-64	0.077178	0.016012	815 284	62 922	3 929 554	16 685 418	20.47	2.6659
65-69	0.113140	0.023900	752 362	85 122	3 561 691	12 755 864	16.95	2.6490
70-74	0.164450	0.035679	667 240	109 728	3 075 459	9 194 173	13.78	2.6238
75-79	0.235231	0.053073	557 512	131 144	2 471 016	6 118 714	10.98	2.5863
80-84	0.328446	0.078403	426 368	140 039	1 786 146	3 647 698	8.56	2.5314
85-89	0.447480	0.115964	286 329	128 127	1 104 885	1 861 552	6.50	2.4497
90-94	0.594540	0.174459	158 202	94 057	539 138	756 667	4.78	2.3221
95-99	0.755091	0.267105	64 145	48 435	181 334	217 529	3.39	2.1221
100-104	0.895112	0.416310	15 710	14 062	33 777	36 195	2.30	1.8162
105-109	0.976987	0.665706	1 648	1 648	2 418	2 418	1.47	1.3844
				Mujeres				
0-0	0.009882	0.009973	1 000 000	9 882	990 905	78 953 402	78.95	0.0796
1-4	0.001460	0.000365	990 118	1 445	3 956 868	77 962 497	78.74	1.5063
5-9	0.000962	0.000193	988 673	952	4 940 745	74 005 629	74.85	2.2500
10-14	0.001233	0.000247	987 721	1 217	4 935 563	69 064 884	69.92	2.5000
12-14		0.000276						
15-19	0.002182	0.000437	986 504	2 153	4 927 571	64 129 321	65.01	2.7014
20-24	0.002624	0.000526	984 351	2 583	4 915 820	59 201 750	60.14	2.7015
25-29	0.002798	0.000560	981 768	2 747	4 902 515	54 285 930	55.29	2.6970
30-34	0.003548	0.000711	979 021	3 473	4 887 117	49 383 415	50.44	2.6995
35-39	0.005218	0.001046	975 548	5 090	4 866 020	44 496 298	45.61	2.6974
40-44	0.008141	0.001634	970 458	7 901	4 834 090	39 630 278	40.84	2.6966
45-49	0.012857	0.002587	962 557	12 376	4 784 251	34 796 188	36.15	2.6945
50-54	0.020387	0.004116	950 181	19 371	4 706 180	30 011 937	31.59	2.6912
55-59	0.032200	0.006537	930 810	29 972	4 584 696	25 305 757	27.19	2.6861
60-64	0.050547	0.010353	900 838	45 535	4 398 455	20 721 061	23.00	2.6780
65-69	0.078915	0.016387	855 303	67 496	4 118 917	16 322 606	19.08	2.6651
70-74	0.122032	0.025895	787 807	96 138	3 712 607	12 203 689	15.49	2.6448
75-79	0.185548	0.040716	691 669	128 337	3 151 996	8 491 082	12.28	2.6129
80-84	0.275170	0.063556	563 332	155 012	2 438 993	5 339 086	9.48	2.5636
85-89	0.396732	0.099114	408 320	161 994	1 634 416	2 900 093	7.10	2.4864
90-94	0.553220	0.156255	246 326	136 272	872 119	1 265 677	5.14	2.3618
95-99	0.729066	0.248796	110 054	80 237	322 499	393 558	3.58	2.1613
100-104	0.884806	0.400196	29 817	26 382	65 924	71 059	2.38	1.8478
105-109	0.974933	0.652174	3 435	3 435	5 135	5 135	1.49	1.4048

Fuente: Elaborado con base en Partida (2012).

Cuadro B.6. México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2020-2025

$x,x+n-1$	${}_nq_x$ (1)	${}_nm_x$ (2)	l_x (3)	${}_nd_x$ (4)	${}_nL_x$ (5)	T_x (6)	e_x (7)	${}_nf_x$ (8)
				Hombres				
0-0	0.010350	0.010451	1 000 000	10 350	990 398	73 952 274	73.95	0.0723
1-4	0.001341	0.000335	989 650	1 327	3 955 442	72 961 876	73.72	1.6209
5-9	0.000965	0.000193	988 323	953	4 939 004	69 006 434	69.82	2.2500
10-14	0.001748	0.000350	987 370	1 727	4 932 532	64 067 430	64.89	2.5000
12-14		0.000414						
15-19	0.004734	0.000949	985 643	4 665	4 917 474	59 134 898	60.00	2.6977
20-24	0.008573	0.001721	980 978	8 410	4 885 518	54 217 424	55.27	2.6966
25-29	0.010733	0.002157	972 568	10 439	4 838 783	49 331 906	50.72	2.6954
30-34	0.011835	0.002380	962 129	11 387	4 784 399	44 493 123	46.24	2.6949
35-39	0.013573	0.002732	950 742	12 904	4 723 959	39 708 724	41.77	2.6943
40-44	0.017194	0.003466	937 838	16 125	4 651 985	34 984 765	37.30	2.6927
45-49	0.023671	0.004787	921 713	21 818	4 558 163	30 332 780	32.91	2.6899
50-54	0.034060	0.006921	899 895	30 651	4 428 528	25 774 617	28.64	2.6853
55-59	0.050159	0.010271	869 244	43 600	4 244 988	21 346 089	24.56	2.6782
60-64	0.074245	0.015382	825 644	61 301	3 985 220	17 101 101	20.71	2.6673
65-69	0.109426	0.023071	764 343	83 638	3 625 233	13 115 881	17.16	2.6508
70-74	0.159890	0.034605	680 705	108 838	3 145 149	9 490 648	13.94	2.6261
75-79	0.230139	0.051773	571 867	131 609	2 542 038	6 345 499	11.10	2.5891
80-84	0.323623	0.077015	440 258	142 478	1 850 006	3 803 461	8.64	2.5345
85-89	0.442609	0.114286	297 780	131 800	1 153 255	1 953 455	6.56	2.4534
90-94	0.590188	0.172463	165 980	97 959	568 003	800 200	4.82	2.3265
95-99	0.752120	0.264925	68 021	51 160	193 110	232 197	3.41	2.1268
100-104	0.893101	0.413053	16 861	15 059	36 457	39 087	2.32	1.8225
105-109	0.977595	0.669935	1 802	1 802	2 630	2 630	1.46	1.3781
				Mujeres				
0-0	0.008141	0.008203	1 000 000	8 141	992 465	79 666 762	79.67	0.0744
1-4	0.001083	0.000271	991 859	1 074	3 964 764	78 674 297	79.32	1.5117
5-9	0.000790	0.000158	990 785	783	4 951 795	74 709 533	75.40	2.2500
10-14	0.001090	0.000218	990 002	1 079	4 947 333	69 757 738	70.46	2.5000
12-14		0.000247						
15-19	0.001987	0.000398	988 923	1 965	4 940 090	64 810 405	65.54	2.6964
20-24	0.002336	0.000468	986 958	2 305	4 929 495	59 870 315	60.66	2.7021
25-29	0.002449	0.000490	984 653	2 411	4 917 722	54 940 820	55.80	2.7008
30-34	0.003092	0.000619	982 242	3 036	4 904 215	50 023 098	50.93	2.6962
35-39	0.004622	0.000926	979 206	4 526	4 885 606	45 118 883	46.08	2.6973
40-44	0.007362	0.001477	974 680	7 176	4 856 872	40 233 277	41.28	2.6969
45-49	0.011857	0.002385	967 504	11 472	4 811 077	35 376 405	36.56	2.6951
50-54	0.018984	0.003830	956 032	18 149	4 738 270	30 565 328	31.97	2.6919
55-59	0.030303	0.006147	937 883	28 421	4 623 673	25 827 058	27.54	2.6869
60-64	0.047998	0.009818	909 462	43 652	4 445 997	21 203 385	23.31	2.6791
65-69	0.075356	0.015620	865 810	65 244	4 176 817	16 757 388	19.35	2.6667
70-74	0.117213	0.024811	800 566	93 837	3 782 039	12 580 571	15.71	2.6471
75-79	0.179613	0.039287	706 729	126 938	3 231 026	8 798 532	12.45	2.6160
80-84	0.268547	0.061781	579 791	155 701	2 520 207	5 567 506	9.60	2.5675
85-89	0.389841	0.096928	424 090	165 328	1 705 671	3 047 299	7.19	2.4912
90-94	0.547927	0.154037	258 762	141 783	920 447	1 341 628	5.18	2.3666
95-99	0.725832	0.246637	116 979	84 907	344 261	421 181	3.60	2.1659
100-104	0.882628	0.396966	32 072	28 308	71 310	76 920	2.40	1.8542
105-109	0.975276	0.654360	3 764	3 764	5 610	5 610	1.49	1.4015

Fuente : Elaborado con base en Partida (2012).

Cuadro B.7. México: Tablas abreviadas de mortalidad por sexo, 2025-2030

$x,x+n$ -1	${}_nq_x$ (1)	${}_nm_x$ (2)	l_x (3)	${}_nd_x$ (4)	${}_nL_x$ (5)	T_x (6)	e_x (7)	${}_nf_x$ (8)
				Hombres				
0-0	0.008489	0.008557	1 000 000	8 489	992 079	74 631 753	74.63	0.0670
1-4	0.001003	0.000251	991 511	995	3 963 671	73 639 674	74.27	1.6148
5-9	0.000787	0.000157	990 516	779	4 950 442	69 676 003	70.34	2.2500
10-14	0.001559	0.000312	989 737	1 542	4 944 816	64 725 561	65.40	2.5000
12-14		0.000374						
15-19	0.004469	0.000896	988 195	4 417	4 930 811	59 780 745	60.49	2.6989
20-24	0.008191	0.001644	983 778	8 057	4 900 333	54 849 934	55.75	2.6968
25-29	0.010182	0.002046	975 721	9 935	4 855 711	49 949 601	51.19	2.6957
30-34	0.011164	0.002244	965 786	10 782	4 804 081	45 093 890	46.69	2.6953
35-39	0.012718	0.002559	955 004	12 146	4 747 019	40 289 809	42.19	2.6947
40-44	0.016092	0.003243	942 858	15 173	4 679 289	35 542 790	37.70	2.6931
45-49	0.022272	0.004501	927 685	20 661	4 590 706	30 863 501	33.27	2.6904
50-54	0.032361	0.006571	907 024	29 353	4 467 197	26 272 795	28.97	2.6860
55-59	0.047848	0.009787	877 671	41 994	4 290 895	21 805 598	24.84	2.6792
60-64	0.071289	0.014748	835 677	59 575	4 039 493	17 514 703	20.96	2.6686
65-69	0.105823	0.022271	776 102	82 129	3 687 714	13 475 210	17.36	2.6525
70-74	0.155456	0.033566	693 973	107 882	3 214 001	9 787 496	14.10	2.6283
75-79	0.225018	0.050474	586 091	131 881	2 612 872	6 573 495	11.22	2.5919
80-84	0.318502	0.075551	454 210	144 667	1 914 827	3 960 623	8.72	2.5376
85-89	0.438551	0.112898	309 543	135 750	1 202 420	2 045 796	6.61	2.4564
90-94	0.586513	0.170792	173 793	101 932	596 818	843 376	4.85	2.3301
95-99	0.749592	0.263089	71 861	53 866	204 746	246 558	3.43	2.1307
100-104	0.892441	0.411995	17 995	16 060	38 979	41 812	2.32	1.8246
105-109	0.977265	0.667622	1 935	1 935	2 833	2 833	1.46	1.3815
				Mujeres				
0-0	0.006655	0.006697	1 000 000	6 655	993 811	80 354 378	80.35	0.0700
1-4	0.000797	0.000199	993 345	793	3 971 386	79 360 567	79.89	1.4852
5-9	0.000640	0.000128	992 552	635	4 960 978	75 389 181	75.95	2.2500
10-14	0.000956	0.000191	991 917	948	4 957 202	70 428 203	71.00	2.5000
12-14		0.000219						
15-19	0.001805	0.000361	990 969	1 789	4 950 731	65 471 001	66.07	2.7002
20-24	0.002072	0.000415	989 180	2 049	4 941 179	60 520 270	61.18	2.6963
25-29	0.002115	0.000423	987 131	2 088	4 930 849	55 579 091	56.30	2.6991
30-34	0.002685	0.000538	985 043	2 645	4 919 133	50 648 242	51.42	2.7006
35-39	0.004065	0.000814	982 398	3 993	4 902 799	45 729 109	46.55	2.6984
40-44	0.006611	0.001326	978 405	6 469	4 877 129	40 826 310	41.73	2.6973
45-49	0.010873	0.002186	971 936	10 568	4 835 326	35 949 181	36.99	2.6953
50-54	0.017699	0.003569	961 368	17 015	4 767 577	31 113 855	32.36	2.6924
55-59	0.028445	0.005765	944 353	26 862	4 659 655	26 346 278	27.90	2.6878
60-64	0.045459	0.009288	917 491	41 708	4 490 703	21 686 623	23.64	2.6802
65-69	0.071951	0.014890	875 783	63 013	4 231 987	17 195 920	19.63	2.6683
70-74	0.112537	0.023765	812 770	91 467	3 848 840	12 963 933	15.95	2.6493
75-79	0.173535	0.037833	721 303	125 171	3 308 500	9 115 093	12.64	2.6191
80-84	0.261459	0.059898	596 132	155 864	2 602 150	5 806 593	9.74	2.5715
85-89	0.382612	0.094659	440 268	168 452	1 779 556	3 204 443	7.28	2.4961
90-94	0.541311	0.151298	271 816	147 137	972 497	1 424 887	5.24	2.3726
95-99	0.721939	0.244069	124 679	90 011	368 792	452 390	3.63	2.1714
100-104	0.881147	0.394800	34 668	30 548	77 376	83 598	2.41	1.8585
105-109	0.973747	0.644833	4 120	4 120	6 222	6 222	1.51	1.4160

Fuente : Elaborado con base en Partida (2012).

C. Información extraída de la ENOE

Cuadro C.1. México: Transiciones por edad y sexo para tres distanciamientos temporales, 2009-2011

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Intertrimestral				
12-14	1 961 992	2 081 948	2 435 060	24 338 708	601 696	1 046 968	1 206 133	26 968 820
15-19	18 092 412	5 007 238	5 843 354	21 393 353	6 918 370	4 203 570	4 795 363	33 179 242
20-24	28 826 187	2 640 716	2 964 314	6 010 134	14 953 794	4 292 839	4 495 580	18 672 816
25-29	30 341 385	1 235 467	1 233 118	1 148 913	16 953 916	3 351 354	3 394 010	14 279 554
30-34	30 010 738	859 462	849 454	578 612	16 633 759	3 370 570	3 415 572	14 407 906
35-39	31 001 200	947 296	883 230	530 590	17 784 464	3 462 950	3 469 870	13 943 190
40-44	28 383 616	851 946	812 222	585 351	17 073 108	3 127 078	3 094 386	12 042 832
45-49	24 385 317	902 042	821 918	617 182	13 916 436	2 781 779	2 770 407	11 544 360
50-54	20 290 578	1 091 223	949 460	1 083 930	10 601 164	2 545 356	2 386 982	11 954 570
55-59	14 491 842	1 192 974	1 094 654	1 755 044	6 439 850	1 872 428	1 716 341	10 764 800
60-64	9 036 810	1 350 177	1 177 156	3 265 936	3 518 602	1 350 412	1 257 153	10 528 531
65-69	5 325 371	1 086 838	1 009 767	3 629 750	1 913 602	890 337	823 052	9 078 171
70-74	3 121 696	943 016	827 040	3 850 804	972 872	607 160	542 185	8 050 688
75-79	1 708 989	616 223	564 338	3 519 978	459 648	324 248	285 889	6 110 089
80-84	501 030	282 058	233 546	2 450 040	172 986	126 715	110 142	3 932 094
85-89	161 318	117 096	99 437	1 446 056	46 518	67 158	58 790	2 426 833

Cuadro C.1
(Continúa)

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Intersemestral				
12-14	663 172	754 246	1 036 905	8 835 728	196 494	360 926	510 241	9 890 655
15-19	6 359 420	1 801 052	2 489 806	7 459 924	2 341 398	1 508 574	1 975 604	11 632 832
20-24	10 063 998	939 208	1 202 907	2 047 286	5 149 942	1 591 284	1 888 789	6 416 932
25-29	10 762 388	473 844	456 568	383 514	5 908 703	1 318 091	1 322 670	5 011 006
30-34	10 741 516	343 272	333 031	194 522	5 854 132	1 349 662	1 368 922	5 223 286
35-39	11 325 409	352 608	318 684	185 145	6 418 496	1 327 546	1 418 384	5 083 723
40-44	10 433 900	335 412	310 311	205 228	6 177 388	1 226 798	1 247 221	4 355 006
45-49	8 988 294	334 528	285 675	221 276	4 981 273	1 110 454	1 115 622	4 212 681
50-54	7 468 136	440 628	373 188	376 504	3 868 754	1 011 174	915 816	4 466 066
55-59	5 297 540	500 974	429 378	624 824	2 284 180	744 493	647 405	3 949 603
60-64	3 258 438	543 234	450 858	1 181 383	1 260 162	562 264	497 385	3 888 100
65-69	1 895 914	445 653	393 310	1 346 424	641 968	338 064	319 952	3 344 840
70-74	1 148 402	366 140	293 636	1 394 984	354 473	237 473	205 958	2 966 720
75-79	587 398	248 863	209 032	1 263 574	161 096	130 043	106 329	2 192 760
80-84	172 159	120 841	90 616	865 483	61 503	45 369	35 242	1 429 448
85-89	52 112	49 882	34 877	504 742	16 264	22 476	16 717	862 743

Cuadro C.1
(Concluye)

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
				Interanual				
12-14	117 928	113 056	220 078	1 487 444	32 927	43 328	101 728	1 667 560
15-19	998 716	285 864	528 753	1 204 230	324 532	254 267	371 653	1 875 587
20-24	1 567 898	141 614	225 944	309 393	763 672	289 098	370 744	955 117
25-29	1 694 929	78 316	75 237	56 632	906 927	240 636	275 195	804 744
30-34	1 805 276	49 801	50 340	38 250	927 403	257 965	313 654	902 185
35-39	1 991 611	73 560	52 866	32 418	1 027 663	312 100	295 962	899 499
40-44	1 881 528	61 874	55 199	36 890	1 043 412	242 575	278 744	752 598
45-49	1 595 840	62 574	54 902	32 869	809 457	235 630	208 634	726 904
50-54	1 296 370	74 286	70 684	63 089	611 952	213 316	184 382	784 822
55-59	855 576	111 975	78 098	113 865	356 364	139 023	104 018	659 228
60-64	507 026	124 452	77 427	194 430	189 054	106 940	90 521	637 151
65-69	290 944	86 524	61 483	229 080	90 646	64 148	54 734	577 208
70-74	179 172	74 207	52 922	222 166	49 232	41 696	27 588	503 084
75-79	100 377	46 022	31 725	210 397	24 990	19 796	11 794	349 261
80-84	27 003	26 004	12 974	126 456	9 910	4 242	3 536	227 852
85-89	10 918	5 970	5 222	73 178	754	5 701	910	128 646

Fuente: Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo 2009-2011.

Cuadro C.2. México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intersemestral con igual mortalidad)

Grupo de edad	Años-persona vivos		Movimientos		Tasas	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Retiros (3)	Ingresos (4)	Retiro (5)	Ingreso (6)
			Hombres			
12-14	779 374	4 865 652	754 246	1 036 905	0.967759	0.213107
15-19	4 252 425	4 802 677	1 801 052	2 489 806	0.423535	0.518421
20-24	5 567 528	1 559 172	939 208	1 202 907	0.168694	0.771504
25-29	5 613 797	424 360	473 844	456 568	0.084407	1.075898
30-34	5 539 834	266 337	343 272	333 031	0.061964	1.250413
35-39	5 830 528	260 396	352 608	318 684	0.060476	1.223846
40-44	5 378 381	264 045	335 412	310 311	0.062363	1.175221
45-49	4 649 198	265 689	334 528	285 675	0.071954	1.075224
50-54	3 937 522	391 706	440 628	373 188	0.111905	0.952725
55-59	2 881 358	545 000	500 974	429 378	0.173867	0.787850
60-64	1 877 742	839 215	543 234	450 858	0.289302	0.537238
65-69	1 157 698	882 953	445 653	393 310	0.384948	0.445449
70-74	739 145	862 436	366 140	293 636	0.495356	0.340473
75-79	408 173	746 261	248 863	209 032	0.609700	0.280106
80-84	138 944	485 606	120 841	90 616	0.869712	0.186604
85-89	47 246	273 561	49 882	34 877	1.055799	0.127493
			Mujeres			
12-14	316 039	5 163 119	360 926	510 241	1.142031	0.098824
15-19	2 041 744	6 687 461	1 508 574	1 975 604	0.738866	0.295419
20-24	3 444 989	4 078 484	1 591 284	1 888 789	0.461913	0.463111
25-29	3 614 542	3 165 693	1 318 091	1 322 670	0.364663	0.417814
30-34	3 606 712	3 291 289	1 349 662	1 368 922	0.374208	0.415923
35-39	3 895 731	3 228 344	1 327 546	1 418 384	0.340769	0.439353
40-44	3 707 199	2 796 008	1 226 798	1 247 221	0.330923	0.446072
45-49	3 047 156	2 662 860	1 110 454	1 115 622	0.364423	0.418956
50-54	2 416 125	2 714 781	1 011 174	915 816	0.418511	0.337344
55-59	1 490 065	2 322 776	744 493	647 405	0.499638	0.278720
60-64	894 993	2 208 962	562 264	497 385	0.628233	0.225167
65-69	485 488	1 836 924	338 064	319 952	0.696339	0.174178
70-74	288 094	1 594 218	237 473	205 958	0.824289	0.129191
75-79	139 641	1 155 473	130 043	106 329	0.931267	0.092022
80-84	50 904	734 877	45 369	35 242	0.891262	0.047956
85-89	17 930	441 170	22 476	16 717	1.253524	0.037892

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.1.

Cuadro C.3. México: Tiempo vivido, eventos y tasas de movilidad por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo interanual con igual mortalidad)

Grupo de edad	Años-persona vivos		Movimientos		Tasas	
	Actividad (1)	Inactividad (2)	Retiros (3)	Ingresos (4)	Retiro (5)	Ingreso (6)
			Hombres			
12-14	284 495	1 654 011	113 056	220 078	0.397392	0.133057
15-19	1 406 025	1 611 539	285 864	528 753	0.203314	0.328104
20-24	1 751 677	493 172	141 614	225 944	0.080845	0.458144
25-29	1 771 706	133 409	78 316	75 237	0.044204	0.563960
30-34	1 855 347	88 321	49 801	50 340	0.026842	0.569970
35-39	2 054 824	95 631	73 560	52 866	0.035799	0.552812
40-44	1 940 065	95 427	61 874	55 199	0.031893	0.578445
45-49	1 654 578	91 607	62 574	54 902	0.037819	0.599321
50-54	1 368 855	135 574	74 286	70 684	0.054269	0.521368
55-59	950 613	208 902	111 975	78 098	0.117792	0.373851
60-64	607 966	295 370	124 452	77 427	0.204702	0.262136
65-69	364 948	303 084	86 524	61 483	0.237086	0.202858
70-74	242 737	285 731	74 207	52 922	0.305710	0.185216
75-79	139 251	249 271	46 022	31 725	0.330498	0.127271
80-84	46 492	145 945	26 004	12 974	0.559322	0.088897
85-89	16 514	78 774	5 970	5 222	0.361511	0.066291
			Mujeres			
12-14	105 455	1 740 088	43 328	101 728	0.410867	0.058461
15-19	637 492	2 188 547	254 267	371 653	0.398855	0.169817
20-24	1 093 593	1 285 038	289 098	370 744	0.264356	0.288508
25-29	1 164 843	1 062 660	240 636	275 195	0.206582	0.258968
30-34	1 213 213	1 187 995	257 965	313 654	0.212630	0.264020
35-39	1 331 694	1 203 530	312 100	295 962	0.234363	0.245912
40-44	1 304 072	1 013 258	242 575	278 744	0.186014	0.275097
45-49	1 031 589	949 036	235 630	208 634	0.228415	0.219838
50-54	810 801	983 671	213 316	184 382	0.263093	0.187443
55-59	477 885	780 749	139 023	104 018	0.290913	0.133229
60-64	287 785	735 882	106 940	90 521	0.371598	0.123010
65-69	150 087	636 649	64 148	54 734	0.427405	0.085972
70-74	83 874	537 726	41 696	27 588	0.497127	0.051305
75-79	40 785	365 056	19 796	11 794	0.485375	0.032307
80-84	13 799	231 741	4 242	3 536	0.307414	0.015258
85-89	4 060	131 952	5 701	910	1.404360	0.006896

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.1.

Cuadro C.4. México: Proporción que guardan entre sí las tasas de movilidad calculadas para tres distintos periodos de separación de las entrevistas, 2009-2011

Grupo de edad	Trimestral / semestral		Trimestral / anual		Semestral / anual	
	Retiro (1)	Ingreso (2)	Retiro (3)	Ingreso (4)	Retiro (5)	Ingreso (6)
			Hombres			
12-14	2.039	1.718	4.965	2.752	2.435	1.602
15-19	2.011	1.681	4.189	2.656	2.083	1.580
20-24	1.980	1.744	4.131	2.937	2.087	1.684
25-29	1.854	1.924	3.541	3.670	1.910	1.908
30-34	1.798	1.896	4.150	4.160	2.308	2.194
35-39	1.963	1.997	3.316	4.420	1.689	2.214
40-44	1.870	1.950	3.657	3.963	1.955	2.032
45-49	1.986	2.067	3.779	3.709	1.903	1.794
50-54	1.830	1.894	3.774	3.462	2.062	1.827
55-59	1.755	1.917	2.591	4.040	1.476	2.107
60-64	1.812	1.935	2.561	3.966	1.413	2.049
65-69	1.772	1.938	2.877	4.256	1.624	2.196
70-74	1.901	2.052	3.079	3.771	1.620	1.838
75-79	1.758	1.961	3.244	4.315	1.845	2.201
80-84	1.710	1.849	2.658	3.881	1.555	2.099
85-89	1.646	2.007	4.806	3.860	2.921	1.923
			Mujeres			
12-14	2.122	1.738	5.898	2.937	2.780	1.690
15-19	1.993	1.723	3.692	2.998	1.852	1.740
20-24	1.921	1.683	3.357	2.702	1.747	1.605
25-29	1.809	1.841	3.192	2.970	1.765	1.613
30-34	1.799	1.845	3.166	2.907	1.760	1.575
35-39	1.913	1.815	2.781	3.242	1.454	1.787
40-44	1.873	1.831	3.332	2.969	1.779	1.622
45-49	1.829	1.847	2.918	3.520	1.595	1.906
50-54	1.862	1.963	2.962	3.532	1.591	1.800
55-59	1.820	1.961	3.127	4.103	1.717	2.092
60-64	1.783	1.887	3.014	3.455	1.691	1.830
65-69	1.846	1.903	3.008	3.855	1.629	2.026
70-74	1.904	1.946	3.157	4.901	1.658	2.518
75-79	1.821	1.937	3.494	5.518	1.919	2.848
80-84	1.952	2.268	5.658	7.128	2.899	3.143
85-89	1.957	2.493	1.747	13.695	0.893	5.494

Fuente: Elaborado con las columnas (5) y (6) de los cuadros 3.1, C.2 y C.3.

Cuadro C.5. México: Estimación de las defunciones intersemestrales por edad y sexo, 2009-2011

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Tasas de mortalidad		Defunciones estimadas		Tasas de mortalidad		Defunciones estimadas	
	Activos (1)	Inactivos (2)	Activos (3)	Inactivos (4)	Activas (5)	Inactivas (6)	Activas (7)	Inactivas (8)
12-14	0.000389	0.000594	304	2 891	0.000137	0.000350	43	1 807
15-19	0.001291	0.001175	5 490	5 646	0.000270	0.000575	550	3 845
20-24	0.002051	0.002796	11 424	4 363	0.000377	0.000838	1 299	3 417
25-29	0.002547	0.008049	14 307	3 423	0.000409	0.001026	1 478	3 249
30-34	0.002813	0.015150	15 595	4 050	0.000461	0.001322	1 664	4 352
35-39	0.003115	0.019287	18 177	5 046	0.000596	0.001979	2 321	6 391
40-44	0.003752	0.021152	20 199	5 615	0.000799	0.003147	2 964	8 805
45-49	0.004918	0.024973	22 893	6 677	0.001183	0.004744	3 606	12 647
50-54	0.006944	0.021470	27 388	8 455	0.001666	0.006925	4 026	18 833
55-59	0.010198	0.020912	29 461	11 457	0.002339	0.009979	3 487	23 236
60-64	0.015674	0.020018	29 547	16 884	0.003240	0.014245	2 902	31 579
65-69	0.024793	0.024634	28 882	21 885	0.004381	0.021166	2 129	39 087
70-74	0.038081	0.034712	28 418	30 199	0.007034	0.031176	2 030	50 092
75-79	0.060825	0.048165	25 210	36 382	0.012206	0.046997	1 710	54 949
80-84	0.108394	0.064356	15 480	31 763	0.024441	0.070560	1 252	52 784
85-89	0.192745	0.089173	9 567	24 951	0.047703	0.107311	866	48 647

Fuente: Cuadro B.3 para las columnas (1), (2), (5) y (6).

Cuadro C.6. México: Estimación de las defunciones interanuales por edad y sexo, 2009-2011

Grupo de edad	Hombres				Mujeres			
	Tasas de mortalidad		Defunciones estimadas		Tasas de mortalidad		Defunciones estimadas	
	Activos (1)	Inactivos (2)	Activos (3)	Inactivos (4)	Activas (5)	Inactivas (6)	Activas (7)	Inactivas (8)
12-14	0.000389	0.000594	111	983	0.000137	0.000350	14	609
15-19	0.001291	0.001175	1 816	1 895	0.000270	0.000575	172	1 259
20-24	0.002051	0.002796	3 596	1 381	0.000377	0.000838	412	1 077
25-29	0.002547	0.008049	4 518	1 078	0.000409	0.001026	476	1 091
30-34	0.002813	0.015150	5 226	1 348	0.000461	0.001322	560	1 572
35-39	0.003115	0.019287	6 411	1 862	0.000596	0.001979	794	2 384
40-44	0.003752	0.021152	7 293	2 040	0.000799	0.003147	1 043	3 194
45-49	0.004918	0.024973	8 157	2 317	0.001183	0.004744	1 221	4 513
50-54	0.006944	0.021470	9 538	2 942	0.001666	0.006925	1 352	6 836
55-59	0.010198	0.020912	9 744	4 415	0.002339	0.009979	1 119	7 830
60-64	0.015674	0.020018	9 604	5 973	0.003240	0.014245	934	10 558
65-69	0.024793	0.024634	9 162	7 559	0.004381	0.021166	659	13 619
70-74	0.038081	0.034712	9 423	10 094	0.007034	0.031176	592	17 030
75-79	0.060825	0.048165	8 736	12 302	0.012206	0.046997	501	17 569
80-84	0.108394	0.064356	5 328	9 705	0.024441	0.070560	341	16 950
85-89	0.192745	0.089173	3 522	7 352	0.047703	0.107311	198	14 963

Fuente: Cuadro B.3 para las columnas (1), (2), (5) y (6).

Cuadro C.7. México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intertrimestral)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Transiciones				Probabilidades prospectivas			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo ${}_nO^{aa}$ (1)	Inactivo ${}_nO^{ai}$ (2)	Activo ${}_nO^{ia}$ (3)	Inactivo ${}_nO^{ii}$ (4)	Activo ${}_nS^{aa}$ (5)	Inactivo ${}_nS^{ai}$ (6)	Activo ${}_nS^{ia}$ (7)	Inactivo ${}_nS^{ii}$ (8)
				Hombres				
12-14	1 961 992	2 081 948	2 435 060	24 338 708	0.485168	0.514832	0.090949	0.909051
15-19	18 092 412	5 007 238	5 843 354	21 393 353	0.783233	0.216767	0.214540	0.785460
20-24	28 826 187	2 640 716	2 964 314	6 010 134	0.916080	0.083920	0.330306	0.669694
25-29	30 341 385	1 235 467	1 233 118	1 148 913	0.960874	0.039126	0.517675	0.482325
30-34	30 010 738	859 462	849 454	578 612	0.972159	0.027841	0.594828	0.405172
35-39	31 001 200	947 296	883 230	530 590	0.970349	0.029651	0.624712	0.375288
40-44	28 383 616	851 946	812 222	585 351	0.970859	0.029141	0.581166	0.418834
45-49	24 385 317	902 042	821 918	617 182	0.964328	0.035672	0.571133	0.428867
50-54	20 290 578	1 091 223	949 460	1 083 930	0.948965	0.051035	0.466935	0.533065
55-59	14 491 842	1 192 974	1 094 654	1 755 044	0.923941	0.076059	0.384130	0.615870
60-64	9 036 810	1 350 177	1 177 156	3 265 936	0.870013	0.129987	0.264941	0.735059
65-69	5 325 371	1 086 838	1 009 767	3 629 750	0.830505	0.169495	0.217645	0.782355
70-74	3 121 696	943 016	827 040	3 850 804	0.767999	0.232001	0.176799	0.823201
75-79	1 708 989	616 223	564 338	3 519 978	0.734982	0.265018	0.138172	0.861828
80-84	501 030	282 058	233 546	2 450 040	0.639813	0.360187	0.087028	0.912972
85-89	161 318	117 096	99 437	1 446 056	0.579418	0.420582	0.064340	0.935660

Cuadro C.7
(Concluye)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Transiciones				Probabilidades prospectivas			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa ${}_nO^{aa}$ (1)	Inactiva ${}_nO^{ai}$ (2)	Activa ${}_nO^{ia}$ (3)	Inactiva ${}_nO^{ii}$ (4)	Activa ${}_nS^{aa}$ (5)	Inactiva ${}_nS^{ai}$ (6)	Activa ${}_nS^{ia}$ (7)	Inactiva ${}_nS^{ii}$ (8)
				Mujeres				
12-14	601 696	1 046 968	1 206 133	26 968 820	0.364960	0.635040	0.042809	0.957191
15-19	6 918 370	4 203 570	4 795 363	33 179 242	0.622047	0.377953	0.126278	0.873722
20-24	14 953 794	4 292 839	4 495 580	18 672 816	0.776956	0.223044	0.194039	0.805961
25-29	16 953 916	3 351 354	3 394 010	14 279 554	0.834952	0.165048	0.192039	0.807961
30-34	16 633 759	3 370 570	3 415 572	14 407 906	0.831508	0.168492	0.191633	0.808367
35-39	17 784 464	3 462 950	3 469 870	13 943 190	0.837018	0.162982	0.199268	0.800732
40-44	17 073 108	3 127 078	3 094 386	12 042 832	0.845196	0.154804	0.204422	0.795578
45-49	13 916 436	2 781 779	2 770 407	11 544 360	0.833409	0.166591	0.193535	0.806465
50-54	10 601 164	2 545 356	2 386 982	11 954 570	0.806386	0.193614	0.166438	0.833562
55-59	6 439 850	1 872 428	1 716 341	10 764 800	0.774739	0.225261	0.137515	0.862485
60-64	3 518 602	1 350 412	1 257 153	10 528 531	0.722652	0.277348	0.106668	0.893332
65-69	1 913 602	890 337	823 052	9 078 171	0.682469	0.317531	0.083126	0.916874
70-74	972 872	607 160	542 185	8 050 688	0.615729	0.384271	0.063097	0.936903
75-79	459 648	324 248	285 889	6 110 089	0.586364	0.413637	0.044698	0.955302
80-84	172 986	126 715	110 142	3 932 094	0.577195	0.422805	0.027248	0.972752
85-89	46 518	67 158	58 790	2 426 833	0.409216	0.590784	0.023652	0.976348

Fuente: Elaborado con base en los cuadro C.1.

Cuadro C.8. México: Transiciones y probabilidades prospectivas de transición al estado puro por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intersemestral)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Transiciones				Probabilidades prospectivas			
	Activo a:		Inactivo a:		Activo a:		Inactivo a:	
	Activo ${}_nO^{aa}$ (1)	Inactivo ${}_nO^{ai}$ (2)	Activo ${}_nO^{ia}$ (3)	Inactivo ${}_nO^{ii}$ (4)	Activo ${}_nS^{aa}$ (5)	Inactivo ${}_nS^{ai}$ (6)	Activo ${}_nS^{ia}$ (7)	Inactivo ${}_nS^{ii}$ (8)
				Hombres				
12-14	663 172	754 246	1 036 905	8 835 728	0.467873	0.532127	0.105028	0.894972
15-19	6 359 420	1 801 052	2 489 806	7 459 924	0.779296	0.220704	0.250239	0.749761
20-24	10 063 998	939 208	1 202 907	2 047 286	0.914642	0.085358	0.370103	0.629897
25-29	10 762 388	473 844	456 568	383 514	0.957829	0.042171	0.543480	0.456520
30-34	10 741 516	343 272	333 031	194 522	0.969032	0.030968	0.631275	0.368725
35-39	11 325 409	352 608	318 684	185 145	0.969806	0.030194	0.632524	0.367476
40-44	10 433 900	335 412	310 311	205 228	0.968855	0.031145	0.601916	0.398084
45-49	8 988 294	334 528	285 675	221 276	0.964117	0.035883	0.563516	0.436484
50-54	7 468 136	440 628	373 188	376 504	0.944286	0.055714	0.497788	0.502212
55-59	5 297 540	500 974	429 378	624 824	0.913603	0.086397	0.407301	0.592699
60-64	3 258 438	543 234	450 858	1 181 383	0.857107	0.142893	0.276220	0.723780
65-69	1 895 914	445 653	393 310	1 346 424	0.809677	0.190323	0.226075	0.773925
70-74	1 148 402	366 140	293 636	1 394 984	0.758250	0.241750	0.173891	0.826109
75-79	587 398	248 863	209 032	1 263 574	0.702410	0.297590	0.141947	0.858053
80-84	172 159	120 841	90 616	865 483	0.587573	0.412427	0.094777	0.905223
85-89	52 112	49 882	34 877	504 742	0.510932	0.489068	0.064633	0.935367

Cuadro C.8
(Concluye)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Transiciones				Probabilidades prospectivas			
	Activa a:		Inactiva a:		Activa a:		Inactiva a:	
	Activa ${}_nO^{aa}$ (1)	Inactiva ${}_nO^{ai}$ (2)	Activa ${}_nO^{ia}$ (3)	Inactiva ${}_nO^{ii}$ (4)	Activa ${}_nS^{aa}$ (5)	Inactiva ${}_nS^{ai}$ (6)	Activa ${}_nS^{ia}$ (7)	Inactiva ${}_nS^{ii}$ (8)
				Mujeres				
12-14	196 494	360 926	510 241	9 890 655	0.352506	0.647494	0.049057	0.950943
15-19	2 341 398	1 508 574	1 975 604	11 632 832	0.608160	0.391840	0.145175	0.854825
20-24	5 149 942	1 591 284	1 888 789	6 416 932	0.763947	0.236053	0.227408	0.772592
25-29	5 908 703	1 318 091	1 322 670	5 011 006	0.817611	0.182389	0.208831	0.791169
30-34	5 854 132	1 349 662	1 368 922	5 223 286	0.812646	0.187354	0.207658	0.792342
35-39	6 418 496	1 327 546	1 418 384	5 083 723	0.828616	0.171384	0.218142	0.781858
40-44	6 177 388	1 226 798	1 247 221	4 355 006	0.834310	0.165690	0.222630	0.777371
45-49	4 981 273	1 110 454	1 115 622	4 212 681	0.817711	0.182289	0.209377	0.790623
50-54	3 868 754	1 011 174	915 816	4 466 066	0.792789	0.207211	0.170167	0.829834
55-59	2 284 180	744 493	647 405	3 949 603	0.754185	0.245815	0.140832	0.859168
60-64	1 260 162	562 264	497 385	3 888 100	0.691475	0.308525	0.113416	0.886584
65-69	641 968	338 064	319 952	3 344 840	0.655048	0.344952	0.087304	0.912696
70-74	354 473	237 473	205 958	2 966 720	0.598827	0.401173	0.064916	0.935084
75-79	161 096	130 043	106 329	2 192 760	0.553330	0.446670	0.046248	0.953752
80-84	61 503	45 369	35 242	1 429 448	0.575483	0.424517	0.024061	0.975939
85-89	16 264	22 476	16 717	862 743	0.419824	0.580176	0.019008	0.980992

Fuente: Elaborado con base en los cuadro C.1.

Cuadro C.9. México: Probabilidades de transición intertrimestrales prospectivas por edad y sexo, 2009-2011
(Intervalo intersemestral original)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Activo a: Activo ${}_nS^{aa}$ (1)	Activo a: Inactivo ${}_nS^{ai}$ (2)	Inactivo a: Activo ${}_nS^{ia}$ (5)	Inactivo a: Inactivo ${}_nS^{ii}$ (6)
		Hombres		
12-14	0.667912	0.332088	0.065546	0.934454
15-19	0.872230	0.127770	0.144867	0.855133
20-24	0.950885	0.049115	0.212957	0.787044
25-29	0.974344	0.025656	0.330645	0.669355
30-34	0.980415	0.019585	0.399246	0.600754
35-39	0.980899	0.019101	0.400139	0.599861
40-44	0.980604	0.019396	0.374849	0.625151
45-49	0.978026	0.021974	0.345095	0.654905
50-54	0.966602	0.033398	0.298398	0.701602
55-59	0.949521	0.050479	0.237972	0.762028
60-64	0.918910	0.081090	0.156751	0.843249
65-69	0.892104	0.107896	0.128165	0.871835
70-74	0.862987	0.137013	0.098553	0.901447
75-79	0.829816	0.170184	0.081176	0.918824
80-84	0.757680	0.242320	0.055686	0.944314
85-89	0.706804	0.293196	0.038747	0.961253
		Mujeres		
12-14	0.582494	0.417506	0.031632	0.968368
15-19	0.766821	0.233179	0.086392	0.913608
20-24	0.863749	0.136251	0.131261	0.868739
25-29	0.897548	0.102452	0.117305	0.882695
30-34	0.894615	0.105385	0.116805	0.883195
35-39	0.903789	0.096211	0.122460	0.877540
40-44	0.907026	0.092974	0.124925	0.875075
45-49	0.897588	0.102412	0.117630	0.882370
50-54	0.884179	0.115821	0.095115	0.904885
55-59	0.862147	0.137853	0.078978	0.921022
60-64	0.824732	0.175268	0.064430	0.935570
65-69	0.803277	0.196723	0.049789	0.950211
70-74	0.768201	0.231799	0.037509	0.962491
75-79	0.739110	0.260891	0.027013	0.972987
80-84	0.756386	0.243614	0.013808	0.986192
85-89	0.644740	0.355260	0.011639	0.988361

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.8.

Cuadro C.10. México: Tasas de eventualidad derivadas de las probabilidades prospectivas de transición, 2009-2011

(Intervalo intertrimestral)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Tasas					
	Un movimiento trimestral		Varios movimientos		Proporción	
	Retiro ${}_n m^{ia}$ (1)	Ingreso ${}_n m^{ai}$ (2)	Retiro ${}_n m^{ia}$ (3)	Ingreso ${}_n m^{ai}$ (4)	Retiro ${}_n m^{ia}$ (5)=(3)/(1)	Ingreso ${}_n m^{ai}$ (6)=(4)/(2)
			Hombres			
12-14	2.893037	0.381418	3.164380	0.559015	1.094	1.466
15-19	0.977299	0.965941	1.134656	1.122998	1.161	1.163
20-24	0.350608	1.603738	0.433410	1.705878	1.236	1.064
25-29	0.159647	2.916549	0.228721	3.026222	1.433	1.038
30-34	0.112944	3.613777	0.174313	3.724221	1.543	1.031
35-39	0.120397	3.920244	0.192553	4.056906	1.599	1.035
40-44	0.118295	3.481123	0.179989	3.589593	1.522	1.031
45-49	0.145294	3.386437	0.219495	3.514303	1.511	1.038
50-54	0.209534	2.516444	0.287606	2.631387	1.373	1.046
55-59	0.316429	1.938876	0.407600	2.058545	1.288	1.062
60-64	0.556990	1.231217	0.661454	1.348178	1.188	1.095
65-69	0.742886	0.981786	0.857447	1.101028	1.154	1.121
70-74	1.055866	0.778221	1.193149	0.909256	1.130	1.168
75-79	1.231637	0.594798	1.357085	0.707541	1.102	1.190
80-84	1.786316	0.364198	1.909718	0.461422	1.069	1.267
85-89	2.182927	0.266012	2.301648	0.352102	1.054	1.324
			Mujeres			
12-14	4.031873	0.175008	4.244793	0.286146	1.053	1.635
15-19	1.898958	0.539973	2.103710	0.702872	1.108	1.302
20-24	1.009484	0.862881	1.154485	1.004357	1.144	1.164
25-29	0.721526	0.852965	0.816714	0.950271	1.132	1.114
30-34	0.738058	0.850958	0.835585	0.950347	1.132	1.117
35-39	0.711640	0.888917	0.809506	0.989733	1.138	1.113
40-44	0.672749	0.914747	0.767207	1.013112	1.140	1.108
45-49	0.728925	0.860379	0.826160	0.959778	1.133	1.116
50-54	0.860773	0.728190	0.960121	0.825356	1.115	1.133
55-59	1.020914	0.591749	1.119258	0.683273	1.096	1.155
60-64	1.299311	0.451187	1.399782	0.538355	1.077	1.193
65-69	1.528152	0.347142	1.622842	0.424843	1.062	1.224
70-74	1.939791	0.260702	2.037666	0.334584	1.050	1.283
75-79	2.135262	0.182912	2.213260	0.239169	1.037	1.308
80-84	2.198299	0.110504	2.246926	0.144804	1.022	1.310
85-89	3.574052	0.095745	3.665450	0.146746	1.026	1.533

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.8.

Cuadro C.11. México: Tasas de eventualidad derivadas de las probabilidades prospectivas de transición, 2009-2011

(Intervalo intersemestral)

Grupo de edad $x,x+n-1$	Tasas					
	Un movimiento trimestral		Varios movimientos		Proporción	
	Retiro ${}_n m^{ia}$ (1)	Ingreso ${}_n m^{ai}$ (2)	Retiro ${}_n m^{ia}$ (3)	Ingreso ${}_n m^{ai}$ (4)	Retiro ${}_n m^{ia}$ (5)=(3)/(1)	Ingreso ${}_n m^{ai}$ (6)=(4)/(2)
			Hombres			
12-14	1.614396	0.271170	1.693337	0.334221	1.049	1.233
15-19	0.546806	0.625995	0.596732	0.676586	1.091	1.081
20-24	0.201447	0.957887	0.227821	0.987810	1.131	1.031
25-29	0.103964	1.605761	0.126883	1.635212	1.220	1.018
30-34	0.079119	2.038277	0.101514	2.069342	1.283	1.015
35-39	0.077143	2.044232	0.099035	2.074639	1.284	1.015
40-44	0.078346	1.879048	0.098647	1.906471	1.259	1.015
45-49	0.088878	1.693060	0.109527	1.720051	1.232	1.016
50-54	0.135872	1.417554	0.162324	1.450318	1.195	1.023
55-59	0.207190	1.087090	0.238217	1.123028	1.150	1.033
60-64	0.338268	0.681972	0.370399	0.716001	1.095	1.050
65-69	0.456692	0.548619	0.492296	0.584774	1.078	1.066
70-74	0.589421	0.415018	0.624950	0.449528	1.060	1.083
75-79	0.746204	0.338641	0.784017	0.373967	1.051	1.104
80-84	1.109974	0.229185	1.150849	0.264468	1.037	1.154
85-89	1.388009	0.158072	1.425186	0.188345	1.027	1.192
			Mujeres			
12-14	2.161744	0.128574	2.217106	0.167979	1.026	1.306
15-19	1.062005	0.361413	1.123770	0.416352	1.058	1.152
20-24	0.585890	0.562850	0.634229	0.611003	1.083	1.086
25-29	0.432355	0.499102	0.462756	0.529844	1.070	1.062
30-34	0.445447	0.496838	0.476716	0.528377	1.070	1.063
35-39	0.404638	0.522533	0.434278	0.552761	1.073	1.058
40-44	0.390339	0.533784	0.419469	0.563621	1.075	1.056
45-49	0.432176	0.500576	0.462656	0.531405	1.071	1.062
50-54	0.492382	0.399789	0.520326	0.427304	1.057	1.069
55-59	0.593317	0.329087	0.621538	0.356090	1.048	1.082
60-64	0.770788	0.266397	0.801516	0.294643	1.040	1.106
65-69	0.876224	0.204285	0.903502	0.228668	1.031	1.119
70-74	1.054818	0.152921	1.080253	0.174802	1.024	1.143
75-79	1.209237	0.109537	1.230735	0.127431	1.018	1.163
80-84	1.116816	0.055616	1.126653	0.063857	1.009	1.148
85-89	1.755634	0.046831	1.770498	0.058007	1.008	1.239

Fuente: Elaborado con base en el cuadro C.8.

D. Cocientes perspectivos de supervivencia 2015-2030

Cuadro D.1. México: cocientes perspectivos por edad, sexo y dos procedimientos, 2015-2030

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
$x,x+4$	${}_5S_x^{aa}$	${}_5S_x^{ai}$	${}_5S_x^{ia}$	${}_5S_x^{ii}$	${}_5S_x^{aa}$	${}_5S_x^{ai}$	${}_5S_x^{ia}$	${}_5S_x^{ii}$
				2015-2020				
Nacimiento	0.991213	0.000000	0.000000	0.991213	0.993943	0.000000	0.000000	0.993943
0-4	1.001967	0.000000	0.000000	1.001967	1.002323	0.000000	0.000000	1.002323
5-9	0.990454	0.000000	0.000000	0.990454	0.993906	0.000000	0.000000	0.993906
10-14	0.616262	0.370512	0.479091	0.507739	0.336815	0.655852	0.224657	0.767784
15-19	0.847702	0.132420	0.847118	0.133065	0.500064	0.489505	0.499766	0.489549
20-24	0.945153	0.040576	0.944537	0.040804	0.523803	0.467855	0.522834	0.468473
25-29	0.968032	0.023439	0.966064	0.023406	0.533946	0.460705	0.532913	0.461413
30-34	0.969729	0.022324	0.965629	0.022238	0.546204	0.448541	0.545110	0.449167
35-39	0.962379	0.026478	0.956903	0.026335	0.538481	0.454129	0.537293	0.454580
40-44	0.941029	0.041643	0.934740	0.041376	0.497255	0.491862	0.495764	0.492067
45-49	0.898298	0.074979	0.891027	0.074394	0.426993	0.556755	0.425270	0.556391
50-54	0.806799	0.152435	0.801037	0.151460	0.337159	0.638149	0.335111	0.636685
55-59	0.682201	0.256276	0.677814	0.255054	0.250713	0.711118	0.248680	0.707828
60-64	0.563061	0.344589	0.561074	0.344122	0.179759	0.760538	0.177923	0.754846
65-69	0.447826	0.415155	0.447442	0.415632	0.123269	0.784150	0.121570	0.775286
70-74	0.330141	0.471226	0.330546	0.472479	0.082766	0.775527	0.081314	0.763199
75-79	0.223156	0.495179	0.224701	0.499415	0.052998	0.735121	0.051682	0.718123
80-84	0.142134	0.467123	0.145610	0.478898	0.026255	0.666084	0.025234	0.642161
85-89	0.108487	0.376406	0.110310	0.384415	0.019440	0.538588	0.018560	0.515803
90-94	0.345639	0.000000	0.000000	0.345639	0.377292	0.000000	0.000000	0.377292
95-99	0.200418	0.000000	0.000000	0.200418	0.217718	0.000000	0.000000	0.217718
100-104	0.085928	0.000000	0.000000	0.085928	0.092256	0.000000	0.000000	0.092256

Cuadro D.1
(Continúa)

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
$x,x+4$	${}_5S_x^{aa}$	${}_5S_x^{ai}$	${}_5S_x^{ia}$	${}_5S_x^{ii}$	${}_5S_x^{aa}$	${}_5S_x^{ai}$	${}_5S_x^{ia}$	${}_5S_x^{ii}$
				2020-2025				
Nacimiento	0.986801	0.000000	0.000000	0.986801	0.989073	0.000000	0.000000	0.989073
0-4	0.992426	0.000000	0.000000	0.992426	0.992711	0.000000	0.000000	0.992711
5-9	0.973725	0.000000	0.000000	0.973725	0.976601	0.000000	0.000000	0.976601
10-14	0.581898	0.400139	0.431166	0.550927	0.309229	0.674781	0.192617	0.791186
15-19	0.846557	0.125618	0.845459	0.126779	0.522392	0.454530	0.522015	0.454674
20-24	0.933155	0.038788	0.932528	0.039042	0.523629	0.455591	0.522217	0.456662
25-29	0.953529	0.023099	0.951668	0.023069	0.528780	0.456285	0.527779	0.457004
30-34	0.957006	0.022039	0.953168	0.021958	0.542413	0.445471	0.541360	0.446119
35-39	0.952111	0.026205	0.947017	0.026072	0.535848	0.451959	0.534712	0.452446
40-44	0.933387	0.041318	0.927527	0.041070	0.495559	0.490251	0.494135	0.490515
45-49	0.893014	0.074556	0.886182	0.074008	0.426001	0.555581	0.424353	0.555310
50-54	0.803581	0.151852	0.798134	0.150937	0.336682	0.637447	0.334722	0.636144
55-59	0.680580	0.255686	0.676390	0.254536	0.250596	0.711091	0.248648	0.708036
60-64	0.562602	0.344312	0.560676	0.343881	0.179905	0.761616	0.178143	0.756230
65-69	0.448467	0.415752	0.448082	0.416227	0.123573	0.786707	0.121939	0.778243
70-74	0.331488	0.473121	0.331875	0.474349	0.083111	0.779515	0.081709	0.767647
75-79	0.224499	0.498023	0.226009	0.502185	0.053300	0.740231	0.052020	0.723718
80-84	0.143226	0.470640	0.146664	0.482294	0.026451	0.672021	0.025449	0.648560
85-89	0.109522	0.379884	0.111329	0.387856	0.019622	0.544177	0.018753	0.521664
90-94	0.349130	0.000000	0.000000	0.349130	0.381434	0.000000	0.000000	0.381434
95-99	0.202865	0.000000	0.000000	0.202865	0.220355	0.000000	0.000000	0.220355
100-104	0.086378	0.000000	0.000000	0.086378	0.092968	0.000000	0.000000	0.092968

Cuadro D.1

(Concluye)

Edad al inicio	Hombres				Mujeres			
	Activo a:		Inactivo a:		Activa a:		Inactiva a	
	Activo	Inactivo	Activo	Inactivo	Activa	Inactiva	Activa	Inactiva
$x,x+4$	${}_5S_x^{aa}$	${}_5S_x^{ai}$	${}_5S_x^{ia}$	${}_5S_x^{ii}$	${}_5S_x^{aa}$	${}_5S_x^{ai}$	${}_5S_x^{ia}$	${}_5S_x^{ii}$
				2025-2030				
Nacimiento	0.988778	0.000000	0.000000	0.988778	0.990663	0.000000	0.000000	0.990663
0-4	0.992736	0.000000	0.000000	0.992736	0.992956	0.000000	0.000000	0.992956
5-9	0.976102	0.000000	0.000000	0.976102	0.978499	0.000000	0.000000	0.978499
10-14	0.540910	0.433243	0.373470	0.600741	0.282281	0.701859	0.160277	0.823673
15-19	0.839729	0.119222	0.837739	0.121276	0.554879	0.422229	0.554373	0.422520
20-24	0.927618	0.037227	0.926976	0.037509	0.531322	0.448193	0.529195	0.449980
25-29	0.951583	0.023057	0.949816	0.023029	0.528952	0.456456	0.527970	0.457192
30-34	0.957541	0.022058	0.953918	0.021982	0.542643	0.445693	0.541619	0.446366
35-39	0.953983	0.026267	0.949200	0.026142	0.536152	0.452268	0.535058	0.452791
40-44	0.935966	0.041452	0.930467	0.041220	0.495923	0.490693	0.494558	0.491016
45-49	0.896104	0.074845	0.889654	0.074329	0.426397	0.556231	0.424817	0.556050
50-54	0.806942	0.152549	0.801744	0.151681	0.337101	0.638464	0.335214	0.637304
55-59	0.683960	0.257028	0.679932	0.255941	0.251027	0.712646	0.249157	0.709814
60-64	0.565915	0.346392	0.564039	0.345996	0.180329	0.763868	0.178636	0.758779
65-69	0.451387	0.418490	0.450997	0.418968	0.123985	0.789938	0.122409	0.781848
70-74	0.333805	0.476422	0.334175	0.477629	0.083504	0.783988	0.082150	0.772560
75-79	0.226263	0.501808	0.227741	0.505902	0.053633	0.745842	0.052391	0.729823
80-84	0.144359	0.474297	0.147756	0.485818	0.026657	0.678235	0.025675	0.655281
85-89	0.110393	0.382807	0.112186	0.390749	0.019823	0.550302	0.018964	0.528071
90-94	0.352094	0.000000	0.000000	0.352094	0.386367	0.000000	0.000000	0.386367
95-99	0.204365	0.000000	0.000000	0.204365	0.222890	0.000000	0.000000	0.222890
100-104	0.086944	0.000000	0.000000	0.086944	0.094830	0.000000	0.000000	0.094830

Fuente: Elaborado con base en los cuadros 5.5 a 5.7, 5.12 y B.5 a B.7.

Bibliografía

Bureau of Labor Statistics (BLS, 2006), *Design and methodology. Current Population Survey*, U. S. Department of Labor, Washington (*Technical Paper* 66).

Burden, Richard L. y J. Douglas Faires (1988), *Análisis numérico*, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Camisa, Zulma (1969), *Argentina: aspectos demográficos de la población económicamente activa, 1974 y 1960–1980*, Serie C 87, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile.

Cervera, Miguel y Virgilio Partida (1977), *Tablas de vida económicamente activa para la República Mexicana, Serie Estudios* 2, Centro Nacional de Información y Estadísticas del Trabajo, Secretaría del Trabajo, México.

Coale, Ansley J. y Paul Demeny (1968), *Manual IV. Métodos para establecer mediciones demográficas fundamentales a partir de datos incompletos*, Naciones Unidas, Nueva York. (ST/SOA/Serie A/42).

Deming, W. Edwards (1943), *Statistical adjustment of data*, reedición por Dover, Nueva York, 1964.

Durand, John D. (1948), *The labor force in the United States, 1890–1960*, Social Science Research Council, Nueva York.

Durand, John D. (1975), *The labor force in economic development. A comparison of international census data, 1946–1966*, Princeton University Press, Princeton.

Durand, John D. y A. Miller (1969), *Métodos de análisis de los datos censales relativos a las actividades económicas de la población*, *Estudios Demográficos núm 43*, Naciones Unidas, Nueva York.

Edwards, Alba M. (1933), *Fifteenth Census of the United States: 1930. Population, Volume 5 General report on occupations*, U. S. Department of Commerce, Bureau of Census, Washington, D. C.

Eisenhauer, Joseph G. (2003), "Regression through the origin", *Teaching Statistics*, vol. 25, núm. 3, pp. 76–80.

Elizaga, Juan C. (1979), *Dinámica y economía de la población*, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile.

Elizaga, Juan C. y Roger Mellon (1971), *Aspectos demográficos de la mano de obra en América Latina*, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile.

Gantmacher, Felix R. (1959), *The theory of matrices*, vol. 1, Chelsea, Nueva York.

Garfinkle, Stuart H. (1957), *Tables of working life for women, 1950*, U. S. Department of Labor, Washington, D. C. (Bulletion, núm. 1204).

Hilaski, Harvey J. (1968), "The status of research on gross change in labor force", U. S. Department of Labor, *Employment and Earnings*, 15(4): 6–13.

Hill, Kenneth y Hania Zoltnik (1986), *Manual X. Técnicas indirectas de estimación demográfica*, Naciones Unidas, Nueva York, (ST/ESO/Ser.A/81).

Hoem, Jan M. (1975), "The construction of increment-decrement life tables: a comment on articles by R. Schoen and V. Nelson", *Demography 12*: 661–665.

Hoem, Jan M. (1977), "A markov chain model of working life tables", *Scandinavian Actuarial Journal*: 1–20.

Hoem, Jan M. y Monica S. Fong (1976), *A markov chain model of working life tables: a new method for the construction of tables of working life*, Laboratory of Actuarial Mathematics, University of Copenhagen, Copenhagen, WP-2.

Hoem, Jan M. y Uhla F. Jensen (1982), "Multistate life tables: a probabilist critique", en Kenneth C. Land y Andrei Rogers (eds.), *Multidimensional Mathematical Demography*, Academic Press, New York: 155–264.

Honeycutt, Amanda A., James P. Boyle, Kristine R. Broglio, Theodore J. Thompson, Thomas J. Hoerger, Linda S. Geiss y K. M. Venkat Narayan (2003), "A Dynamic Markov Model for Forecasting Diabetes Prevalence in the United States through 2050", *Health Care Management Science*, 6: 155–164.

Keyfitz, Nathan (1977), *Introduction to the mathematics of population with revisions*, Addison-Wesley, Reading.

Ledent, Jacques (1982), "Tablas de vida de estados múltiples: perspectivas de movimiento y transición", *Demografía y Economía* 51, vol. 16 (3): 399–438.

Lotka, Alfred (1976), *Teoría analítica de las asociaciones biológicas*, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile (traducción del original en francés de 1939).

Morelos, José B. (1967), "Entradas a la actividad, salidas y vida media activa en México, 1960–1965", *Demografía y Economía* 4, vol. 2 (1): 19–43.

Multrie, Tom, Rob Dorrington, Allan Hill, Kenneth Hill, Ian Timaeus y Basia Zaba (2013), *Tools for demographic estimation*, International Union for the Scientific Study of Population (IUSSP), París.

Naciones Unidas (1970), *Manual V. Métodos para preparar proyecciones de la población económicamente activa, Estudios Demográficos*, núm. 46, Nueva York.

Naciones Unidas (1982), *Niveles y tendencias de la mortalidad a partir de 1950*, Nueva York.

Namboodiri, Krishnan (1991), *Demographic analysis. A stochastic approach*, Academic Press, San Diego.

Namboodiri, Krishnan y Chirayath M. Suchindran (1987), *Life table techniques and their applications*, Academic Press, Orlando.

Nour, El-Sayed y Chirayath M. Suchindran (1984), "The Construction of Multi-State Life Tables: Comments on the Article by Willekens et al.", *Population Studies*, vol. 38 (2): 325–328.

Nurminen, Markku M., Chistopher R. Heathcote y Brett A. Davis (2004a), "Estimating conditional working life expectancies from aggregate cohort data", *The Internet Journal of Epidemiology*, vol. 1 (2): 1–32.

Nurminen, Markku M., Chistopher R. Heathcote y Brett A. Davis (2004b), "Estimating marginal cohort working life expectancies from sequential cross-sectional survey data", *JournalofOfficialStatistics*, vol. 20 (3): 495–517.

Nurminen, Markku M., Chistopher R. Heathcote, Brett A. Davis y Borek D. Puza (2005), "Working life expectancies: The case of Finland 1980-2006", *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, vol. 168 (3): 567–581.

Nurminen, Markku y Tuula Nurminen (2005), "Multistate worklife expectancies", *Scandinavian Journal of Work, Environment & Health*, vol. 31 (3): 169–178.

Partida, Virgilio (2011), "Estimación indirecta de tasas de ingreso y retiro de la actividad económica para México", *Estudios Demográficos y Urbanos*, 76, vol. 26(1): 33–73.

Partida, Virgilio (2012), "Proyección de la población beneficiaria del Programa de Estancias Infantiles por entidad federativa y municipio, 2010–2030. Documento metodológico", Secretaría de Desarrollo Social, México, (*mimeo*).

Partida, Virgilio (2014), "Cambios en los mercados laborales de México de 2000 a 2010 mediante esperanzas de vida activa", *Papeles de Población*, vol. 20, núm. 81: 121–164

Partida, Virgilio (2018), *Notas para un curso de análisis demográfico*, Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO), Sede México, México (*mimeo*).

Pressat, Roland (2000), *El análisis demográfico. Métodos, resultados, aplicaciones*, Fondo de Cultura Económica, México.

Reed, Lowell J. y Margaret Merrell (1939), "A short method for constructing an adbridged life table", *The American Journal of Hygiene* 30: 33–62.

Rincón, Manuel (1977), *Tablas de vida activa*, Serie B 1008, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile.

Rogers, Andrei (1975), *Introduction to Multiregional Mathematical Demography*, John Wiley, Nueva York.

Rogers, Andrei (1995), *Multiregional Demography. Principles, methods and extensions*, John Wiley, Chichester.

Rogers, Andrei y Luis J. Castro (1976), *Model multiregional life tables and stable populations*, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria (RR–76–9).

Rogers, Andrei y Jacques Ledent (1976), "Increment-Decrement life tables: a comment", *Demography 13*: 287–290.

Rogers, Andrei, Jani Little y James Raymer (2010), *The indirect estimation of migration*, Springer Verlag, Dordrecht.

Schoen, Robert (1975), "Constructing increment-decrement life tables", *Demography 12*: 313–324.

Schoen, Robert y Kenneth C. Land (1979), "A general algorithm for estimating a Markov-generated increment-decrement life tables with applications to marital-status patterns", *Journal of the American Statistical Association 74*: 761–776.

Schoen, Robert y Verne E. Nelson (1974), "Marriage, divorce and mortality: a life table analysis", *Demography 11*: 267–290.

Schoen, Robert y Karen Woodrow (1982), "Labor Force Status Life Tables for the United States, 1972", *Demography 17*: 297–322.

Smith, Shirley J. (1982), *Tables of working life: The increment-decrement model*, U.S. Department of Labor, Washington, D.C.

(*Bulletin* 2135).

Smith, Shirley J. (1986), *Worklife estimates: Effects of race and education*, U.S. Department of Labor, Washington, D.C. (*Bulletin* 2254).

Somoza, Jorge (1970), *Tablas de vida activa*, Serie B 26, Centro Latinoamericano de Demografía, Santiago de Chile.

Somede (2011), "Conciliación demográfica de México y entidades federativas 1990-2010", Sociedad Mexicana de Demografía, México (*mimeo*).

United Nations (1962), *Demographic aspects of manpower. Report 1. Sex and Age Patterns of Participation in Economic Activities*, *Population Studies*, núm. 33, Nueva York.

Willekens, Franz (1980), "Multistate analysis: tables of working life", *Environment and Planing A 12*: 563–588.

Willekens, Franz, András Pór y R. Raquillet (1981), "Entropy, multiproportional, and quadratic techniques for inferring patterns of migration from aggregate data", en Andrei Rogers, *Advances in multiregional demography*, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria (RR–81–6): 83–124.

Wolfbein, Seymour L. (1949), "The length of Working Life", *Population Studies 3*: 286–294.

Woytinsky, Wladimir S. (1938), *Labor force in the United States: Basic statistics for social security. A report prepared for the Committee on Social Security*, Committee on Social Security, Social Science Research Council,Washington, D.C.

Tabla de vida activa
se terminó en febrero de 2019
La tipografía, formación y cuidado de la
edición estuvo a cargo del autor

CENTRO DE ESTUDIOS DEMOGRÁFICOS, URBANOS Y AMBIENTALES

La energía humana dedicada a la actividad económica en una sociedad puede cuantificarse conforme a dos enfoques alternativos: desde el punto de vista colectivo, como el monto total de horas dedicadas a esta actividad por parte del conjunto de la población económicamente activa; o bien, desde una óptica individual, como la parte de su vida que una persona espera dedicar a la actividad económica. Este segundo enfoque se concreta mediante la esperanza de vida activa, un indicador que se desprende de un modelo de corte demográfico que, de manera genérica, se denomina tabla de vida activa.

En este libro se presentan los diversos algoritmos disponibles en la actualidad para elaborar ese tipo de tablas. La exposición transcurre con una perspectiva didáctica: el grado de complejidad aumenta conforme se avanza en la descripción de los procedimientos y se eleva su nivel de refinamiento. A lo largo del texto, se ha tenido especial cuidado en ejemplificar los distintos métodos con dos tipos de datos: las proporciones (tasas) de participación en la actividad por edad, es decir, con la información más fácil de obtener; y con transiciones entre situaciones extraídas de visitas sucesivas en encuestas de hogares tipo panel.

EL COLEGIO DE MÉXICO

FLACSO MÉXICO